

## Практична робота 2

# ОПЕРАЦІЇ З ВЕКТОРАМИ ТА МАТРИЦЯМИ

Мета роботи: вивчення введення, обрахунку та операцій в системі MATLAB для векторів та матриць .

### 1 Теоретичні відомості

MATLAB – система, спеціально призначена для проведення складних обчислень з векторами, матрицями і масивами. При цьому вона за умовчанням припускає, що кожна задана змінна – це вектор, матриця або масив. Усе визначається конкретним значенням змінної.

#### 1.1.Робота з масивами та матрицями

Всі дані в MATLAB представляються у вигляді масивів. Для введення масивів у стовпчик при розділенні елементів масиву використовується крапка з комою – ;, а при введенні масивів у рядки між елементами використовується кома –,. Представлення даних у вигляді масивів має ряд переваг. Так, наприклад за необхідності знайдення функції від багатьох аргументів достатньо створити масив аргументів, а потім виконати функцію до даного масиву.

Для визначення довжини вектор-стовпця або вектор-рядка необхідно задати команду **length(im'я масиву)**. За замовчуванням всі числа (елементи масиву) зберігаються з подвійною точністю та займають 8 байтів. Великі масиви вимагають значних об'ємів пам'яті. Для зменшення об'єму, який займає масив, можна використати інші способи зберігання елементів масиву: `single` для дійсних чисел, що вимагають для розміщення 4 байт, `int8`, `int16`, `int32` – для цілих чисел, що займають 1,2 або 4 байти відповідно. Перевірку розподілення пам'яті під масиви можна переглянути за допомогою команди `whos`.

Name	Size	Bytes	Class
q1	1x4	4	int8 array
q2	1x4	8	int16 array
q3	1x4	16	int32 array
q4	1x4	16	single array
s1	1x4	32	double array
s2	1x4	32	double array
s3	1x4	32	double array
s4	1x4	32	double array

Надмасивами можна роботи арифметичні операції. Для цього необхідно використовувати назви масиви та арифметичні операції. Слід зазначити про те, що виконання арифметичних операцій можна виконувати тільки при однотипних даних масивів.

Із декількох вектор-стовпчиків можна створити один, використовуючи квадратні скобки і розділяючи вихідні вектор-стовпчики крапкою з комою. Для скріплення вектор-рядків також використовуються квадратні скобки, але вектор-рядки розділяються пробілами або комами.

```

>> v1 = [1; 2];
>> v2 = [3; 4; 5];
>> v = [v1; v2]
v =
     1
     2
     3
     4
     5

>> v1=[pi pi/2];
>> v2=[pi/3 pi/4 pi/5]
v2 =
     1.0472     0.7854     0.6283

>> v=[v1 v2]
v =
     3.1416     1.5708     1.0472     0.7854     0.6283

```

Для перегляду та зміни значень елементів масиву зручно використовувати редактор масиву (**ArrayEditor**). Для цього необхідне подвійне натиснення на імені масиву або натиснути кнопку **OpenSelection** на панелі інструментів вікна **Workspace** при положенні курсору на імені масиву. Далі відкриється вікно редактора масиву.

У разі необхідності можна звертатися до окремих значень масиву. Доступ до елементів вектора або вектор-рядка здійснюється за допомогою індексу, що заключається в круглі скобки після імені масиву, в якому зберігається вектор.

```

v =
     3.1416     1.5708     1.0472     0.7854     0.6283

>> h=v(3)
h =
     1.0472

```

При наступному записі відбувається зміна елементів масиву

```

>> v(2)=255
v =
     3.1416    255.0000     1.0472     0.7854     0.6283

```

Із елементів масиву можна формувати нові масиви.

Перемноження елементів вектор-стовпчика або вектор-рядка здійснюється за допомогою функції **prod**

```

>> d=[3;2;1;4;6;5];
>> p=prod(d)
p =
     720

```

Середнє геометричне елементів вектора **d** можна знайти за допомогою наступної функції:

```
>> gm=prod(d)^(1/length(d))

gm =

    2.9938
```

Функція **sum(ім'я масиву)** використовується для сумування елементів вектора. Для визначення середнього арифметичного використовується функція **mean(ім'я масиву)**. Для знаходження мінімального та максимального значення масиву використовуються вбудовані функції **min(ім'я масиву)** та **max(ім'я масиву)**. Для упорядкування елементів масиву по зростанню використовується функція **sort(ім'я масиву)**. Для упорядкування вектора за спаданням використовується та ж сама функція тільки зі знаком «-». Наприклад,

```
>> f=[-3.2 8 9.2 -2 -1 1 5]

f =

   -3.2000    8.0000    9.2000   -2.0000   -1.0000    1.0000    5.0000

>> sort(f)

ans =

   -3.2000   -2.0000   -1.0000    1.0000    5.0000    8.0000    9.2000

>> -sort(-f)

ans =

    9.2000    8.0000    5.0000    1.0000   -1.0000   -2.0000   -3.2000
```

Упорядкування елементів у порядку зростання їх модулів використовується з додаванням функції **abs**. Наприклад,

```
>> r2=sort(abs(f))

r2 =

    1.0000    1.0000    2.0000    3.2000    5.0000    8.0000    9.2000
```

Операція «.\*» призводить до по елементному множенню векторів однакової довжини. За допомогою «.^» здійснює поелементне введення в степінь. Показником введення в степінь може бути векторі такої ж довжини. Ділення векторів однакової довжини відбувається за допомогою «./». Обернене по елементне ділення здійснюється за допомогою команди «.\» Знак крапки в даних функціях вказує на поелементність виконання операцій. Множення вектора на число відбувається на ступним чином:

```

r2 =
    1.0000    1.0000    2.0000    3.2000    5.0000    8.0000    9.2000

>> t=2*r2
t =
    2.0000    2.0000    4.0000    6.4000   10.0000   16.0000   18.4000

>> h=r2+2
h =
    2.0000    2.0000    4.0000    6.4000   10.0000   16.0000   18.4000

```

Ділення вектора на число відбувається за допомогою знаку «/».

Для знайдення транспонованого вектора або спряженого використовуються відповідно крапка з апострофом та апостроф відповідно.

$$u = \begin{bmatrix} 2+3i \\ 1-2i \\ 3+2i \end{bmatrix}, u^* = [2-3i \ 1+2i \ 3-2i], u^T = [2+3i \ 1-2i \ 3+2i].$$

```

>> u = [2 + 3i; 1 - 2i; 3 + 2i];
>> v = u'
v =
    2.0000 - 3.0000i    1.0000 + 2.0000i    3.0000 - 2.0000i

>> v = u.'
v =
    2.0000 + 3.0000i    1.0000 - 2.0000i    3.0000 + 2.0000i

```

Для створення векторів, кожен елемент якого відрізняється від попереднього на постійну величину (крок) використовується двокрапка:

x=початкове значення: крок: кінцеве значення

```

>> a=1:0.1:2
a =

Columns 1 through 7
    1.0000    1.1000    1.2000    1.3000    1.4000    1.5000    1.6000

Columns 8 through 11
    1.7000    1.8000    1.9000    2.0000

```

Крок може бути і від'ємним. При заповненні вектор-стовпця необхідно використати апостроф.

```
>> x = (0:0.1:0.5)'
```

Для створення одиничної матриці використовується команда:

<Ім'я матриці>=eye(<Розмір>)

```
>> a = eye(4);
```

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

Для створення матриці, яка заповнена всіма одиницями необхідно використати наступну команду:

```
<Ім'я матриці>=ones(<Кількість рядків>, <Кількість стовпчиків>).
```

```
>> b = ones(3, 4);
```

1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

Створення матриці довільного розміру з усіма нулями виконується за допомогою команди:

```
<Ім'я матриці>=zeros(<Кількість рядків>, <Кількість стовпчиків>).
```

```
>> c = zeros(4, 2);
```

0	0
0	0
0	0
0	0

Для створення матриці довільного розміру із випадковим заповненням значень відбувається за допомогою команди:

```
<Ім'я матриці>=rand(<Кількість рядків>, <Кількість стовпчиків>).
```

```
>> d = rand(3, 4);
```

5	6
4	1
0	3

Для множення (ділення) матриці на число відбувається за допомогою «.\*» («./»)

A(1,1)	A(1,2)	A(1,3)	.* r =	A(1,1).*r	A(1,2).*r	A(1,3).*r
A(2,1)	A(2,2)	A(2,3)		A(2,1).*r	A(2,2).*r	A(2,3).*r
A(3,1)	A(3,2)	A(3,3)		A(3,1).*r	A(3,2).*r	A(3,3).*r

Додавання та віднімання матриць допускається тільки однакового розміру:

a(1,1)	a(1,2)	a(1,3)	+	b(1,1)	b(1,2)	b(1,3)	=	a(1,1)+ b(1,1)	a(1,2)+ b(1,2)	a(1,3)+ b(1,3)
a(2,1)	a(2,2)	a(2,3)		b(2,1)	b(2,2)	b(2,3)		a(2,1)+ b(2,1)	a(2,2)+ b(2,2)	a(2,3)+ b(2,3)
a(3,1)	a(3,2)	a(3,3)		b(3,1)	b(3,2)	b(3,3)		a(3,1)+ b(3,1)	a(3,2)+ b(3,2)	a(3,3)+ b(3,3)

Добуток матриці відбувається шляхом послідовного пермноження рядків матриці на стовпчики. Кількість стовпчиків першої матриці повинна відповідати кількості рядків другої матриці.

A(1,1)	A(1,2)	A(1,3)
A(2,1)	A(2,2)	A(2,3)

\*

B(1,1)	B(1,2)
B(2,1)	B(2,2)
B(3,1)	B(3,1)

=

A(1,1)*B(1,1)+ A(1,2)*B(2,1)+ A(1,3)*B(3,1)	A(1,1)*B(1,2)+ A(1,2)*B(2,2)+ A(1,3)*B(3,2)
A(2,1)*B(1,1)+ A(2,2)*B(2,1)+ A(2,3)*B(3,1)	A(2,1)*B(1,2)+ A(2,2)*B(2,2)+ A(2,3)*B(3,2)

### 1.2. Обчислення коренів системи лінійних алгебраїчних рівнянь матричним способом

Якщо матричне рівняння має вигляд:

$$A * X = B$$

то для знаходження коренів рівняння (  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ), необхідно знайти обернену матрицю A за допомогою команди `inv (>>inv(A))`, а потім помножити її на матрицю B.

$$\gg X = \text{inv}(A)*B$$

Також, можна використати операцію правобічного ділення, яка аналогічна вищенаведеному виразу. Тобто

$$\gg X = A \setminus B.$$

**Приклад:** Потрібно знайти корені системи рівнянь:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14$$

$$2x_1 - x_2 - 5x_3 = -15$$

$$x_1 - x_2 - x_3 = -4$$

В матлаб необхідно виконати наступні функції:

$$\gg A = [ 1 \ 2 \ 3; 2 \ -1 \ -5; 1 \ -1 \ -1]$$

$$A = 1 \ 2 \ 3$$

$$2 \ -1 \ -5$$

$$1 \ -1 \ -1$$

$$\gg B = [ 14; -15; -4]$$

$$B = 14 \ -15 \ -4$$

$$\gg x = A \setminus B$$

$$x =$$

$$1$$

$$2$$

$$3$$

Таким чином, корені дорівнюють:  $x_1=1, x_2=2, x_3=3$ .

## 2 Завдання для практичної роботи

2.1. Виконати операції з матрицями згідно власного варіанту завдання табл..2.1.

2.2. Обчислити значення функції  $f(x)$  на проміжку  $[a; b]$  з кроком  $h$ . В табл.2.2. наведені варіанти завдань.

Таблиця 2.1

№ варіанту	Завдання	Матриця
1,3,5,7,17	Видалити з матриці А третій стовпець, а з матриці В другий рядок. В матриці А змінити значення елемента з координатами (2, 1) на 6. Розрахувати суму рядків, стовпців та діагоналі матриці В.	$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 5 \\ 10 & 4 & 6 \\ 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 0 \\ 3 & 12 & 4 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$
2,4,6,8,18	Видалити перший рядок і третій стовпець «магічної» матриці М розміром 4×4. Отриману матрицю скласти з матрицею А в якій заздалегідь необхідно обернути рядки в стовпці, а стовпці в рядки.	$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 9 \\ 21 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ .
9,11,13,15, 19	Об'єднати в одну матрицю «магічну» матрицю А розміром 3×3, матрицю В=А-5, матрицю С і матрицю D= С+4 таким чином, щоб отримана матриця мала розмірність 6×6. В одержаній матриці замінити елемент з координатами (3, 4) на 100.	$C = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 7 & 4 & 12 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix}$ .
10,12,14,16, 20	Обчислити результат добутку елементу матриці М з координатами (2, 3) на синус значень першого стовпця цієї ж матриці.	$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 5 & 4 & 7 & 3 \\ 7 & 9 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ .

Таблиця 2.2

№ варіанту	Функція $f(x)$	Параметри		
		$a$	$b$	$h$
1	$\frac{x^2}{1+0,25\sqrt{x}}$	1,1	3,1	0,2
2	$\frac{x^3-0,3x}{\sqrt{1+2x}}$	2,05	3,05	0,1

№ варіанту	Функція $f(x)$	Параметри		
		$a$	$b$	$h$
3	$\frac{2e^{-x}}{2\pi + x^3}$	0	1,6	0,16
4	$\frac{\cos \pi x^2}{\sqrt{1-3x}}$	-1	0	0,1
5	$\sqrt{1+4x} \cdot \sin \pi x$	0,1	0,8	0,05
6	$\frac{e^{x/5}}{1+x^2}$	1,4	2,4	0,1
7	$e^{-2x} + x^2 - 1$	0,25	2,25	0,25
8	$(e+x) \cdot \sin(\pi\sqrt{x-1})$	1,8	2,8	0,1
9	$\sqrt{3+2x} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x^3}{2}$	0,1	0,9	0,08
10	$\sqrt{2+3x} \cdot \ln(1+3x^2)$	-0,1	0,9	0,1
11	$\sqrt[3]{x^2+3} \cdot \cos \frac{\pi x}{2}$	1	2,5	0,15
12	$(4+7x) \cdot \sin(\pi\sqrt[3]{1+x})$	0	7	0,7
13	$e^{-x^2}(1+3x-x^2)$	0	2	0,2
14	$x^3 - 3x + \frac{8}{\sqrt{1+x^2}}$	0	1,7	0,17
15	$\sqrt{\frac{e^{\sqrt{2xx}} - e^{-\sqrt{2xx}}}{2}}$	0	1,2	0,12
16	$\sqrt{\frac{e^{y/\sqrt{xx}} - e^{-y/\sqrt{xx}}}{2}}$	0,5	1,5	0,1
17	$\frac{x^3+2x}{\sqrt{1+e^x}}$	-0,2	0,8	0,1
18	$\sqrt{1+2x^2} \cdot \sin \frac{3x}{2}$	2	4	0,2
19	$\sqrt{3x^2+5} \cdot \cos \frac{\pi x}{2}$	0,5	1,5	0,1
20	$\arccos(e^{-\sqrt{3x}})$	0,2	0,5	0,03

2.3. Розв'язати систему рівнянь. Параметри системи для кожного варіанту вказані в табл. 2.3.

$$\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z = d_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z = d_2 \\ \alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z = d_3 \end{cases}$$



Таблиця 2.3. Параметри системи рівнянь

№ варіанту	Параметри											
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$d_1$	$d_2$	$d_3$
1	2	-5	12	3	7	-8	-8	3	-5	4	1	3
2	12	5	2	4	-8	6	-5	1	-8	8	1	3
3	4	2	5	-2	7	-9	-3	1	3	-3	2	4
4	14	16	12	-4	-2	-7	7	-7	4	11	7	22
5	3	11	17	7	2	-8	-9	-6	5	7	11	14
6	4	-8	7	5	-10	18	-19	-7	4	21	8	17
7	5	4	8	-8	12	-15	19	6	-4	2	8	13
8	15	11	-19	3	-7	12	5	-8	5	12	10	8
9	3	23	5	5	12	-8	-17	-9	6	8	-18	7
10	6	9	6	11	-8	5	-15	-7	4	12	9	9
11	14	7	5	11	-12	-8	-19	-5	12	13	8	17
12	2	4	22	4	12	8	-12	-9	10	12	3	19
13	5	3	5	12	11	-7	-18	-11	8	12	6	15
14	15	3	5	11	12	-5	10	-12	10	8	13	7
15	6	14	5	9	-8	-9	-9	-7	14	12	7	13
16	4	5	7	-8	2	-18	-10	-1	4	21	8	17
17	2	7	12	4	12	-8	9	-11	12	10	5	11
18	-19	12	5	5	14	4	-7	11	7	6	12	7
19	22	12	-29	4	2	4	-8	-7	4	12	8	14
20	-8	7	3	4	-5	-8	2	5	12	8	1	3

### 3 Зміст звіту

3.1 Назва та мета роботи.

3.2 Скріншот вводу матриць та результати обчислень.

3.4 Висновки по роботі.