

## НЕВЛАСНІ ІНТЕГРАЛИ

**Завдання.** Обчислити невластний інтеграл або встановити його розбіжність.

### Варіант 1

a)  $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}$ , б)  $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$ .

### Варіант 2

a)  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\pi(1+4x^2)} dx$ , б)  $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}$ .

### Варіант 3

a)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4 + 1}}$ , б)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{e^x}{x^2} dx$ .

### Варіант 4

a)  $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$ , б)  $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^5}}$ .

### Варіант 5

a)  $\int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}$ , б)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt[2]{\cos^2 x}} dx$ .

30

### Варіант 6

a)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3 + 8)^4}}$ , б)  $\int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{dx}{20x^2 - 9x + 1}$ .

### Варіант 7

a)  $\int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx$ , б)  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{(1-x) \ln^2(1-x)}$ .

### Варіант 8

a)  $\int_4^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}}$ , б)  $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx$ .

### Варіант 9

a)  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{7 dx}{x^2 - 4x}$ , б)  $\int_0^1 \frac{x dx}{1-x^2}$ .

### Варіант 10

a)  $\int_{-1}^{+\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4x + 5}$ , б)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1-\sin 3x)^5}} dx$ .

**Варіант 11**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{5 \operatorname{arctg} 2x}{3(1+4x^2)} dx, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

**Варіант 12**

$$\text{a) } \int_{\frac{1}{3}}^{+\infty} \frac{dx}{(1+9x^2) \operatorname{arctg}^2 3x}, \quad \text{б) } \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}.$$

**Варіант 13**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{4x^2 + 4x + 5}, \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}.$$

**Варіант 14**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx.$$

31

**Варіант 15**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}.$$

**Варіант 16**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{(2x-1)^2}.$$

**Варіант 17**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}, \quad \text{б) } \int_0^1 x \ln x dx.$$

**Варіант 18**

$$\text{a) } \int_{-\infty}^{-3} \frac{x dx}{(x^2+1)^2}, \quad \text{б) } \int_{-\frac{3}{4}}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}.$$

**Варіант 19**

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{3 dx}{x(1+\ln^2 x)}, \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}.$$

**Варіант 20**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x \sin x \, dx, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{9x^2 - 9x + 2}.$$

**Варіант 21**

$$\text{a) } \int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2 - 4x}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x \, dx}{\sqrt{\cos x}}.$$

**Варіант 22**

$$\text{a) } \int_{1/3}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^3 x}, \quad \text{б) } \int_0^3 \frac{x \, dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}.$$

**Варіант 23**

$$\text{a) } \int_{-\infty}^0 \frac{x \, dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{x^4 \, dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}.$$

32

**Варіант 24**

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2x)}, \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{64-x^6}}.$$

**Варіант 25**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x e^{-2x} \, dx, \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1-2x}}.$$

**Варіант 26**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x \cos x \, dx, \quad \text{б) } \int_2^5 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{x^2-4}}.$$

**Варіант 27**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}, \quad \text{б) } \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{\sqrt{3x - x^2 - 2}}.$$

**Варіант 28**

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x \, dx}{16x^4 + 1}, \quad \text{б) } \int_0^4 \frac{3x \, dx}{\sqrt[4]{(16-x^2)^3}}.$$

**Варіант 29**

$$\text{a) } \int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x - 1)^2}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}}.$$

**Варіант 30**

$$\text{a) } \int_3^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}, \quad \text{б) } \int_1^5 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{x^3 - 1}}.$$