

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/1

ЗАТВЕРДЖЕНО
Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
протокол від 31 серпня 2023р.
№ 10

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
для лабораторних робіт
з навчальної дисципліни «Вища геодезія»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «магістр»
спеціальності 184 «Гірництво»
освітньо-професійна програма «Маркшейдерська справа»
факультет гірничої справи, природокористування та будівництва
кафедра маркшейдерії

Рекомендовано на засіданні
кафедри маркшейдерії
«28» серпня 2023 р.
протокол № 7

Розробники: к.т.н., доц. кафедри маркшейдерії КОТЕНКО
Володимир
ст. викладач каф. маркшейдерії КУНИЦЬКА Марина

Житомир
2023

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/2

КОТЕНКО Володимир, КУНИЦЬКА Марина. Методичні рекомендації для лабораторних робіт з навчальної дисципліни «Вища геодезія» для спеціальності 184 «Гірництво», освітньо-професійної програми «Маркшейдерська справа» – Житомир: Державний університет «Житомирська політехніка», 2023. – 47 с.

Упорядники:

КОТЕНКО Володимир, кандидат технічних наук, доцент кафедри маркшейдерії Державного університету «Житомирська політехніка».

Відповідальний за випуск:

КОТЕНКО Володимир, кандидат технічних наук, доцент кафедри маркшейдерії, Житомирська політехніка.

Рецензенти:

ШЛАПАК Володимир, в.о. завідувача кафедри маркшейдерії, кандидат технічних наук, доцент кафедри маркшейдерії Державного університету «Житомирська політехніка».

БАШИНСЬКИЙ Сергій. завідувач кафедри гірничих технологій та будівництва ім. проф. Бакка М.Т., кандидат технічних наук, доцент кафедри гірничих технологій та будівництва ім. проф. Бакка М.Т. Державного університету «Житомирська політехніка».

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/3

ПЕРЕДМОВА

Метою дисципліни «Вища геодезія» є розкриття основних понять та проблем, пов'язаних з дослідженням конформного відображення поверхні еліпсоїда на площині, відхиленням прямовисних ліній, теорією висот, редукційною проблемою, геометричним методом вивчення фігури Землі, гравіметричним та астрономічним методами вивчення гравітаційного поля і фігури Землі.

Завданнями вивчення дисципліни «Вища геодезія» є:

- ознайомити з основними поняттями і проблемами плоскої прямокутної проекції Гаусса-Крюгера, теоретичної геодезії та теорії фігури Землі;

- сформуванню систему знань про застосування в геодезичних обчисленнях комп'ютерної техніки, що викликає значну зміну методів розв'язання геодезичних задач;

- дати обґрунтування різних методів розв'язування головних геодезичних задач, проаналізувати їх щодо точності результату і ефективності.

Зміст навчальної дисципліни направлений на формування наступних компетентностей, визначених проектом стандарту вищої освіти зі спеціальності 184 «Гірництво»:

ЗК1. Здатність до дій в новій ситуації, пов'язаній з роботою за фахом та вміння генерувати нові ідеї в сфері гірництва;

СК10. Володіти основними знаннями про форму та розміри Землі, методи визначення положення точок на поверхні еліпсоїда в системі поверхневих координат, фізичній поверхні Землі чи навколосемного простору в різних системах координат.

Отримані знання з навчальної дисципліни стануть складовими наступних **програмних результатів** навчання за спеціальністю 184 «Гірництво»:

РН1. Діяти в новій ситуації, пов'язаній з роботою за фахом та вміння генерувати нові ідеї в сфері гірництва;

РН16. Вміти визначати положення точок на поверхні еліпсоїда в системі поверхневих координат, точок фізичної поверхні Землі чи навколосемного простору в системі просторових координат.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/4

Розрахункова робота №1 Перехід від геодезичних координат до плоских прямокутних координат Гаусса-Крюгера

Теоретичні відомості

Геодезичні координати

Для визначення місця положення точок земної поверхні в геодезії широко застосовується система геодезичних координат. В цій системі координат положення будь-якої точки простору визначається трьома величинами: геодезичною широтою B , геодезичною довготою L і геодезичною висотою H (рис. 1.1).

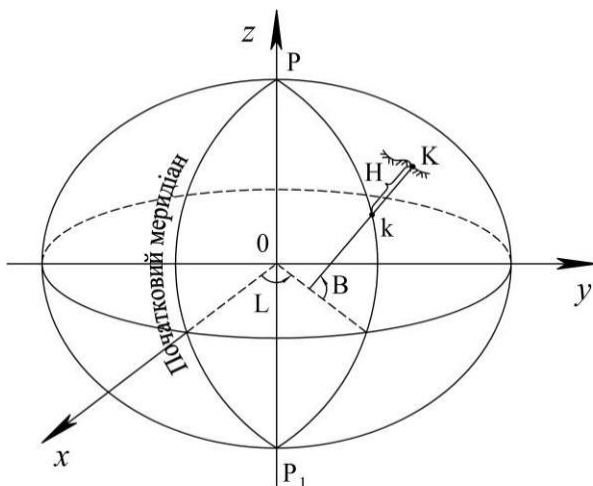


Рис. 1.1. Геодезична система координат

Геодезична широта B – це кут, утворений нормаллю до поверхні земного еліпсоїда в даній точці і площиною його екватора.

Геодезична довгота L – це двограний кут між площиною початкового (Гринвіцького) меридіана і площиною геодезичного меридіана даної точки.

Геодезична висота H – це висота точки над поверхнею земного еліпсоїда, відрахована по нормалі до поверхні еліпсоїда в цій точці.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/5

Для точок, розміщених на поверхні еліпсоїда, геодезичні висоти дорівнюють нулю ($H = 0$).

Під площиною геодезичного меридіана розуміють площину, яка проходить через нормаль до поверхні еліпсоїда в даній точці і паралельна його малій осі.

В геодезичній системі координат напрям на деяку точку визначається *геодезичним азимутом*, під яким розуміється двограний кут між площиною геодезичного меридіана даної точки і площиною, яка проходить через нормаль до неї і даний напрям. Геодезичні азимути відраховуються від напрямку на північ за годинниковою стрілкою від 0° до 360° .

Відлік широт ведеться від 0° до 90° на північ і південь від екватора. Північним широтам надається знак плюс, а південним – мінус. Відлік довгот ведеться від початкового меридіана на захід і схід від 0° до 180° . Західним довготам приписується знак мінус, а східним – знак плюс.

Система геодезичних координат являється загальною для всієї поверхні земного еліпсоїда. Застосовується вона при обробці вимірювань на значних за розмірами територіях або в масштабі всієї Землі.

Плоскі прямокутні координати Гаусса-Крюгера

Так як поверхня земного еліпсоїда, до якої відносяться результати геодезичних і знімальних робіт не розгортаються в площину, то її проєктують на площину за певними законами.

Закони зображення одної поверхні на другій за результатами геодезичних вимірювань називаються *геодезичними проєкціями*. Важливою умовою є забезпечення проєкцією високої точності та простоти обчислення спотворень, користуючись простими формулами.

Цим вимогам відповідає конформна проєкція Гаусса-Крюгера, для застосування якої поверхню Земного еліпсоїда розділяють на зони, обмежені двома меридіанами з різницею довгот в 6° або 3° .

Осьові меридіани шестиградусних зон співпадають з центральними меридіанами листів карти масштабу 1:1000000. Порядковий номер зони визначається за формулою

$$n = N - 30, \quad (1.1)$$

де N – номер колони листа карти масштабу 1:1000000.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/6

Довготи осьових меридіанів шестиградусних зон визначаються за формулою

$$L_0 = 6n - 3, \quad (1.2)$$

де n – номер зони.

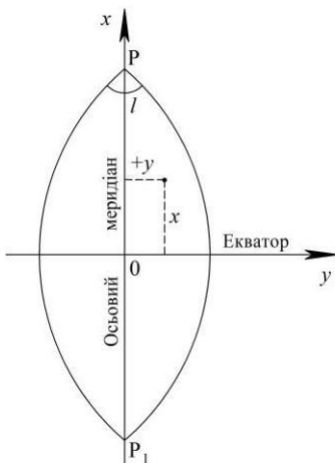


Рис. 1.2. Плоскі прямокутні координати Гаусса-Крюгера

Прямокутні координати x , y в межах зони обчислюються відносно екватора і осьового меридіана, які зображуються прямими лініями (рис. 1.2). В межах України абсциси координат Гаусса-Крюгера додатні; ординати додатні на схід і від'ємні на захід від осьового меридіана. Щоб уникнути від'ємних ординат, точкам осьового меридіана приписують значення $y = 500000$ м з обов'язковим позначенням спереду номера відповідної зони. Наприклад, якщо точка знаходиться в зоні з номером 5 в 35645 м на схід від осьового меридіана, то значення її ординати запишеться так: $y = 5535645$ м; якщо точка знаходиться на захід від осьового меридіана тієї ж зони, наприклад на 126377 м, то ордината цієї точки залишиться у вигляді $y = 5373623$ м.

В конформній проекції кути трикутників триангуляції не спотворюються, тобто залишаються такими, як і на поверхні земного еліпсоїда. Масштаб зображення лінійних елементів на площині

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/7

постійний в даній точці і не залежить від азимутів цих елементів; лінійні спотворення на осьовому меридіані дорівнюють нулю і повільно зростають при віддаленні від нього; на краю шестиградусної зони вони досягають найбільшої величини, рівній 1:1000, а на краю триградусної зони – 1:5000.

Всі лінії на поверхні земного еліпсоїда, за винятком осьового меридіана і екватора, зображуються на площині кривими. Так, наприклад, сторони трикутника з вершинами **1**, **2**, **3**, побудованого на еліпсоїді (рис. 1.3, а), на площині матимуть вигляд кривих (рис. 1.3, б).

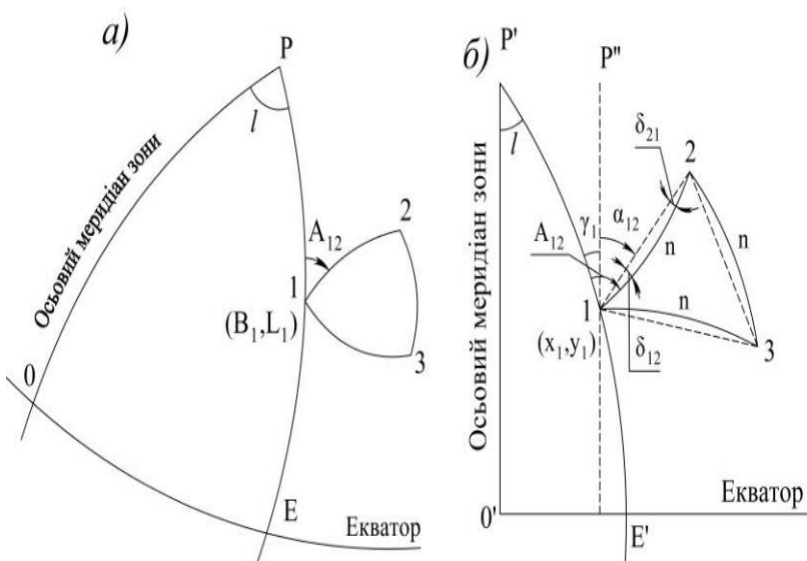


Рис. 1.3. Зображення ліній: а) на поверхні земного еліпсоїда; б) на площині

На рис. 1.3, а прийняті наступні позначення: **OP** – осьовий меридіан зони, довгота якого L_0 ; **EIP** – геодезичний меридіан точки **1**, координати якої B_1, L_1 ; $l = (L_1 - L_0)$ – довгота точки **1** відносно осьового меридіана; A_{12} – геодезичний азимут напрямку **1–2**.

На рис. 1.3, б показано зображення в конформній проекції тих самих ліній і трикутника, що і на рис. 1.3, а; **OP'** – осьовий меридіан зони; **E'IP'** – геодезичний меридіан точки **1**, плоскі прямокутні координати якої x_1, y_1 ; α_{12} – дирекційний кут хорди S_{12} ; **P'I** – лінія, що проходить через точку **1** паралельно осьовому меридіану зони; γ_1 – гауссове зближення меридіанів в точці **1**.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/8

В зв'язку з тим, що в конформній проекції сторони трикутників зображуються на площині кривими лініями, ми не можемо поки застосувати прості формули аналітичної геометрії для розв'язання геодезичних задач. Необхідно криволінійні сторони замінити хордами. Крім того, потрібно мати формули, що дозволяють обраховувати з необхідною точністю плоскі прямокутні координати x , y вихідного пункту в точці I по його геодезичним координатам – широті B і довготі L . Потрібні також формули для зворотного переходу від x , y до B , L з метою контролю правильного перетворення координат із однієї системи до іншої. І нарешті, для обчислення координат x , y наступних вершин трикутника $1, 2, 3$ (рис. 1.3, б) за найпростішими формулами

$$x_{ik} = x_i + s_{ik} \cos \alpha_{ik}; \quad y_k = y_i + s_{ik} \sin \alpha_{ik} \quad (1.3)$$

потрібно визначити дирекційні кути α_{ik} і довжини сторін s_{ik} на площині.

Внаслідок конформності проекції геодезичний азимут на площині можна згідно *рисунка 3, б* навести у вигляді

$$A_{ik} = \alpha_{ik} + \gamma_i - \delta_{ik}, \quad (1.4)$$

де γ – гауссове зближення меридіанів в i -й точці, α_{ik} – дирекційний кут хорди ik на площині, δ_{ik} – кут між криволінійною стороною ink трикутника на площині і її хордою ik . Зазначимо, що кути γ , α і δ відраховуються за годинниковою стрілкою, як додатні величини: кут γ – від зображення меридіана до напрямку осі x , кут α – від осі x до хорди і кут δ – від криволінійної сторони ink до хорди ik , наприклад, на *рис. 1.3, б* кут δ_{13} має знак плюс, а кут δ_{12} – знак мінус.

Дирекційний кут хорди ik дорівнює

$$\alpha_{ik} = A_{ik} - \gamma_i + \delta_{ik}. \quad (1.5)$$

Звідси видно, що для визначення дирекційного кута α_{ik} вихідної сторони потрібно знати гауссове зближення меридіанів γ і поправку δ_{ik} за кривизну зображення сторони трикутника на площині в проекції Гаусса-Крюгера.

Нарешті, необхідно мати формули для переходу від довжини лінії S на поверхні земного еліпсоїда до проекції цієї лінії s на площині.

Таким чином, для математичної обробки геодезичних мереж на площині в проекції Гаусса-Крюгера необхідно:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/9

1. Від геодезичних координат вихідних пунктів мережі перейти до плоских прямокутних координат проекції цих пунктів. З метою контролю слід розв'язати обернену задачу: за прямокутними координатами обчислити геодезичні.

2. Від вихідних довжин і геодезичних азимутів сторін на поверхні земного еліпсоїда перейти до довжин і дирекційних кутів цих сторін на площині.

3. Всі виміряні напрямлення, редуковані на поверхню земного еліпсоїда, виправити поправками за кривизну зображення сторін на площині.

У випадку, коли геодезична мережа охоплює район двох суміжних зон, виникає необхідність перетворення прямокутних координат із однієї зони в іншу.

Обчислення прямокутних координат x, y за геодезичними B, L

Нехай задано геодезичні координати B, L точки, розташованої в зоні із осьовим меридіаном L_0 ; необхідно обчислити плоскі прямокутні координати x, y цієї точки. Для визначення прямокутних координат x, y за геодезичними B, L скористаємося наступними формулами:

$$\left. \begin{aligned} x &= 6367558,4969 \frac{B''}{\rho''} - \left\{ a_0 - \left[0,5 + (a_4 + a_6 l^2 + a_5 l^2) l^2 \right] N \sin B \cos B \right\} l^2 \\ y &= \left[1 + (a_3 + a_5 l^2) l^2 \right] l N \cos B \end{aligned} \right\} (1.6)$$

де $l = \frac{(L - L_0)''}{\rho''}$ – різниця довгот даної точки і осьового меридіану даної зони, вираженій у радіанній мірі;

$$N = 6399698,902 - \left[21562,267 - (108,973 - 0,612 \cos^2 B) \cos^2 B \right] \cos^2 B,$$

$$a_0 = 32140,404 - \left[135,3302 - (0,7092 - 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B \right] \cos^2 B,$$

$$a_4 = (0,25 + 0,00252 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,04166,$$

$$a_6 = (0,166 \cos^2 B - 0,084) \cos^2 B,$$

$$a_3 = (0,3333333 + 0,001123 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,1666667,$$

$$a_5 = 0,0083 - \left[0,1667 - (0,1968 + 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B \right] \cos^2 B.$$

В триангуляції 1 класу широти і довготи обчислюють з точністю до 0,0001''; координати x, y – до 0,001 м. Значення ординат y отримують відносно осьового меридіана зони.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 10

Обчислення геодезичних координат за прямокутними координатами Гаусса-Кругера

Нехай дані прямокутні координати точки x, y і довгота осьового меридіана зони L_0 , потрібно визначити геодезичні координати цієї точки.

Розв'язування даної задачі виконується за формулами:

$$\left. \begin{aligned} B &= B_x - \left[1 - (b_4 - 0,12 z^2) z^2 \right] z^2 b_2 \rho' \\ L &= L_0 + l \\ l &= \left[1 - (b_3 - b_5 z^2) z^2 \right] z \rho' \end{aligned} \right\}, \quad (1.7)$$

де

$$\begin{aligned} B_x &= \beta + \left\{ 50221746 + \left[293622 + (2350 + 22 \cos^2 \beta) \cos^2 \beta \right] \cos^2 \beta \right\} \times \\ &\times 10^{-10} \sin \beta \cos \beta \rho', \\ \beta &= (x/6367558,4969) \rho', \\ z &= y (N_x \cos B_x), \\ N_x &= 6399698,902 - \left[21562,267 - (108,973 - 0,612 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x \right] \cos^2 B_x, \\ b_2 &= (0,5 + 0,003369 \cos^2 B_x) \sin B_x \cos B_x, \\ b_3 &= 0,333333 - (0,166667 - 0,001123 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x, \\ b_4 &= 0,25 + (0,16161 + 0,00562 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x, \\ b_5 &= 0,2 - (0,1667 - 0,0088 \cos^2 B_x) \cos^2 B_x. \end{aligned}$$

Стрілку прогину рамки знімальної трапеції обчислюють за формулою:

$$h = \frac{1}{16\rho''} N_m \sin 2B_m (L_2 - L_1). \quad (1.8)$$

Всі кутові величини потрібно брати в радіанній мірі.

Завдання: визначити масштаб та номенклатуру трапеції, що обмежена широтами B_1 і B_2 та довготами L_1 і L_2 (значення широт і довгот вибираються згідно індивідуального варіанту за двома

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/11

останніми цифрами номера залікової книжки, див. розділ 3, *табл. 3.1*); виконати перехід від геодезичних координат вершин знімальної трапеції до плоских прямокутних координат Гаусса-Крюгера; для північно-східної вершини трапеції визначити зближення γ меридіанів; обчислити стрілку прогину h рамки знімальної трапеції, утвореної широтою B_1 .

Числовий приклад: визначити масштаб та номенклатуру трапеції, що обмежена широтами $B_1 = 50^\circ 40'$, $B_2 = 51^\circ 20'$ та довготами $L_1 = 31^\circ 00'$, $L_2 = 32^\circ 00'$; виконати перехід від геодезичних координат вершин знімальної трапеції до плоских прямокутних координат Гаусса-Крюгера; для північно-східної вершини трапеції визначити зближення γ меридіанів; обчислити стрілку прогину h рамки знімальної трапеції, утвореної широтою $B_1 = 50^\circ 40'$.

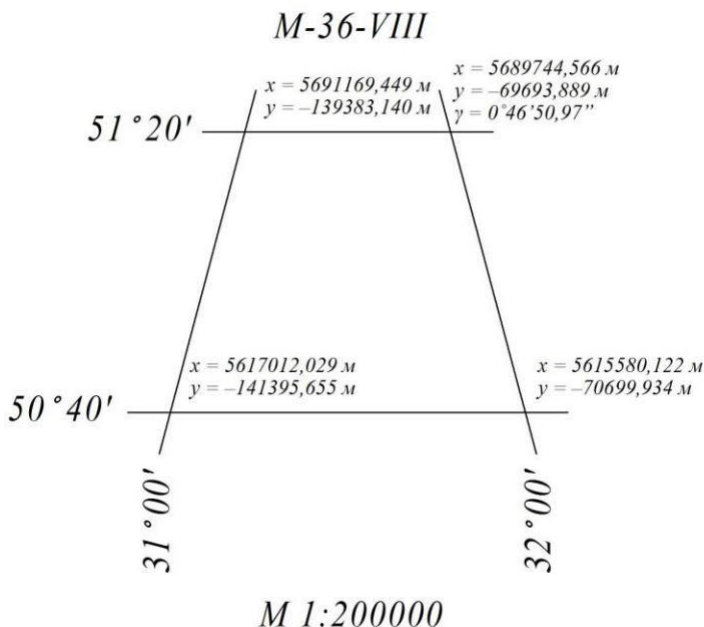


Рис. 1.1. Трапеція масштабу 1:200000, обмежена широтами $B_1 = 50^\circ 40'$, $B_2 = 51^\circ 20'$ та довготами $L_1 = 31^\circ 00'$, $L_2 = 32^\circ 00'$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 12

Таблиця №1.1

**Обчислення прямокутних координат x, y точки в зоні з осьовим меридіаном $L_0 = 33^\circ$ за геодезичними координатами
 $B = 50^\circ 40'$ і $L = 31^\circ 00'$**

№ Дії	Формули	Результати	№ дії	Формули	Результати
1	B°	$50^\circ 40'$	13	a_6	-0,00695450
2	B''	182400	14	a_3	-0,03257157
3	B''/ρ''	0,884300181	15	a_5	-0,02664817
4	$\sin B$	0,7734716	16	$\sin B \cos B$	0,4902502
5	$\cos B$	0,6338310	17	l^2	0,001218470
6	$\cos^2 B$	0,4017417	18	Nl^2	7787,306
7	$l^\circ = L - L_0$	$-2^\circ 00'$	19	$6367558,4969 B''/\rho''$	5630833,132
8	l''	-7200	20	x	5617012,029 м
9	$l = l''/\rho''$	-0,034906586	21	$1 + (a_3 + a_5 l^2) l^2$	0,99996027
10	N	6391053,988	22	$[21] \cdot \cos B$	-0,02212100
11	a_0	32086,150	23	y	-141395,655 м
12	a_4	0,05918214			

Таблиця №1.2

**Обчислення прямокутних координат x, y точки в зоні з осьовим меридіаном $L_0 = 33^\circ$ за геодезичними координатами
 $B = 51^\circ 20'$ і $L = 31^\circ 00'$**

№ Дії	Формули	Результати	№ Дії	Формули	Результати
1	B°	$51^\circ 20'$	13	a_6	-0,00749497
2	B''	184800	14	a_3	-0,03637536
3	B''/ρ''	0,89593571	15	a_5	-0,02654652
4	$\sin B$	0,7807940	16	$\sin B \cos B$	0,4878311
5	$\cos B$	0,6247885	17	l^2	0,001218470
6	$\cos^2 B$	0,3903607	18	Nl^2	7787,604
7	$l^\circ = L - L_0$	$-2^\circ 00'$	19	$6367558,4969 B''/\rho''$	5704923,0420
8	l''	-7200	20	x	5691169,449 м
9	$l = l''/\rho''$	-0,0349066	21	$1 + (a_3 + a_5 l^2) l^2$	0,99995564
10	N	6391298,410	22	$[21] \cdot \cos B$	-0,02180827
11	a_0	32087,684	23	y	-139383,140 м
12	a_4	0,05631417			

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 13

Таблиця №1.3

Обчислення прямокутних координат x, y точки в зоні з осьовим меридіаном $L_0 = 33^\circ$ за геодезичними координатами $B = 50^\circ 40'$ і $L = 32^\circ 00'$

№ Дії	Формули	Результати	№ дії	Формули	Результати
1	B°	$50^\circ 40'$	13	a_6	-0,00695450
2	B''	182400	14	a_3	-0,03257157
3	B''/ρ''	0,884300181	15	a_5	-0,0266482
4	$\sin B$	0,7734716	16	$\sin B \cos B$	0,4902502
5	$\cos B$	0,6338310	17	l^2	0,000304617
6	$\cos^2 B$	0,4017417	18	NI^2	1946,826
7	$l^\circ = L - L_0$	$-1^\circ 00'$	19	$6367558,4969 B''/\rho''$	5630833,1320
8	l''	-3600	20	x	5615580,122 м
9	$l = l''/\rho''$	-0,017453293	21	$l + (a_3 + a_5 l^2) l^2$	0,99999008 м
10	N	6391053,988	22	$[21] \cdot \cos B$	-0,01106233
11	a_0	32086,150	23	y	-70699,934 м
12	a_4	0,05918214			

Таблиця №1.4

Обчислення прямокутних координат x, y точки в зоні з осьовим меридіаном $L_0 = 33^\circ$ за геодезичними координатами $B = 51^\circ 20'$ і $L = 32^\circ 00'$

№ Дії	Формули	Результати	№ дії	Формули	Результати
1	B°	$51^\circ 20'$	13	a_6	-0,00749497
2	B''	184800	14	a_3	-0,03637536
3	B''/ρ''	0,895935710	15	a_5	-0,0265465
4	$\sin B$	0,7807940	16	$\sin B \cos B$	0,4878311
5	$\cos B$	0,6247885	17	l^2	0,000304617
6	$\cos^2 B$	0,3903607	18	NI^2	1946,901
7	$l^\circ = L - L_0$	$-1^\circ 00'$	19	$6367558,4969 B''/\rho''$	5704923,0420
8	l''	-3600	20	x	5689744,566 м
9	$l = l''/\rho''$	-0,017453293	21	$l + (a_3 + a_5 l^2) l^2$	0,999988917
10	N	6391298,410	22	$[21] \cdot \cos B$	-0,01090450
11	a_0	32087,684	23	y	-69693,889 м
12	a_4	0,05631417			

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 14

Таблиця №1.5

Обчислення геодезичних координат B і L точки в зоні з осьовим меридіаном $L_0 = 33^\circ$ за прямокутними координатами $x = 5689744,566$ м, $y = -69693,889$ м

№ Дії	Формули	Результати	№ Дії	Формули	Результати
1	$\beta, \text{рад.}$	0,893551991	14	b_2	0,24454882
2	β''	184308,3227	15	b_3	0,26845593
3	β°	51°11'48,3227"	16	b_4	0,31393051
4	$\sin\beta$	0,7793025	17	b_5	0,13627945
5	$\cos\beta$	0,6266479	18	$N_x \cos B_x$	3992839,0320
6	$\cos^2\beta$	0,3926876	19	z	-0,01745472 м
7	$B_x, \text{рад.}$	0,896010209	20	z^2	0,00030467
8	B_x''	184815,3665	21	$[1-(b_4-0,12z^2)z^2]z$	-0,01745305 м
9	B_x°	51°20'15,3668"	22	$[21]\rho''$	-3599,9501
10	$\sin B_x$	0,7808406	23	B	51°20'
11	$\cos B_x$	0,6247303	24	$[1-(b_3-b_5z^2)z^2]z$	-0,017453293
12	$\cos^2 B_x$	0,3902880	25	$l=\rho''[24]$	-1°00'0,0021"
13	N_x	6391299,9710	26	$L=L_0+l$	32°00'

Для обчислення зближення меридіанів в точці з геодезичними координатами $B=51^\circ 20'$ і $L=32^\circ 00'$ використовуємо формулу (2.13):

$$\gamma = \left\{ 1 + \left[(0,33333 + 0,00674 \cdot \cos^2 51^\circ 20') + (0,2 \cdot \cos^2 51^\circ 20' - 0,0067) \cdot 0,000304617 \right] \cdot 0,000304617 \cdot \cos^2 51^\circ 20' \right\} \times 0,017453293 \cdot \sin 51^\circ 20' \cdot 206264,8 = 2810,97'' = 0^\circ 46' 50,97'' .$$

Стрілку прогину рамки знімальної трапеції обчислюємо за формулою (1.8):

$$h = \frac{1}{16 \cdot 206264,8} \cdot 6391176 \cdot \sin(2 \cdot 50^\circ 40') \cdot (0,558505 - 0,541052) = 0,033 \text{ м} = 33 \text{ мм} ,$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 15

де a – велика піввісь еліпсоїда (еліпсоїд Красовського),
 $a = 6378245$ м;

e^2 – квадрат першого ексцентриситету (еліпсоїд Красовського),
 $e^2 = 0,00669342$;

$$N_m = 6378245 \frac{1 - 0,25 \cdot 0,00669342 \cdot \sin^2 51 00'}{1 - 0,75 \cdot 0,00669342 \cdot \sin^2 51 00'} = 6391176 \text{ м.}$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/16

Розрахункова робота №2

Редукування геодезичних вимірювань з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера

Теоретичні відомості

Редукування відстаней з еліпсоїда на площину.

Для переходу від довжини S_{ik} геодезичної лінії на еліпсоїді до її довжини s_{ik} на площині в проекції Гаусса-Крюгера застосовується загальна формула

$$s_{ik} = m S_{ik}, \quad (2.1)$$

де m_{ik} – середній масштаб зображення.

Точність визначення цього масштабу залежить від довжини лінії s_{ik} і її відстані від осевого меридіана зони, тобто від величини середньої ординати кінців лінії, $y_m = (y_i + y_k) / 2$.

Формулу (2.1) для обчислення довжини сторони s_{ik} на площині запишемо у вигляді

$$s_{ik} = S_{ik} + \Delta S_{ik}, \quad (2.2)$$

де ΔS_{ik} – поправка в довжину S_{ik} на еліпсоїді.

В геодезичних мережах 1 класу поправка ΔS_{ik} вираховується до 0,001 м за формулою

$$\Delta S_{ik} = f' \left| y_m^2 + \frac{\Delta y^2}{12} + \frac{y_m^4}{12R_m^2} \right|_{ik}, \quad (2.3)$$

де $\Delta y = y_k - y_i$, $f' = \frac{1}{2R_m^2}$, R_m – середній радіус кривизни земного

еліпсоїда. Після цих введень можемо переписати формулу (2.4) у кінцевому варіанті

$$\Delta S_{ik} = \left(\frac{y_m^2}{2R_m^2} + \frac{\Delta y^2}{24R_m^2} + \frac{y_m^4}{24R_m^4} \right) |S_{ik}|, \quad (2.4)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 17

В геодезичних мережах 2 класу для обчислення поправок ΔS_{ik} обмежуються двома членами формули

$$\Delta S_{ik} = \left(\frac{y^2}{2R_m^2} + \frac{\Delta y^2}{24R_m^2} \right) S_{ik}, \quad (2.5)$$

в мережах нижчих класів достатньо обмежитись формулою

$$\Delta S_{ik} = \frac{y^2}{2R_m^2} S_{ik}. \quad (2.6)$$

Для обчислення поправок ΔS_{ik} за формулами (2.4), (2.5), (2.6) в геодезичних мережах 1, 2, 3 і 4 класів необхідно знати ординати відповідно з точністю 1 м, 10 м, 100 м і 100 м; похибки в абсцисах не впливають на точність визначення поправок.

Обчислення поправок в горизонтальні напрямлення за кривизну зображення геодезичних ліній на площині.

Поправки в пряме δ_{12} і обернене δ_{21} напрямлення на пунктах триангуляції і полігонометрії 1 класу обчислюють до 0,001", при довжинах сторін до 60 км застосовують формули

$$\delta_{12}'' = -f_m \Delta x_m \left\{ y_m - \frac{\Delta y}{6} - \frac{y_m^3}{3R_m^2} \right\} - \left\{ \frac{\eta^2 \operatorname{tg} B}{R_m} \frac{\Delta y}{m} y_m^2 \rho' \right\}, \quad (2.7)$$

$$\delta_{21}'' = +f_m \Delta x_m \left\{ y_m + \frac{\Delta y}{6} - \frac{y_m^3}{3R_m^2} \right\} + \left\{ \frac{\eta^2 \operatorname{tg} B}{R_m} \frac{\Delta y}{m} y_m^2 \rho' \right\},$$

де

$$\left. \begin{aligned} f_m &= \frac{\rho'}{2R_m^2}; R_m = \sqrt{MN}; \\ \Delta x &= x_2 - x_1; \Delta y = y_2 - y_1; y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}; \\ B_m &= \frac{B_1 + B_2}{2}; \eta^2 = e'^2 \cos^2 B; e'^2 = 0,00673853 \end{aligned} \right\}. \quad (2.8)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/18

Величини M і N , необхідні для обчислення середнього радіуса кривизни еліпсоїда R_m у точці з широтою B_m , можна обчислити за наступними формулами:

$$M = a \frac{1 + 0,25e^2 \sin^2 B_m}{1 - 1,25e^2 \sin^2 B_m},$$

$$N_m = a \frac{1 - 0,25e^2 \sin^2 B_m}{1 - 0,75e^2 \sin^2 B_m},$$

де a – велика піввісь еліпсоїда (еліпсоїд Красовського),
 $a = 6378245$ м;

e^2 – квадрат першого ексцентриситету (еліпсоїд Красовського), $e^2 = 0,00669342$.

У формулі (2.7) величини R_m , y_m , Δx і Δy виражають в кілометрах; ординати y відрховують від осового меридіана.

Для триангуляції і полігонометрії 2-4 класів формули (2.7) спрощуються і приймають вигляд

$$\left. \begin{aligned} \delta''_{12} &= -f_m (x_2 - x_1) \left(y_m - \frac{y_2 - y_1}{6} \right) \\ \delta''_{21} &= +f_m (x_2 - x_1) \left(y_m + \frac{y_2 - y_1}{6} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

При $S = 50$ км і $y \leq 120$ км формулами (2.9) можна користуватися і в триангуляції 1 класу.

При обчисленні поправок δ_{ik} з точністю $0,1''$ можна користуватися більш простою формулою

$$\delta''_{12} = -\delta''_{21} = -0,00253 (x_2 - x_1) y_m. \quad (2.10)$$

Необхідно відмітити, що поправки δ_{12} і δ_{21} , обчислені за формулами (2.7), (2.9), (2.10), алгебраїчно додають до значень вимірених напрямлень.

Введенням поправок δ_{ik} в виміряні напрямлення здійснюється перехід від кутів між криволінійними сторонами трикутника до кутів між хордами, що стягують кінці цих сторін. В результаті цього сума кутів в трикутнику зменшується на величину його сферичного

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 19

надлишку ε . Це використовується як контроль обчислення цих поправок: сума поправок δ_i в кути A, B, C трикутника повинна дорівнювати сферичному надлишку з оберненим знаком, тобто $\delta_A + \delta_B + \delta_C = -\varepsilon$, де поправки δ_i в кути знаходяться як різниці поправок правого δ_{ik} і лівого δ_{ij} напрямлень, що утворюють даний кут:

$$\delta_i = \delta_{ik} - \delta_{ij}.$$

Для обчислення поправок δ_{ik} за формулами (2.7), (2.9), (2.10) абсиси потрібно знати з точністю 1-2 м в триангуляції 1 класу, до 10 м в геодезичних мережах 2 класу і до 100 м в мережах згущення. Похибки в ординатах не впливають на точність обчислення поправок.

Найбільш високі вимоги до точності визначення прямокутних координат, необхідних для редукування відстаней і напрямлень на площину, висуваються в триангуляції і полігонометрії 1 класу (1-2 м). Такі вимоги потребують вже на першому етапі введення наближених поправок S_{ik} і δ_{ik} в довжини сторін і направлення за наближеними координатами. Таким чином, координати і поправки для приведення триангуляції і полігонометрії 1 класу на площину визначають послідовними наближеннями.

Перехід від геодезичних азимутів до дирекційних кутів

Дирекційний кут α_{12} хорди s_{12} , що з'єднує точки 1 і 2 на площині при заданому значенні азимута A_{12} геодезичної лінії на поверхні еліпсоїда між цими точками, визначається за формулою

$$\alpha_{12} = A_{12} - \gamma_1 + \delta_{12}, \quad (2.11)$$

де γ_1 – гауссове зближення меридіанів на площині в точці 1; δ_{12} – поправка за кривизну зображення геодезичної лінії.

Для обчислення зближення меридіанів γ_1 , в заданій точці існує ряд формул. Використаємо деякі з них. В триангуляції 1 класу, де кут γ_1 потрібно знати до $0,001''$, зближення меридіанів обчислюють за прямокутними координатами по формулі

$$\gamma_1 = \left\{ 1 - \left[\left(0,33333 - 0,00225 \cos^4 B \right) - \left(0,2 - 0,067 \cos^2 B \right) z_2 \right] z_2 \right\} z \sin B \rho' \quad (2.12)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 20

Якщо задані геодезичні координати точки B_1 , $l = L_1 - L_0$, то замість (2.12) використовують формулу

$$\gamma_1 = \left\{ 1 + \left[\left(0,33333 + 0,00674 \cos^2 B_1 \right) + \left(0,2 \cos^2 B_1 - 0,0067 \right) l^2 \right] l^2 \cos^2 B_1 \right\} l \sin B_1 \rho'' \quad (2.13)$$

При вимогах до точності обчислень кута γ_1 (до $0,01''$) можна користуватися формулою

$$\gamma = l \sin B + \frac{1}{3} \cdot \frac{l_3}{\rho'^2} \sin B \cos^2 B (1 + 3\eta), \quad (2.14)$$

де l – різниця довгот меридіана даної точки і осьового меридіана зони;

B – геодезична широта точки;

$\eta^2 = e'^2 \cos^2 B$; e' – другий ексцентриситет земного еліпсоїда.

Якщо кут γ потрібно вирахувати з точністю до $0,1''$, то формулу (2.14) можна спростити:

$$\gamma = l \sin B + \frac{1}{3} \cdot \frac{l_3}{\rho'^2} \sin B \cos^2 B. \quad (2.15)$$

При визначенні кута γ з точністю до $0,1'$ в межах шестиградусної зони можна використати формулу

$$\gamma = l \sin B. \quad (2.16)$$

Необхідно зауважити, що знак зближення меридіанів γ співпадає зі знаком різниці довгот $l = L_i - L_0$, де L_0 – довгота осьового меридіана зони, L_i – довгота точки.

Завдання: виконати редукування трикутника триангуляції 1 класу з еліпсоїда Красовського на площину в проекції Гаусса-Крюгера та обчислити прямокутні координати його вершин за наступними вихідними даними: геодезичні координати B_A , L_A вихідної точки A , довжина вихідної сторони b , азимут вихідної сторони A_{AC} , вимірні

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 21

сферичні кути трикутника $A = 50\ 20'19,41''$, $B = 62\ 12'44,54''$, $C = 67\ 26'58,43''$ (числові значення зазначених вище величин вибираються згідно індивідуального варіанту за двома останніми цифрами номера залікової книжки, див. *розділ 3, табл. 3.2*).

Числовий приклад: виконати редукування трикутника триангуляції 1 класу з еліпсоїда Красовського на площину в проекції Гаусса-Крюгера та обчислити прямокутні координати його вершин за наступними вихідними даними: геодезичні координати вихідної точки A $B_A = 52\ 35'44,6278''$, $L_A = 28\ 25'43,2822''$; довжина вихідної сторони $b = 44797,282$ м; азимут вихідної сторони $A_{AC} = 45\ 29'34,268''$; виміряні сферичні кути трикутника $A = 50\ 20'19,41''$, $B = 62\ 12'44,54''$, $C = 67\ 26'58,43''$.

1. Обчислюємо прямокутні координати x_A , y_A вихідної точок A за геодезичними координатами (робочі формули наведені в розрахунковій роботі №1). Результати обчислень подано в *таблиці 2.1*.

Таблиця 2.1

Обчислення прямокутних координат x_A , y_A точки в зоні з осьовим меридіаном $L = 27$ за геодезичними координатами

$$B = 52\ 35'44,6278'' \text{ і } L = 28\ 25'43,2822''$$

№ дії	Формули	Результати	№ дії	Формули	Результати
1	B°	$52^\circ 35'44,6278''$	13	a_6	-0,00839415
2	B''	189344,6278	14	a_3	-0,04352138
3	B''/ρ''	0,917968688	15	a_5	-0,02621439
4	$\sin B$	0,7943694	16	$\sin B \cos B$	0,4825278
5	$\cos B$	0,6074350	17	l^2	0,000621771
6	$\cos^2 B$	0,3689773	18	Nl^2	3974,210
7	$l' = L - L_0$	$1^\circ 25'43,2822''$	19	$6367558,4969B''/\rho''$	5845219,310
8	l''	5143,2822	20	x	5830693,622
9	$l = l''/\rho''$	0,024935337	21	$1 + (a_3 + a_5 l^2)$	0,99997293
10	N	6391757,720	22	$ 21 \cdot \cos B$	0,01514619
11	a_0	32090,567	23	y	96810,777
12	a_4	0,05092742			

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 22

2. Виконуємо контрольні обчислення геодезичних координат B_A і L_A вихідного пункту A за прямокутними координатами x_A , y_A (робочі формули наведені в розрахунковій роботі №1). Результати обчислень наведено в таблиці №2.2.

Таблиця №2.2

Обчислення геодезичних координат B_A і L_A точки в зоні з осьовим меридіаном $L_0 = 27$ за прямокутними координатами

$$x_A = 5830693,614 \text{ м}, y_A = 96810,759 \text{ м}$$

№ дії	Формули	Результати	№ дії	Формули	Результати
1	$\beta, \text{рад.}$	0,915687484	14	b_2	0,24184371
2	β''	188874,0958	15	b_3	0,27201361
3	β°	52°27'54,0958"	16	b_4	0,3103715
4	$\sin\beta$	0,7929816	17	b_5	0,1397128
5	$\cos\beta$	0,6092456	18	$N_x \cos B_x$	3881815,865
6	$\cos^2\beta$	0,3711802	19	z	0,02493956
7	$B_x, \text{рад.}$	0,918119081	20	z^2	0,00062198
8	B_x''	189375,6487	21	$[1-(b_4-0,12z^2)z^2]z$	0,02493474
9	B_x°	52°36'15,6487"	22	$[2] \rho''$	5143,1604
10	$\sin B_x$	0,7944607	23	B	52°35'44,6278"
11	$\cos B_x$	0,6073156	24	$[1-(b_3-b_5z^2)z^2]z$	0,024935337
12	$\cos^2 B_x$	0,3688322	25	$l=\rho''/24$	1°25'43,2822"
13	N_x	6391760,837	26	$L=L_0+l$	28°25'43,2822"

3. Обчислюємо зближення меридіанів γ_A у вихідному пункті A по прямокутним координатам за формулою (2.12):

$$\gamma_A = \left\{ 1 - \left[\left(0,33333 - 0,00225 \cdot \cos^4 52^\circ 35' 44,6278'' \right) - \left(0,2 - 0,067 \cdot \cos^2 52^\circ 35' 44,6278'' \right) \cdot 0,00062198 \right] \cdot 0,00062198 \right\} \times 0,02493956 \cdot \sin 52^\circ 35' 44,6278'' \cdot 206264,8 = 4085,981'' = 1^\circ 08' 05,981''.$$

4. Обчислюємо зближення меридіанів γ_A у вихідному пункті A по геодезичним координатам за формулою (2.13):

$$\gamma_A = \left\{ 1 + \left[\left(0,33333 + 0,00674 \cdot \cos^2 52^\circ 35' 44,6278'' \right) + \left(0,2 \cdot \cos^2 52^\circ 35' 44,6278'' - 0,0067 \right) \cdot 0,000621771 \right] \right\} \times 0,000621771 \cdot \cos^2 52^\circ 35' 44,6278'' \cdot 0,02493534 \cdot \sin 52^\circ 35' 44,6278'' \times 206264,8 = 4085,981'' = 1^\circ 08' 05,981''.$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 23

5. Обчислюємо довжини сторін в першому наближенні:

Таблиця №2.3

**Обчислення довжин сторін трикутника триангуляції
в першому наближенні**

Вершина трикутника	Кут на еліпсоїді	Синус кута	Довжина сторони, м
A	50°20'19,41"	0,76983	38981,656
B	62°12'44,54"	0,88468	44797,282
C	67°26'58,43"	0,92354	46765,024

6. Будуємо схему трикутника в масштабі 1:200000 за координатами вихідної точки $x_A = 5830693,615 \text{ м}$, $y_A = 96810,777 \text{ м}$; довжиною

вихідної сторони $b = 44797,282 \text{ м}$; вимірними кутами $A = 50\ 20'19,41''$, $B = 62\ 12'44,54''$, $C = 67\ 26'58,43''$ та азимутом вихідної сторони $A_{AC} = 45\ 29'34,268''$. Знімаємо зі схеми наближені координати точок B і C:

$$x_B = 5825,9 \text{ км}, y_B = 143,3 \text{ км};$$

$$x_C = 5862,1 \text{ км}, y_C = 128,8 \text{ км}.$$

7. Обчислюємо значення поправок δ_{ik} та ΔS в першому наближенні за формулами 2.10 та 2.6 відповідно.

Обчислення значення поправок δ_{ik}		та ΔS в першому наближенні		Таблиця №2.4
Позначення	A, B	A, C	C, B	
$x_1, \text{км}$	5830,7	5830,7	5862,1	
$x_2, \text{км}$	5825,9	5862,1	5825,9	
$\Delta x = x_2 - x_1$	-4,8	31,4	-36,2	
$y_1, \text{км}$	96,8	96,8	128,8	
$y_2, \text{км}$	143,3	128,8	143,3	
$y_m, \text{км}$	120,1	112,8	136,1	
$y_m^2, \text{км}$	14424	12724	18523	
$S, \text{км}$	47	45	39	
δ''_{12}	1	-9	12	
δ''_{21}	-1	9	-12	
$\Delta S, \text{м}$	8	7	9	

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 24

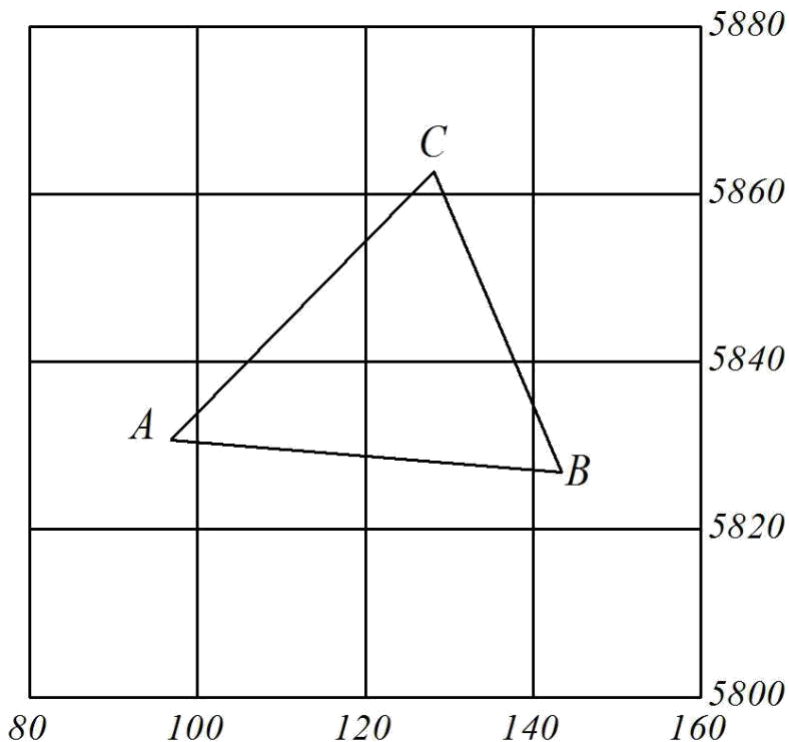


Рис. 2.1. Схема трикутника триангуляції 1 класу в М 1:200000

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 25

8. Обчислюємо дирекційний кут α_{AC} вихідної сторони в першому наближенні:

$$\begin{aligned}
 A_{AC} &= 45\ 29'34'' \\
 -\gamma_A &= -1\ 08'06'' \\
 +\delta_{AC} &= -0\ 00'09'' \\
 \hline
 \alpha_{AC} &= 44\ 21'19''
 \end{aligned}$$

9. Обчислення поправок δ_i в кути в першому наближенні:

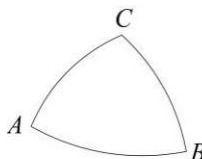
$$\begin{aligned}
 \delta_A &= \delta_{AB} - \delta_{AC} = 1 - (-9) = 10'', \\
 \delta_B &= \delta_{BC} - \delta_{BA} = -12 - (-1) = -11'', \\
 \delta_C &= \delta_{CA} - \delta_{CB} = 9 - 12 = -3''.
 \end{aligned}$$

10. Обчислюємо координати вершин трикутника B і C в першому наближенні і поправок δ (формула 2.7) та ΔS (формула 2.4) в другому наближенні (таблиця №1.5).

Для обчислення значень B_m необхідно обчислити геодезичні координати точок B і C за обчисленими в першому наближенні координатами $x_B, y_B; x_C, y_C$ відповідно. Результати обчислень наведено в таблицях №1.6 і 1.7.

Таблиця №2.5

Обчислення координати вершин трикутника B і C в першому наближенні і поправок δ та ΔS в другому наближенні

Позначення	A, C	A, B	C, B	Примітки
α		44°21'19"	224°21'19"	
кут		+50°20'19"	-67°26'58"	
α_{12}	44°21'19"	94°41'38"	156°54'21"	
S , км	44,797	46,765	38,982	
ΔS , м	7	8	9	
s , м	44,804	46,773	38,991	
$\cos \alpha_{12}$	+0,71502	-0,08183	-0,91986	
$\sin \alpha_{12}$	+0,69911	+0,99665	+0,39224	
x_1 , км	5830,694	5830,694	5862,730	
Δx , км	+32,036	-3,827	-35,866	

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/26

Продовження таблиці №2.5

Позначення	A, C	A, B	C, B	Примітки
x ₂ , км	5862,730	5826,867	5826,864	
y ₁ , км	+96,811	+96,811	+128,134	
Δy, км	+31,323	+46,616	+15,294	Δy = s sin α ₁₂
y ₂ , км	+128,134	+143,427	+143,428	
y _m , км	+112,473	+120,119	+135,781	$y_m = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$
1/6 Δy, км	+5,221	+7,769	+2,549	
y _m - 1/6 Δy	+107,252	+112,350	+133,232	
y _m + 1/6 Δy	+117,694	+127,888	+138,330	
-IIIδ	-0,01	-0,01	-0,02	$III\delta = \frac{y_m^3}{3R_m}$
σ ₁	+107,24	+112,34	+133,21	$\sigma_1 = y_m - \frac{1}{6}\Delta y - III\delta$
σ ₂	+117,68	+127,88	+138,31	$\sigma_2 = y_m + \frac{1}{6}\Delta y - III\delta$
B _m	52°44'30"	52°34'30"	52°43'00"	
f _m	0,0025307	0,0025307	0,0025307	
δ ₁₂ '	-8,694	+1,088	+12,091	$\delta_{12} = -f_m \sigma_{m1}$
-δ'	-0,001	-0,002	-0,001	$\delta' = \frac{\eta^2 \operatorname{tg} B_m (y_2 - y_1)}{R_m}$
δ ₁₂	-8,695	+1,086	+12,090	$\eta^2 = e^2 \cos^2 B_m$
δ ₂₁ '	+9,541	-1,239	-12,554	$\delta_{21} = f_m \sigma_{m2}$
+δ'	+0,001	+0,002	+0,001	
δ ₂₁	+9,542	-1,237	-12,553	
R _m	6383,770			
y _m / R _m	0,0176186			
Δy / R _m	0,004907			
s/2	22399			
(y _m / R _m) ²	0,003104			
) ² s / 24	1867			
(y _m / R _m) ² + + (y _m / R _m) ⁴	0,0003105			
ΔS	7,532			

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 27

Примітка: f_m вибирається із таблиці №2.8 по аргументу B_m

Таблиця №2.6

Обчислення геодезичних координат B_V і L_V точки в зоні з осьовим меридіаном $L = 27$ за прямокутними координатами

$$x_V = 5826,861 \text{ км}, y_V = 143,427 \text{ км}$$

№ дії	Формули	Результати	№ дії	Формули	Результати
1	$\beta, \text{рад.}$	0,915086216	14	b_2	0,24192344
2	β''	188750,0753	15	b_3	0,27191750
3	β°	52°25'50,0753"	16	b_4	0,31046757
4	$\sin\beta$	0,7926151	17	b_5	0,13961995
5	$\cos\beta$	0,6097223	18	$N_x \cos B_x$	3884856,850
6	$\cos^2\beta$	0,3717612	19	z	0,03691951 м
7	$B_x, \text{рад.}$	0,917518599	20	z^2	0,00136305
8	B_x''	189251,7902	21	$[1-(b_4-0,12z^2)z^2]z$	0,03690389 м
9	B_x°	52°34'11,7902"	22	$[21]\rho''$	7611,9738
10	$\sin B_x$	0,7940959	23	B	52°33'
11	$\cos B_x$	0,6077925	24	$[1-(b_3-b_5z^2)z^2]z$	0,036905833
12	$\cos^2 B_x$	0,3694117	25	$l=\rho''[24]$	2°06'52,3749"
13	N_x	6391748,3870	26	L=L₀+l	29°07'

Таблиця №2.7

Обчислення геодезичних координат B_C і L_C точки в зоні з осьовим меридіаном $L_0 = 27$ за прямокутними координатами

$$x_C = 5862,726 \text{ м}, y_C = 128,137 \text{ км}$$

№ дії	Формули	Результати	№ дії	Формули	Результати
1	$\beta, \text{рад.}$	0,920718045	14	b_2	0,24116307
2	β''	189911,7233	15	b_3	0,27281650
3	β°	52°45'11,7233"	16	b_4	0,30956918
4	$\sin\beta$	0,7960364	17	b_5	0,14048861
5	$\cos\beta$	0,6052487	18	$N_x \cos B_x$	3856318,6350
6	$\cos^2\beta$	0,3663260	19	z	0,03322780 м
7	$B_x, \text{рад.}$	0,923142926	20	z^2	0,00110409
8	B_x''	190411,8910	21	$[1-(b_4-0,12z^2)z^2]z$	0,03321645 м
9	B_x°	52°53'31,8910"	22	$[21]\rho''$	6851,3848
10	$\sin B_x$	0,7975017	23	B	52°53'
11	$\cos B_x$	0,6033167	24	$[1-(b_3-b_5z^2)z^2]z$	0,033217801
12	$\cos^2 B_x$	0,3639910	25	$l=\rho''[24]$	1°54'11,6600"
13	N_x	6391864,8390	26	L=L₀+l	28°54'

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 28

Таблиця №2.8

Таблиця величин f і f'

B	x , км	$f = \frac{\rho''}{2R^2}$ <small>$\frac{m}{m}$</small>	$f' = \frac{1}{2R^2}$ <small>$\frac{m}{m}$</small>
44°	4874	0,0025357	$1,22935 \times 10^{-8}$
46°	5096	0,0025345	$1,22877 \times 10^{-8}$
48°	5319	0,0025333	$1,22820 \times 10^{-8}$
50°	5541	0,0025322	$1,22763 \times 10^{-8}$
52°	5763	0,0025310	$1,22706 \times 10^{-8}$
54°	5986	0,0025299	$1,22651 \times 10^{-8}$
56°	6209	0,0025287	$1,22597 \times 10^{-8}$

11. Обчислюємо поправки δ_i в кути в другому наближенні:

$$\delta_A = \delta_{AB} - \delta_{AC} = 1,087 - (-8,695) = 9,782'',$$

$$\delta_B = \delta_{BC} - \delta_{BA} = -12,554 - (-1,238) = -11,316'',$$

$$\delta_C = \delta_{CA} - \delta_{CB} = 9,542 - 12,091 = -2,549''.$$

Контроль: $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = -\varepsilon$;

$$\sum \delta_i = 9,782 + (-11,316) + (-2,549) = -4,083'';$$

Обчислення значення сферичного надлишку виконується за алгоритмом, наведеним в таблиці №2.9.

Робочі формули:

$$D_I = \frac{b^2 \sin A \sin C}{\sin B},$$

$$\varepsilon = f D_I.$$

Таблиця №2.9

Обчислення сферичного надлишку

Елементи формули	Значення обчислень	Елементи формули	Значення обчислень
f	0,0025307	$b^2 \sin A \sin C$	1426,78
b^2	2006,80	$\sin B$	0,884682
$\sin A$	0,769831	D_I	1612,76
$\sin C$	0,923542	ε	4,081''
$\sin A \sin C$	0,710971		

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 29

12. Виконуємо остаточно розв'язок трикутника на площині.

Таблиця №2.10

Розв'язок трикутника на площині

Вершина	Виміряні сферичні кути	$\frac{-\omega}{3}$	Урівняні сферичні кути	δ_i	Урівняні плоскі кути B_1 A_1 C_1	Синуси кутів плоского трикутника	Довжини сторін плоского трикутника, м
B	62°12'44,54"	0,57"	62°12'45,11"	-11,31"	62°12'33,80"	0,88465739	44804,814
A	50°20'19,41"	0,56"	50°20'19,97"	+9,78"	50°20'29,75"	0,76986310	38990,884
C	67°26'58,43"	0,57"	67°26'59,00"	-2,55"	67°26'56,45"	0,92353863	46774,014
Σ	180°00'02,38"		180°00'04,08"		180°00'00,00"		
ε	04,08"						
ω	-01,70"						

13. Обчислюємо точне значення вихідного дирекційного кута α_{AC} :

$$A_{AC} = 45\ 29'34,268''$$

$$-\gamma_A = -1\ 08'05,981''$$

$$+\delta_{AC} = -0\ 00'08,695''$$

$$\alpha_{AC} = 44\ 21'19,592''$$

14. Обчислюємо остаточно значення координат (таблиця №2.11).

Таблиця №2.11

Обчислення остаточно значень координат

Позначення	A, C	A, B	C, B
α		44°21'19,592"	224°21'19,592"
кут		+50°20'29,75"	-67°26'56,45"
α_{12}	44°21'19,592"	94°41'49,342"	156°54'23,142"
$\cos\alpha_{12}$	0,71501658	-0,08188701	-0,91986551
s , м	44804,814	46774,014	38990,884
$\sin\alpha_{12}$	0,69910745	0,99664162	0,39223391
x_1	5830693,622	5830693,622	5862729,807
Δx	32036,185	-3830,184	-35866,369
x_2	5862729,807	5826863,438	5826863,438
y_1	96810,777	96810,777	128134,159
Δy	31323,382	46616,929	15293,547
y_2	128134,159	143427,706	143427,706

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 30

Розрахункова робота №3

Редукування вимірних елементів геодезичної мережі з фізичної поверхні на поверхню референц-еліпсоїда

Теоретичні відомості

Редукування похилих віддалей

Якщо D – виміряна похила віддаль між віддалеміром на пункті A і відбивачем на пункті B , приведена до центрів знаків, то для редукування її на референц-еліпсоїд обчислюються такі поправки:

а) поправка за нахил

$$\Delta D_1 = -\frac{(H_2 - H_1)^2}{2D} - \frac{(H_2 - H_1)^4}{(2D)^3} \quad (3.1)$$

де

$$\begin{aligned} H_1 &= H_1^g + \zeta_1 = H_1^\gamma + \zeta_1' + i_1, \\ H_2 &= H_2^g + \zeta_2 = H_2^\gamma + \zeta_2' + i_2. \end{aligned}$$

У формулах (3.1):

H_1, H_2 – геодезичні висоти відповідно віддалеміра та відбивача;

H_1^g, H_2^g – висоти пунктів A і B над геоїдом;

ζ_1, ζ_2 – висоти геоїда над референц-еліпсоїдом;

H_1^γ, H_2^γ – висоти пунктів A і B над квазігеоїдом;

ζ_1', ζ_2' – висоти квазігеоїда над референц-еліпсоїдом;

i_1 – висота віддалеміра над центром знаку A ;

i_2 – висота відбивача над центром знаку B .

Використання висот H_1^g, H_2^g чи H_1^γ, H_2^γ обумовлюється прийнятою системою висот – ортометричною чи нормальною відповідно;

б) поправка за висоту

$$\Delta D_2 = -\frac{H^2}{2R_A} + \frac{H^2}{R_A^2} D, \quad (3.2)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/31

$$\text{де } H_m = \frac{H_1 + H_2}{2};$$

R_A – радіус кривини нормального перерізу еліпсоїда, що відповідає заданій лінії.

Величину R_A з достатньою точністю можна обчислити за формулою

$$R_A = a \left(1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 B_m - e^2 \cos^2 B_m \cos^2 A_m \right) \quad (3.3)$$

де a і e^2 – параметри референц-еліпсоїда; B_m – широта середньої точки лінії; A_m – середній азимут лінії.

в) поправка за перехід від хорди до геодезичної лінії

$$\Delta D = \frac{D^3}{24R^2}, \quad (3.4)$$

Точність, з якою потрібно обчислювати вказані поправки, залежить від точності вимірної похилої віддалі. Похибки обчислень повинні бути на порядок менші похибок самих вимірювань.

Довжину похилої віддалі, спроектовану на еліпсоїд (довжину геодезичної лінії між проєкціями пунктів A і B) отримуємо за формулою:

$$s = D + \Delta D_1 + \Delta D_2 + \Delta D_3. \quad (3.5)$$

Довжину хорди d між проєкціями точок A і B на референц-еліпсоїді обчислюють за формулою

$$d = \sqrt{\frac{(D + \Delta H)(D - \Delta H)}{\left(1 + \frac{H_1}{R_A}\right) \left(1 + \frac{H_2}{R_A}\right)}}, \quad (3.5)$$

де $H = H_2 - H_1$, а R_A обчислюється за формулою (3.3).

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/32

Формули (3.1) – (3.4) і (3.5) можна використовувати для редукування відстаней в декілька сотень кілометрів.

Редукування виміряних горизонтальних напрямів

У кожний вимірний горизонтальний напрям, попередньо приведений до центрів знаків, повинні бути введені такі поправки:

а) поправка за відхилення прямої лінії в пункті спостереження

$$\delta^I = (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12}) \operatorname{ctg} z_{12}; \quad (3.6)$$

б) поправка за висоту візирної цілі над поверхнею референц-еліпсоїда

$$\delta_{II} = \frac{e^2}{2M_2} H_2 \cos^2 B_2 \sin 2A_{12} \rho''; \quad (3.7)$$

в) поправка за перехід від нормального перерізу до геодезичної лінії

$$\delta_{III} = - \frac{e^2}{12N_1^2} s_{12}^2 \cos^2 B_1 \sin 2A_{12} \rho'' \quad (3.8)$$

У формулах (3.6) – (3.8) індекс 1 відповідає точці встановлення приладу, а індекс 2 – точці спостереження; A_{12} –

геодезичний азимут напрямку з точки 1 на точку 2;

z_{12} – астрономічна зенітна віддаль візирної цілі;

H_2 – геодезична висота візирної цілі;

M і N – радіуси кривини меридіана і першого вертикала відповідно;

s – віддаль між точками, віднесеними до поверхні

еліпсоїда; B_1, B_2 – геодезичні широти пунктів.

Якщо зенітна віддаль не вимірювалась, але відомі ортометричні висоти H_1^g і H_2^g центрів знаків над поверхнею геоїда, то $\operatorname{ctg} z_{12}$ обчислити за формулою:

$$\operatorname{ctg} z_{12} = \frac{(H_2^g + \upsilon_2) - (H_1^g + \upsilon_1)}{S_{12}} - \frac{S_{12}}{2R}, \quad (3.9)$$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/33

де i_1 і v_2 – висоти приладу та візирної цілі над центрами відповідних знаків; R – середній радіус Землі ($R = 6371$ км).

Кожну із поправок прийнято вираховувати з похибкою $0,001''$. Сумарна поправка $\delta = \delta^I + \delta^{II} + \delta^{III}$ заокруглюється до $0,01''$ і вводиться у вимірний напрям.

Вказані поправки мають наступний геометричний зміст: поправка δ^I відповідає суміщенню вертикальної осі приладу з нормаллю до поверхні еліпсоїда. Після її введення одержуємо напрям нормального перерізу, утвореного площиною, що проходить через візирну ціль. Поправка δ^{II} забезпечує перехід до прямого нормального перерізу, утвореного площиною, що проходить через проєкцію (по нормалі) центра знаку візування на еліпсоїд. Нарешті, введення поправки δ^{III} приводить до прямої геодезичної лінії, що з'єднує на еліпсоїді проєкції центрів знаків.

Поправку в кут дістаємо як різницю поправок відповідних напрямів.

Вказані поправки обов'язково вводяться у вимірні напрями в триангуляції I класу.

При застосуванні методу розгортання поправка δ^I за відхилення прямовисної лінії не вводиться, оскільки вважається, що нормаль до референц-еліпсоїда збігається з прямовисною лінією; у всіх інших формулах замість геодезичних висот використовуються висоти над рівнем моря.

Отже, для обчислення редукції напрямів спочатку наближено розв'язується трикутник та обчислюються з точністю 1-2' геодезичні координати B , L і азимут A в його вершинах. При цьому використовуються наближені формули:

$$\left. \begin{aligned} b &= B_2 - B_1 = \frac{s}{M} \cos A \\ l &= L_2 - L_1 = \frac{s}{N \cos B} \sin A \\ a &= A_{21} \pm 180 - A_{12} = \frac{\sin B}{N \cos B} \sin A \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Складається зведена таблиця даних, які потрібні для обчислення редукцій напрямів.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/34

Пізніше за формулами (3.6) – (3.9) обчислюються поправки у виміряні горизонтальні напрями і, нарешті, складається зведена таблиця напрямів, приведених до поверхні референц-еліпсоїда.

Завдання: виконати редукування на поверхню еліпсоїда Красовського методом проєктування похилої віддалі і виміряних у трикутнику 1 класу триангуляції горизонтальних напрямів.

Числовий приклад:

Редукування похилої віддалі

1. Вихідні дані для редукування похилої віддалі:

$D, \text{ м}$	$H_1, \text{ м}$	$H_2, \text{ м}$	A_m	B_m
44797,282	185,471	886,372	45°30'	52°44'

2. За відомими параметрами еліпсоїда Красовського, середньою широтою B_m та середнім азимутом A_m знаходимо за формулою (3.3) величину радіуса кривини нормального перерізу еліпсоїда, що відповідає заданій лінії:

$$R_A = 6378245 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot 0,00669342 \cdot \sin^2 52^\circ 44' - 0,006693421623 \cdot \cos^2 52^\circ 44' \cdot \cos^2 45^\circ 30' \right) = 6384074 \text{ м}$$

2.3 урахуванням вихідних даних отримуємо:

- поправку за нахил визначаємо за формулою 3.1:

$$\Delta D_1 = \frac{(886,372 - 185,471)^2}{2 \cdot 44797,282} - \frac{(886,372 - 185,471)^2}{(2 \cdot 44797,282)^3} = -5,484 \text{ м};$$

- поправку за висоту визначаємо за формулою 3.2:

$$\Delta D_2 = \frac{535,9215}{6384080} \cdot 44797,282 + \frac{535,9215^2}{6384080^2} \cdot 44797,282 = -3,760 \text{ м};$$

- поправку за перехід від хорди до геодезичної лінії визначаємо за формулою 3.4:

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 35

$$\Delta D = \frac{44797,282^3}{24 \cdot 6384080} = 0,092 \text{ м.}$$

4. Довжину похилої віддалі, спроектованої на поверхню референц-еліпсоїда, визначимо, якщо до заданої довжини додати вище наведені поправки

$$s = 44797,282 + (-5,484) + (-3,760) + 0,092 = 44788,130 \text{ м.}$$

5. Довжину хорди між проекціями точок А і В на референц-еліпсоїд можна обчислити також за формулою (3.5):

$$d = \sqrt{\frac{(44797,282 + 700,901) \cdot (44797,282 - 700,901)}{\left(1 + \frac{185,471}{6383754}\right) \cdot \left(1 + \frac{886,372}{6383754}\right)}} = 44788,039 \text{ м.};$$

$$\Delta s = 44788,13 - 44788,039 = 0,091 \text{ м.}$$

Редукування горизонтальних напрямів в трикутнику тріангуляції

1. Вихідні дані для редукування горизонтальних напрямів:

$$B_A = 52 \text{ } 36',$$

$$L_A = 28 \text{ } 26',$$

$$A_{AC} = 45 \text{ } 30',$$

$$S_{AC} = 44797 \text{ м.},$$

$$z = 89 \text{ } 18'16,2''.$$

Таблиця №3.1

Зведена відомість горизонтальні напрямки, приведені до центів знаків

Назва вершин	Назва напрямів	Виміряні напрями
С	А	00°00'00,00"
	В	67°26'58,43"
В	С	00°00'00,00"
	А	62°12'44,54"
А	В	00°00'00,00"
	С	50°20'19,41"

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/36

Таблиця №3.2

Висоти та відхилення прямовисних ліній

Пункти	H , м	H^s , м	ζ , м	ξ , "	η , "	i , м	v , м
A	185	734	42	13.8	-6.1	7	10
B	886	160	42	3.6	2.3	18	20
C	924	272	43	-1.8	-4.2	23	26

2. За формулами плоскої тригонометрії (теоремою синусів)

$$\frac{S_{BC}}{\sin A} = \frac{S_{AC}}{\sin B} = \frac{S_{AB}}{\sin C}$$

розв'язуємо трикутник ABC , тобто знаходимо його наближені сторони:

$$S_{BC} = \frac{\sin A}{\sin B} S_{AC} = \frac{\sin 50'20''19,41''}{\sin 62'12''44,54''} \cdot 44797 = 38981, \text{ м},$$

$$S_{AB} = \frac{\sin C}{\sin B} S_{AC} = \frac{\sin 67'26''58,43''}{\sin 62'12''44,54''} \cdot 44797 = 46765, \text{ м}.$$

Розв'язуванням прямих геодезичних задач по всіх лініях заданого трикутника, знаходимо за наближеними формулами геодезичні координати і азимуту, а також за формулою (3.9) $ctgz$.

Примітка:

1. Значення геодезичних координат точок B і C беремо із розрахункової роботи №2, табл. №2.6, 2.7 відповідно.

2. Для обчислення азимутів сторін трикутника спочатку за формулою (2.13) знаходимо зближення меридіанів в точках B і C :

$$\gamma_B = \{1 + [(0,33333 + 0,00674 \cdot \cos^2 52'33') + (0,2 \cdot \cos^2 52'33' - 0,0067) \cdot 0,001364771] \times \\ \times 0,001364771 \cdot \cos^2 52'33'\} \cdot 0,036942803 \cdot \sin 52'33' \cdot 206264,8 = 6050'' = 1'41'';$$

$$\gamma_C = \{1 + [(0,33333 + 0,00674 \cdot \cos^2 52'53') + (0,2 \cdot \cos^2 52'53' - 0,0067) \cdot 0,001099669] \times \\ \times 0,001099669 \cdot \cos^2 52'53'\} \cdot 0,033161256 \cdot \sin 52'53' \cdot 206264,8 = 5455'' = 1'31''.$$

Азимуту знаходимо за формулою:

$$A = \alpha - \gamma.$$

Значення дирекційних кутів беремо із розрахункової роботи №2, табл. №2.11.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/37

$$A_{AC} = 45\ 30' ;$$

$$A_{CA} = \alpha_{CA} - \gamma_C = 224\ 21' - 1\ 31' = 222\ 50' ,$$

$$A_{CB} = \alpha_{CB} - \gamma_C = 156\ 55' - 1\ 31' = 155\ 24' ,$$

$$A_{BC} = \alpha_{BC} - \gamma_B = 336\ 55' - 1\ 41' = 335\ 14' ,$$

$$A_{BA} = \alpha_{BA} - \gamma_B = 274\ 42' - 1\ 41' = 273\ 01' ,$$

$$A_{AB} = \alpha_{AB} - \gamma_A = 94\ 42' - 1\ 08' = 93\ 34' .$$

Таблиця №3.3.

Назва вершин	Геодезичні координати		Назва напрямів	A	$ctgz$	$s, м$
	B	L				
C	52°53'	28°54'	A	222°50'	+0,0069	44797
			B	155°24'	-0,0059	38981
B	52°33'	29°07'	C	335°14'	+0,0001	38981
			A	273°01'	+0,0087	46765
A	52°36'	28°26'	B	93°34'	-0,0159	46765
			C	45°30'	-0,0138	44797

3. Обчислення поправок:

- за відхилення прямовисних ліній δ^I (формула 3,6),
- за висоту візирної цілі над поверхнею еліпсоїда δ^{II} (формула 3,7),
- за перехід від азимутів нормальних перерізів до азимутів

геодезичних ліній δ^{III} (формула 3,8).

Результати обчислень заносимо до таблиці 3.4.

Таблиця №3.4

Результати обчислення поправок

Назва вершин	Назва напрямів	$\delta^I, "$	$\delta^{II}, "$	$\delta^{III}, "$
C	A	0,013	0,007	-0,002
	B	-0,027	-0,027	0,001
B	C	0,000	-0,028	0,001
	A	0,032	-0,001	0,000
A	B	0,213	-0,004	0,000
	C	0,195	0,036	-0,002

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 38

4. Обчислення напрямів, редукованих на поверхню референц-еліпсоїда

Таблиця №3.5

Напрями, редуковані на поверхню референц-еліпсоїда

Назва вершин	Назва напрямів	Виміряні напрями	$\sum \delta$	$(\sum \delta)_0$	Редуковані напрями
С	А	0°00'00,00"	0,018	0,000	0°00'00,00"
	В	67°26'58,43"	-0,053	-0,071	67°26'58,36"
В	С	0°00'00,00"	-0,027	0,000	0°00'00,00"
	А	62°12'44,54"	0,031	0,058	62°12'44,60"
А	В	0°00'00,00"	0,209	0,000	0°00'00,00"
	С	50°20'19,41"	0,229	0,020	50°20'19,43"

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 39

3. ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ

Перехід від геодезичних координат до плоских прямокутних координат Гаусса-Крюгера

Таблиця №3.1

№ варіанту	B_1	B_2	L_1	L_2
1	2	3	4	5
00	51°40'	52°00'	28°00'	28°30'
01	51°40'	52°00'	28°30'	29°00'
02	51°20'	51°40'	28°00'	28°30'
03	51°20'	51°40'	28°30'	29°00'
04	51°20'	52°00'	28°00'	29°00'
05	51°40'	52°00'	29°00'	29°30'
06	51°40'	52°00'	29°30'	30°00'
07	51°20'	51°40'	29°00'	29°30'
08	51°20'	51°40'	29°30'	30°00'
09	51°20'	52°00'	29°00'	30°00'
10	51°40'	52°00'	30°00'	30°30'
11	51°40'	52°00'	30°30'	31°00'
12	51°20'	51°40'	30°00'	30°30'
13	51°20'	51°40'	30°30'	31°00'
14	51°20'	52°00'	30°00'	31°00'
15	51°40'	52°00'	31°00'	31°30'
16	51°40'	52°00'	31°30'	32°00'
17	51°20'	51°40'	31°00'	31°30'
18	51°20'	51°40'	31°30'	32°00'
19	51°20'	52°00'	31°00'	32°00'
20	51°00'	51°20'	28°00'	28°30'
21	51°00'	51°20'	28°30'	29°00'
22	50°40'	51°00'	28°00'	28°30'
23	50°40'	51°00'	28°30'	29°00'
24	50°40'	51°20'	28°00'	29°00'
25	51°00'	51°20'	29°00'	29°30'
26	51°00'	51°20'	29°30'	30°00'
27	50°40'	51°00'	29°00'	29°30'
28	50°40'	51°00'	29°30'	30°00'
29	50°40'	51°20'	29°00'	30°00'
30	51°00'	51°20'	30°00'	30°30'
31	51°00'	51°20'	30°30'	31°00'
32	50°40'	51°00'	30°00'	30°30'
33	50°40'	51°00'	30°30'	31°00'
34	50°40'	51°20'	30°00'	31°00'
35	51°00'	51°20'	31°00'	31°30'

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/40

Продовження таблиці №3.1

№ варіанту	B_1	B_2	L_1	L_2
36	51°00'	51°20'	31°30'	32°00'
37	50°40'	51°00'	31°00'	31°30'
38	50°40'	51°00'	31°30'	32°00'
39	50°40'	51°20'	31°00'	32°00'
40	50°20'	50°40'	28°00'	28°30'
41	50°20'	50°40'	28°30'	29°00'
42	50°00'	50°20'	28°00'	28°30'
43	50°00'	50°20'	28°30'	29°00'
44	50°00'	50°40'	28°00'	29°00'
45	50°20'	50°40'	29°00'	29°30'
46	50°20'	50°40'	29°30'	30°00'
47	50°00'	50°20'	29°00'	29°30'
48	50°00'	50°20'	29°30'	30°00'
49	50°00'	50°40'	29°00'	30°00'
50	50°00'	50°40'	30°00'	31°00'
51	50°20'	50°40'	30°00'	30°30'
52	50°20'	50°40'	30°30'	31°00'
53	50°00'	50°20'	30°00'	30°30'
54	50°00'	50°20'	30°30'	31°00'
55	50°00'	50°40'	31°00'	32°00'
56	50°20'	50°40'	31°00'	31°30'
57	50°20'	50°40'	31°30'	32°00'
58	50°00'	50°20'	31°00'	31°30'
59	50°00'	50°20'	31°30'	32°00'
60	49°20'	50°00'	28°00'	29°00'
61	49°40'	50°00'	28°00'	28°30'
62	49°40'	50°00'	28°30'	29°00'
63	49°20'	49°40'	28°00'	28°30'
64	49°20'	49°40'	28°30'	29°00'
65	49°20'	50°00'	29°00'	30°00'
66	49°40'	50°00'	29°00'	29°30'
67	49°40'	50°00'	29°30'	30°00'
68	49°20'	49°40'	29°00'	29°30'
69	49°20'	49°40'	29°30'	30°00'
70	49°20'	50°00'	30°00'	31°00'
71	49°40'	50°00'	30°00'	30°30'
72	49°40'	50°00'	30°30'	31°00'
73	49°20'	49°40'	30°00'	30°30'
74	49°20'	49°40'	30°30'	31°00'
75	49°20'	50°00'	31°00'	32°00'
76	49°40'	50°00'	31°00'	31°30'
77	49°40'	50°00'	31°30'	32°00'
78	49°20'	49°40'	31°00'	31°30'
79	49°20'	49°40'	31°30'	32°00'

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 41

Продовження таблиці №3.1

№ варіанту	B_1	B_2	L_1	L_2
80	51°20'	52°00'	27°00'	28°00'
81	51°40'	52°00'	27°00'	27°30'
82	51°40'	52°00'	27°30'	28°00'
83	51°20'	51°40'	27°00'	27°30'
84	51°20'	51°40'	27°30'	28°00'
85	50°40'	51°20'	27°00'	28°00'
86	51°00'	51°20'	27°00'	27°30'
87	51°00'	51°20'	27°30'	28°00'
88	50°40'	51°00'	27°00'	27°30'
89	50°40'	51°00'	27°30'	28°00'
90	50°00'	50°40'	27°00'	28°00'
91	50°20'	50°40'	27°00'	27°30'
92	50°20'	50°40'	27°30'	28°00'
93	50°00'	50°20'	27°00'	27°30'
94	50°00'	50°20'	27°30'	28°00'
95	49°20'	50°00'	27°00'	28°00'
96	49°40'	50°00'	27°00'	27°30'
97	49°40'	50°00'	27°30'	28°00'
98	49°20'	49°40'	27°00'	27°30'
99	49°20'	49°40'	27°30'	28°00'

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 42

Редукування геодезичних вимірювань з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера

Таблиця №3.2

№ варіанту	B_J	L_J	A_{12}	$S(D)$, м
01	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	45297,282
02	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	45797,282
03	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	46297,282
04	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	46797,282
05	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	47297,282
06	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	47797,282
07	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	48297,282
08	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	48797,282
09	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	49297,282
10	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	49797,282
11	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	45400,500
12	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	45900,500

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/43

Продовження таблиці №3.2

№ варіанту	B_1	L_1	A_{12}	$S(D)$, м
13	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	46400,500
14	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	46900,500
15	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	47400,500
16	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	47900,500
17	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	48400,500
18	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	48900,500
19	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	49400,500
20	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	49900,500
21	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50003,718
22	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50106,936
23	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50210,154
24	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50313,372
25	50°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50416,590
26	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	45297,282
27	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	45797,282
28	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	46297,282
29	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	46797,282
30	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	47297,282
31	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	47797,282
32	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	48297,282
33	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	48797,282
34	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	49297,282
35	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	49797,282
36	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	45400,500
37	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	45900,500
38	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	46400,500
39	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	46900,500
40	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	47400,500
41	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	47900,500
42	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	48400,500
43	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	48900,500
44	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	49400,500
45	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	49900,500
46	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50003,718
47	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50106,936
48	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50210,154
49	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50313,372
50	48°35'44,6278"	28°25'43,2822"	45°29'34,268"	50416,590
51	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	45297,282

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 44

Продовження таблиці №3.2

№ варіанту	B_1	L_1	A_{12}	$S(D)$, м
52	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	45797,282
53	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	46297,282
54	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	46797,282
55	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	47297,282
56	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	47797,282
57	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	48297,282
58	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	48797,282
59	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	49297,282
60	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	49797,282
61	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	45400,500
62	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	45900,500
63	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	46400,500
64	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	46900,500
65	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	47400,500
66	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	47900,500
67	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	48400,500
68	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	48900,500
69	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	49400,500
70	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	49900,500
71	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	50003,718
72	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	50106,936
73	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	50210,154
74	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	50313,372
75	50°35'44,6278"	26°25'43,2822"	45°29'34,268"	50416,590
76	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	45297,282
77	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	45797,282
78	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	46297,282
79	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	46797,282
80	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	47297,282
81	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	47797,282
82	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	48297,282
83	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	48797,282
84	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	49297,282
85	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	49797,282
86	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	45400,500
87	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	45900,500
88	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	46400,500
89	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	46900,500
90	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	47400,500

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 45

Продовження таблиці №3.2

№ варіанту	B_1	L_1	A_{12}	$S(D)$, м
91	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	47900,500
92	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	48400,500
93	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	48900,500
94	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	49400,500
95	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	49900,500
96	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	50003,718
97	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	50106,936
98	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	50210,154
99	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	50313,372
00	48°35'44,6278"	30°25'43,2822"	45°29'34,268"	50416,590

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 46

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна література:

1. Грабовий В. М. Геодезія / В. М. Грабовий. – К. : ДНВП «Аерогеодезія», 2004. – 293 с.
2. Печенюк О. О. Вища геодезія. Навчальний посіб. Ч. 1 / О. О. Печенюк. – Чернівці : «Рута», 2006. – 99 с.
3. Геодезія: Підручник. Частина друга / А. Л. Островський, О. І. Мороз, В. Л. Тарнавський; За заг. ред. А. Л. Островського. – Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2008. – 564 с.
4. Боровий В.О., Зарицький О.В. ГІС-технології в геодезії та землеустрої. К.: ТОВ: Вістка, 2017. 252 с.

Допоміжна література

1. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500 (ГКНТА-2.04-02-98)
2. Основні положення створення Державної геодезичної мережі України затверджені Постановою Кабінету Міністрів України від 8 червня 1998 р. № 844
3. Положення про порядок встановлення місцевих систем координат затверджено наказом Мінекоресурсів України від 3 липня 2001 р. № 245

Інформаційні ресурси в інтернеті:

1. Бібліотечно-інформаційний ресурс (книжковий фонд, періодика, фонди на електронних носіях тощо) бібліотеки Житомирської політехніки;
2. Бібліотечно-інформаційний ресурс Житомирської обласної універсальної наукової бібліотеки ім. Олега Ольжича (<http://www.lib.zt.ua>).
3. Бібліотечно-інформаційний ресурс Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського (<http://www.nbuv.gov.ua>).
4. Інституційний репозитарій Житомирської політехніки (наукові статті, автореферати дисертацій та дисертації, навчальні матеріали, студентські роботи, матеріали конференцій, патенти, комп'ютерні програми, статистичні матеріали, навчальні об'єкти, наукові звіти).

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРЬСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 47

ЗМІСТ

Вступ	3
Розрахункова робота №1. Перехід від геодезичних координат до плоских прямокутних координат Гаусса-Крюгера	4
Розрахункова робота №2. Редукування геодезичних вимірювань з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера	16
Розрахункова робота №3. Редукування виміряних елементів геодезичної мережі з фізичної поверхні на поверхню референт-еліпсоїда	30
3. Варіанти завдань до розрахункових робіт	39
4. Список рекомендованої літератури	45

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-23.06- 05.02/2/184.00.2/ М/ОК8-2023
	Екземпляр № 1	Арк 48/ 48

КОТЕНКО Володимир Володимирович
КУНИЦЬКА Марина Сергіївна

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
для лабораторних робіт
з навчальної дисципліни «Вища геодезія»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «магістр»
спеціальності 184 «Гірництво»
освітньо-професійна програма «Маркшейдерська справа»
факультет гірничої справи, природокористування та
будівництва
кафедра маркшейдерії

Електронне видання. Формат 30×42 / 4. Гарнітура Times New Roman.

Умов. друк. акр. 1,56. Обл. вид. арк. 1,72.

Державний університет «Житомирська політехніка»
10005, Житомир, вул. Чуднівська,103
<https://ztu.edu.ua/>