

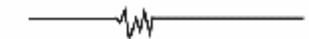
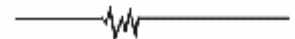
корисний сигнал



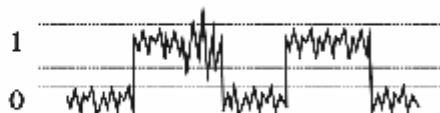
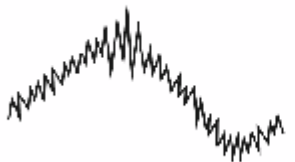
шум



наводка



спотворений сигнал



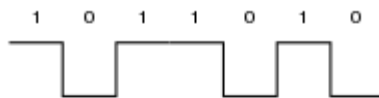
а)

б)

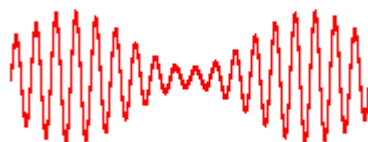
### Модуляція



Сигнал



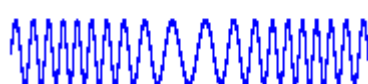
Бінарний код PRN



AM



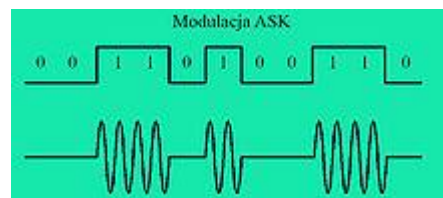
Несуче коливання



ЧМ



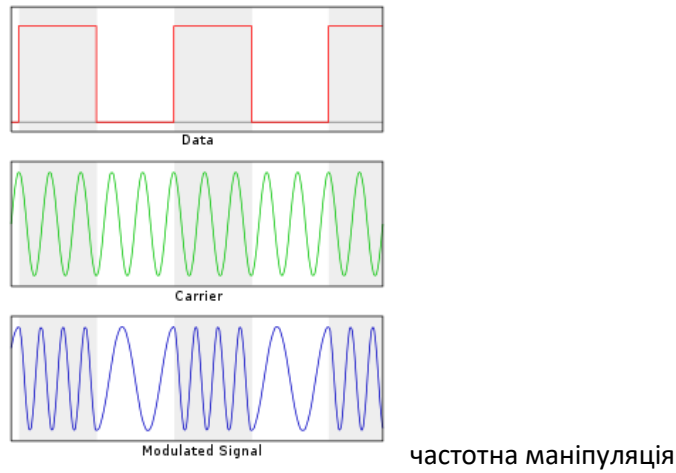
BPSK модульований сигнал



AM та ЧМ модуляція

Фазова маніпуляція

Амплітудна маніпуляція



### Параметри, за якими описуються сигнали

Щоб описати сигнал використовують такі числові параметри (рис 1.1):

$A$  – амплітуда імпульсу;

$\tau_i$  – тривалість імпульсу;

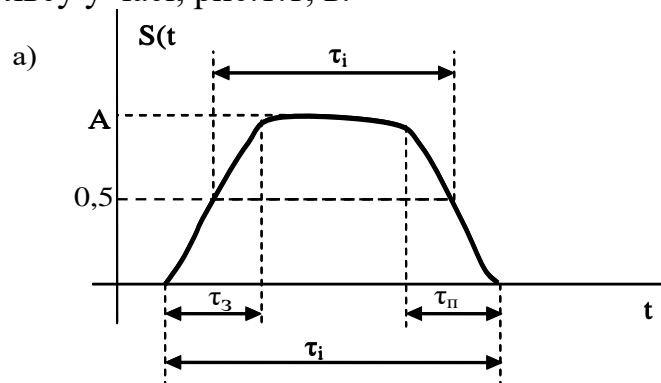
$\tau_{\Pi}$  – тривалість переднього фронту;

$\tau_3$  – тривалість заднього фронту ;

$T_{\Pi}$  – період повторення, рис. 1.1, б;

$F_{\Pi}$  – частота повторення;

$\tau_{\text{зат}}$  – положення імпульсу у часі, рис.1.1, в.



### Математичне подання довільного сигналу у вигляді суми елементарних сигналів

Широкого застосування набули два способи динамічного подання:

**перший**, як елементарні сигнали використовують *східчасті функції*, що виникають

через однакові проміжки часу  $\Delta$ . Висота кожної сходинки дорівнює прирощенню сигналу на інтервалі часу  $\Delta$  (рис. 1.2, а);

**другий**, як елементарний сигнал використовують *прямокутні імпульси*. Імпульси примикають один до одного й утворюють послідовність, що вписується у криву чи описується навколо неї (рис. 1.2, б.)

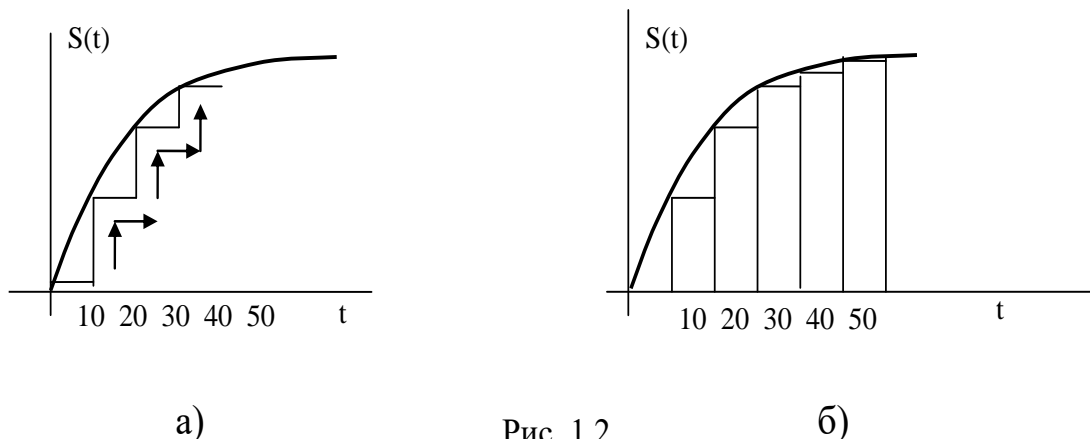


Рис. 1.2

Розглянемо властивості елементарного сигналу для динамічного подання за першим способом.

### *Перший спосіб подання функцій*

Як елементарний сигнал використовують такі найпростіші розривні функції:

**1. Функція знака  $\text{sign}(t)$**  (сігнум-функція) має сталу величину, що дорівнює одиниці, знак якої стрибком змінюється при переході змінної  $t$  через 0 точку (рис. 1.3)

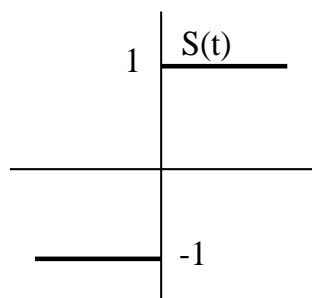


Рис. 1.3

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t = +\infty \\ 0, & \text{при } t = 0 \\ -1, & \text{при } t = -\infty \end{cases} .$$

*Перемноження довільної функції  $f(t)$  на  $\text{sign}(t)$  означає зміну знака у  $f(t)$  у момент часу  $t=0$ .*

**2. Одинична функція або одиничний стрибок  $\sigma(t)$**  (функція вмикання або функція Хевісайда). Математичне подання:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t = -\infty \\ \frac{1}{2}, & \text{при } t = 0 \\ 1, & \text{при } t = +\infty \end{cases} . \quad (1.1)$$

Загалом функція може бути зміщена на величину  $t_0$ :

$$\sigma(t - t_0) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < t_0 \\ \frac{1}{2}, & \text{при } t = t_0 \\ 1, & \text{при } t > t_0 \end{cases} .$$

Добуток сигналу  $S(t)$  на одиничну функцію дорівнює вмиканню цього сигналу у момент  $t = 0$ .

Цей прийом широко використовується для описання односторонніх та фінітних (тобто обмежених за часом, імпульсних, розривних) сигналів.

### Другий спосіб подання функцій

Другим способом динамічного подання є *дельта-функція*.

Розглянемо імпульсний сигнал прямокутної форми (рис. 1.6, а). Задамо його за допомогою функції вмикання

$$u(t) = 1/x_1 [\sigma(t+x_1/2) - \sigma(t-x_1/2)] .$$

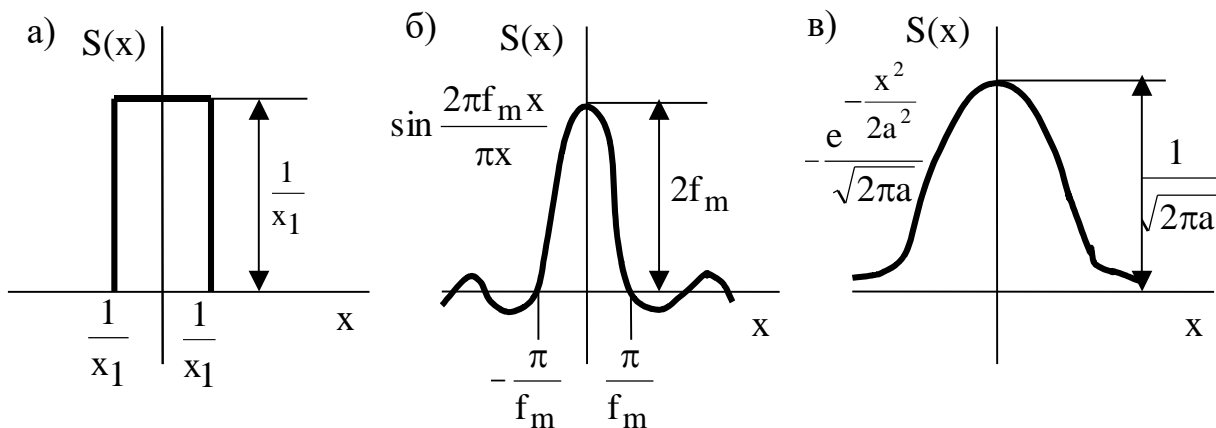


Рис. 1.6

При будь-якому параметрі  $x_1$  площа цього імпульсу дорівнює одиниці.

Припустимо, що  $x_1 \rightarrow 0$ , то імпульс буде скорочуватись за тривалістю, але зберігати свою площу, оскільки його висота  $h = 1/x_1$  буде нескінченно збільшуватись. Границя послідовності таких функцій, при  $x_1 \rightarrow 0$ , має назву *дельта-функції* або *функції Дірака*. Математично дельта-функція визначається за формулою

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \text{коли } t = 0 \\ 0, & \text{коли } t \neq 0 \end{cases} ,$$

тобто дельта-функція на всьому часовому проміжку дорівнює нулю, за винятком площі навкруги точки  $t=0$ , де вона стає нескінченно великою.

Як дельта-функція може бути ряд функцій. Деякі з них зображені на рис. 1.6. При

$x \rightarrow \infty$  вони переходять у дельта-функцію.

Якщо є зсув у часі на величину  $t_0$ , то визначається дельта-функція за такою формулою

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} \infty, & \text{коли } t = t_0 \\ 0, & \text{коли } t \neq t_0 \end{cases}.$$

*Фізично* дельта-функція *не реалізується*, але її зручно використовувати при аналітичному аналізі проходження сигналів через різні реальні системи та схеми. Це пояснюється, загалом, її властивостями, особливо властивостями її спектральної характеристики.

До таких властивостей відносять:

1. Інтеграл від дельта-функції за часом по всій осі часу (від  $-\infty$  до  $+\infty$ ) дорівнює одиниці

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

2. Енергія дельта-функції нескінченна.

3 Спектральна характеристика дельта-функції, яка існує тільки в області при  $t=0$ , дорівнює одиниці. Тобто *спектральна характеристика не залежить від частоти*.

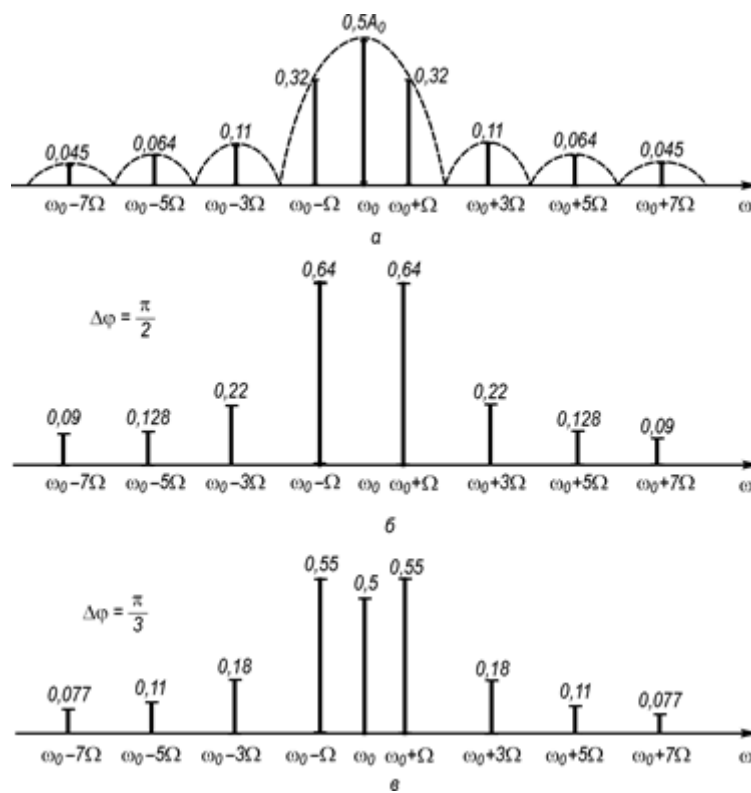
4. Фазова характеристика дельта-функції дорівнює *нулю*. Це означає, що амплітуди усіх гармонік в момент часу  $t=0$  складаються, а в інші моменти часу віднімаються, тобто взаємно гасяться. Цим і пояснюється те, що при  $t=0$  дельта-функція прямує до нескінченності.

5. Фільтруюча властивість дельта-функції така

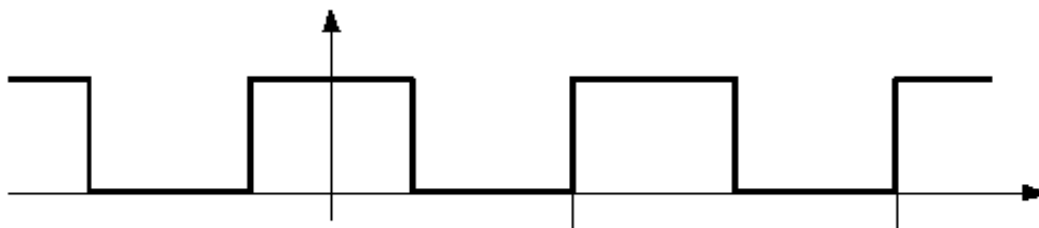
$$\int_{-\infty}^{\infty} U(t) \delta(t - t_0) dt = U(t_0) .$$

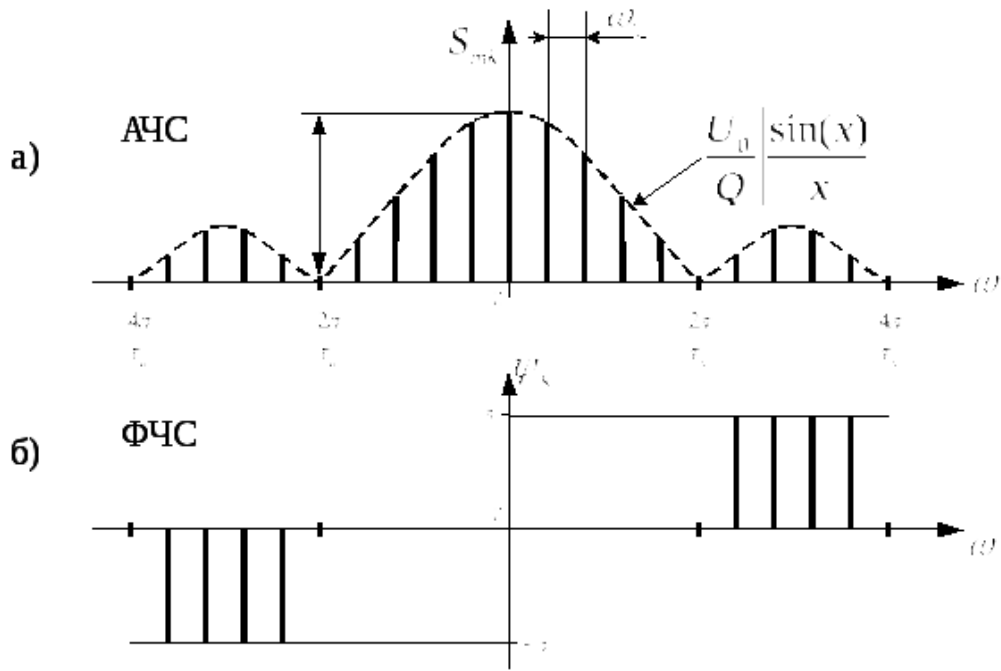
Дійсно, якщо дельта-функція скрізь, крім області  $t=0$ , дорівнює нулю, то будь-яке число помножене на нуль дасть нуль і тільки в області, де дельта-функція не дорівнює нулю буде певне значення, у даному випадку значення функції, що досліджується.

## Спектри сигналів



Спектр сигналу при амплітудній (а) і фазовій (б, в) маніпуляціях

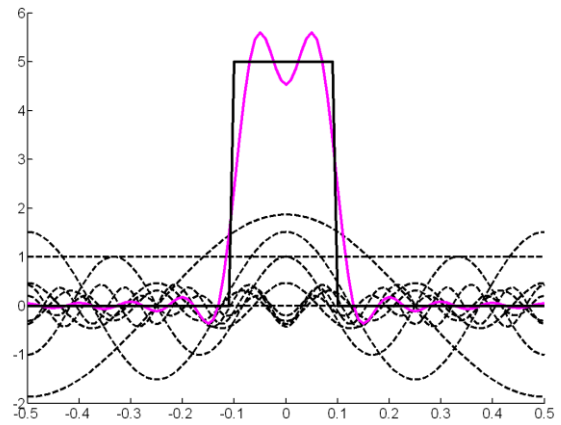
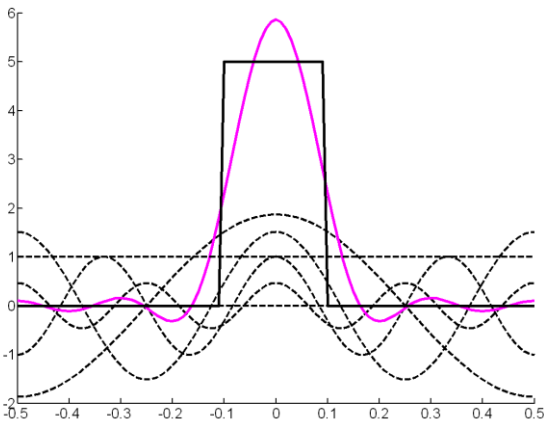




Спектри амплітуд і фаз періодичної послідовності прямокутних імпульсів

$k = 5$

$k = 10$

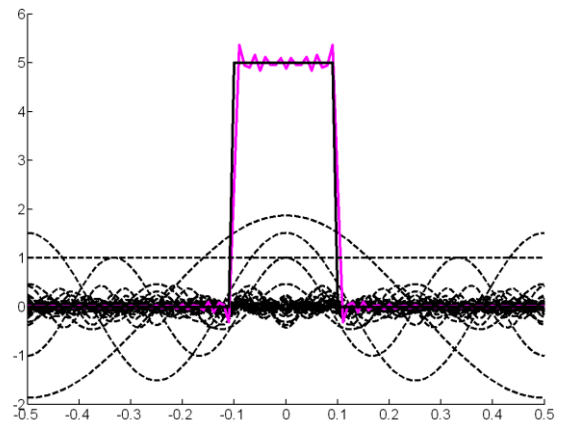
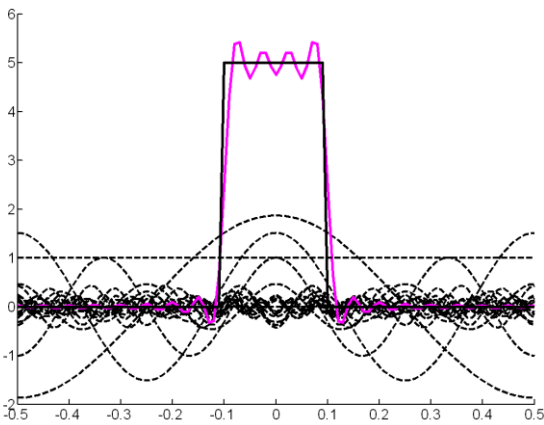


a)

б)

$k = 20$

$k = 40$

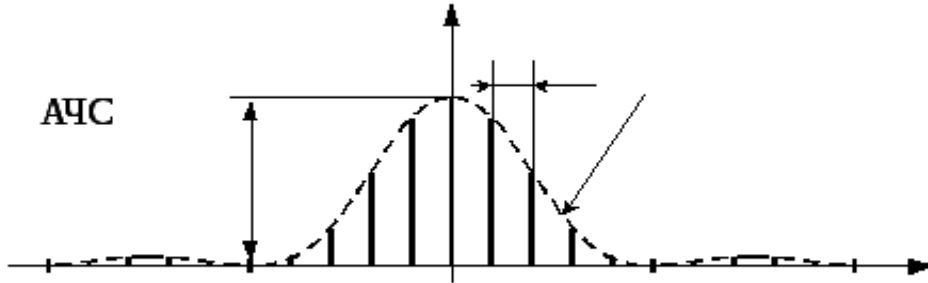


в)

г)



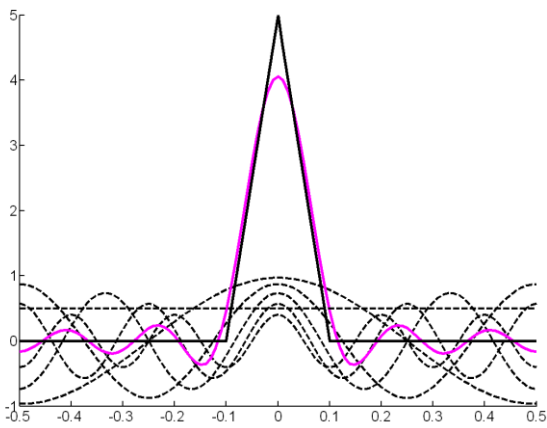
Рисунок 1.9 - Відновлений сигнал



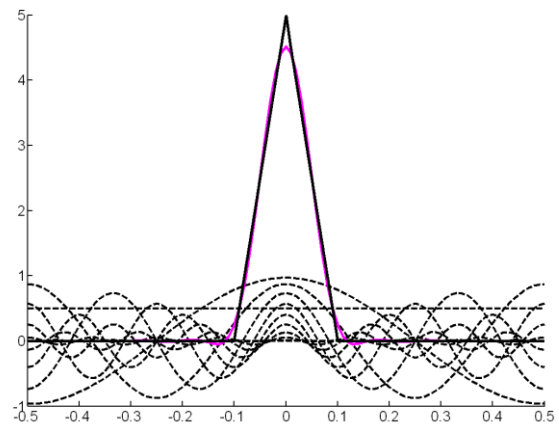
Амплітудно-частотний спектр послідовності пілкоподібних імпульсів

$k = 5$

$k = 10$

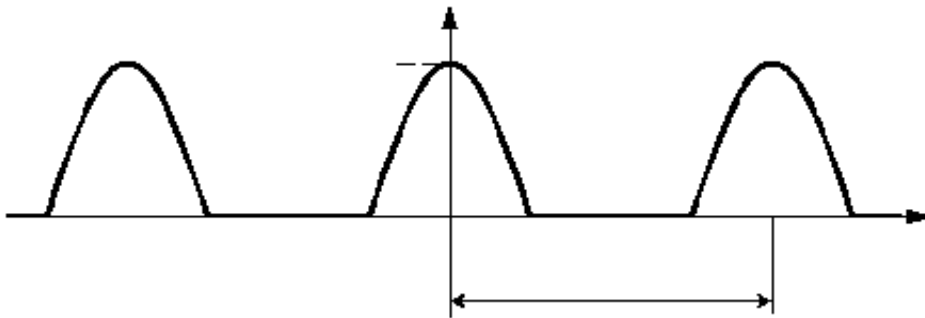


*a)*

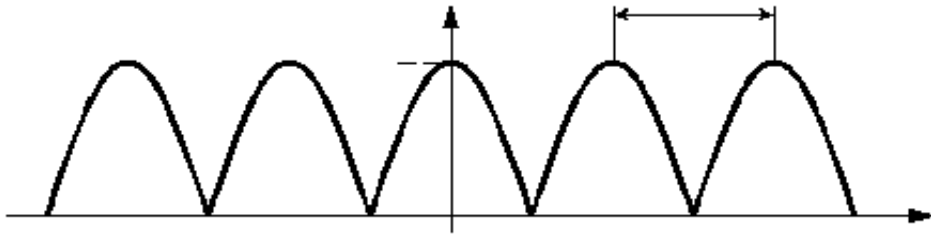


*б)*

Рисунок 1.12 - Відновлений сигнал

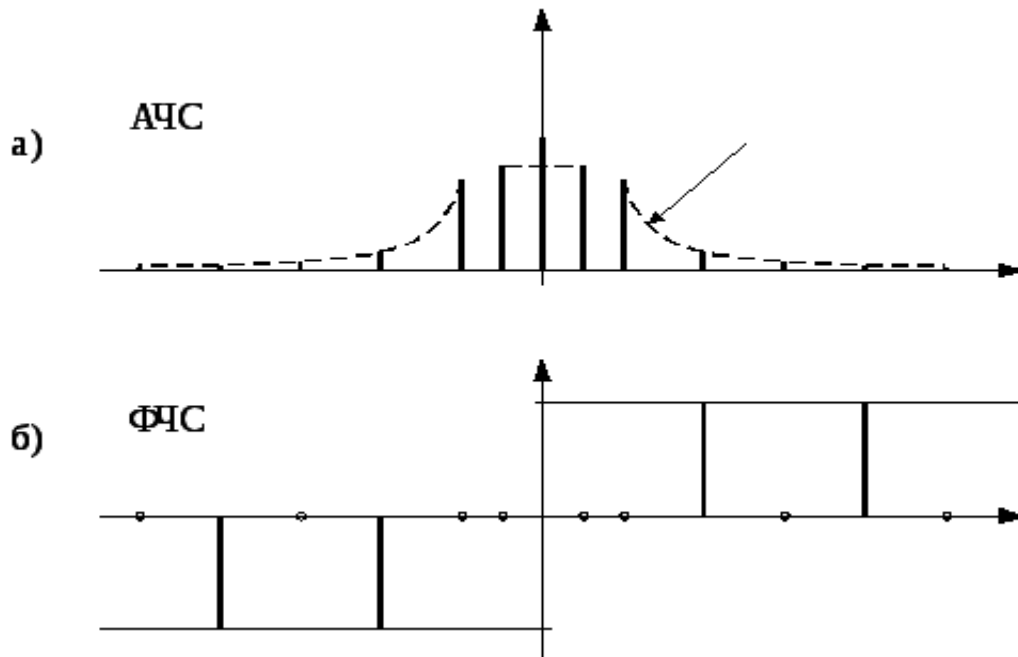


*a)*



б)

Рисунок 1.13 - Періодична послідовність косинусоїдальних імпульсів



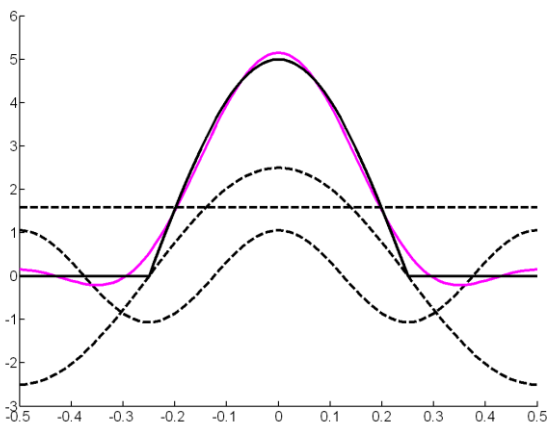
а)

б)

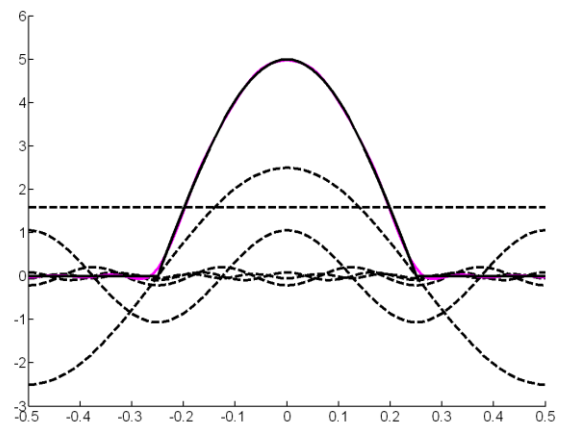
Рисунок 1.14 - АЧС і ФЧС послідовності косинусоїдальних імпульсів

$n = 2$

$n = 5$



а)



б)

Рис.1.15 Відновлений сигнал

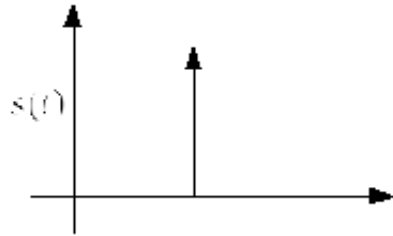


Рис.2.1 Дельта-функція

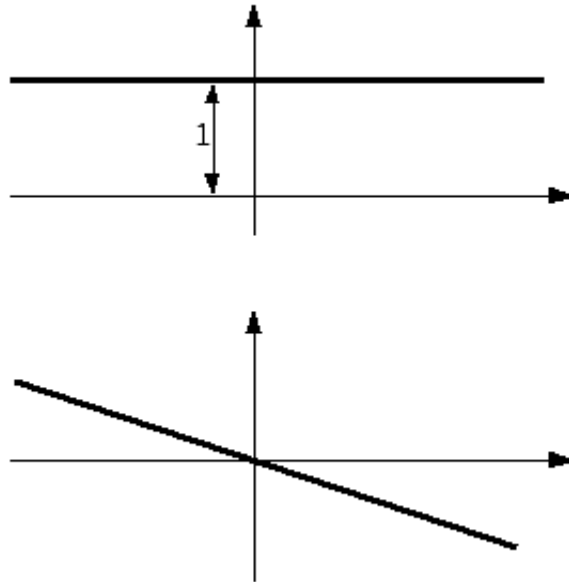


Рис.2.2 АЧС і ФЧС дельта-функції

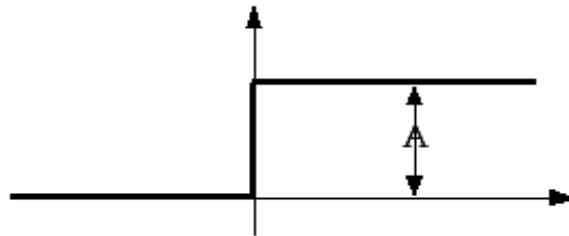


Рис.2.3 Функція вмикання

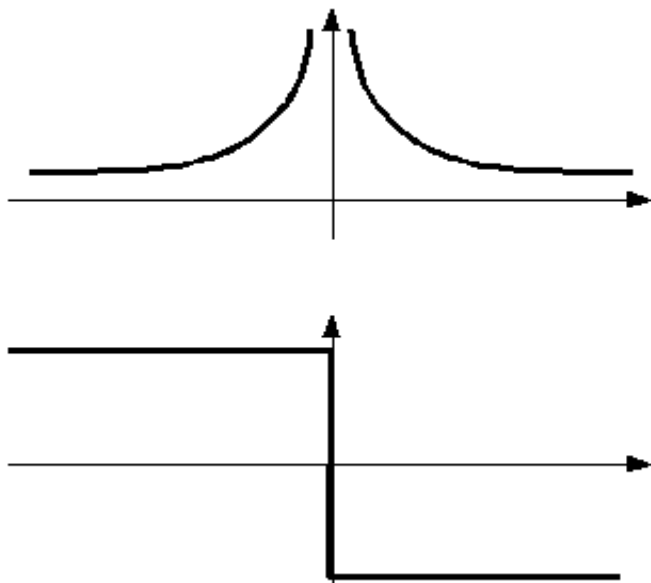


Рис.2.6 АЧС і ФЧС функції вмикання

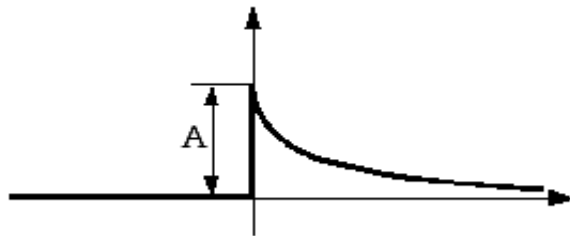


Рис.2.4 Експонентний імпульс

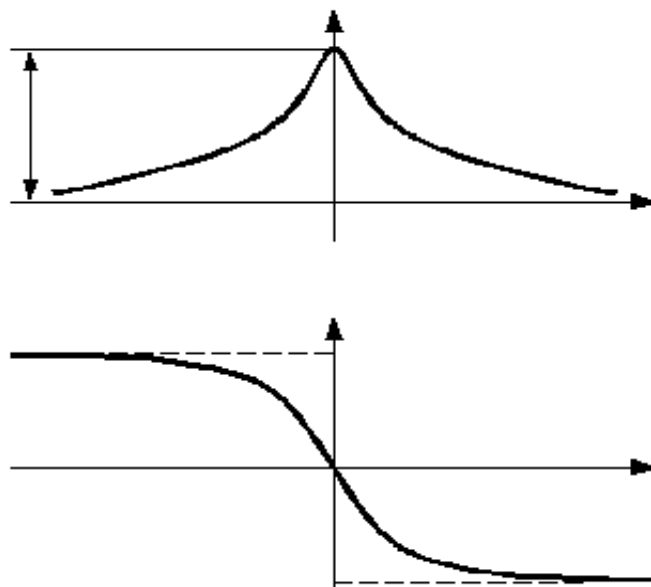


Рис.2.5 АЧС і ФЧС експонентного імпульсу

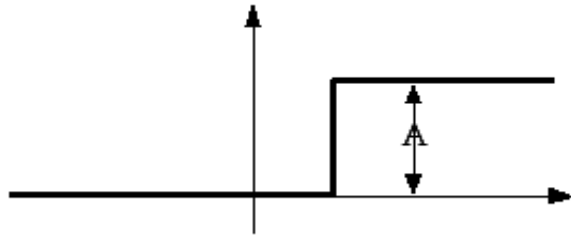


Рис.2.7. Функція вмикання із запізнюванням

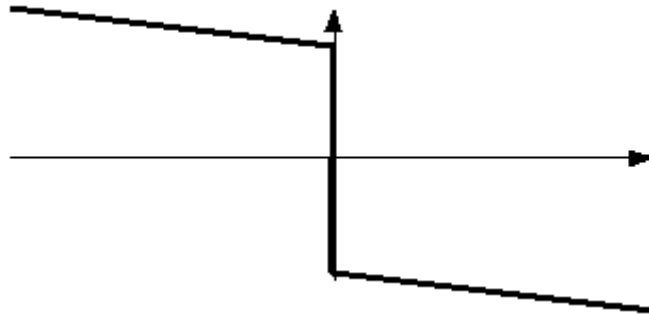


Рис.2.8 ФЧС функції вмикання із запізнюванням

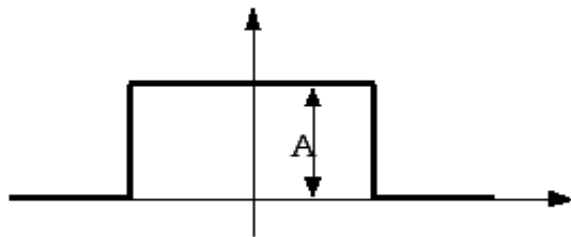
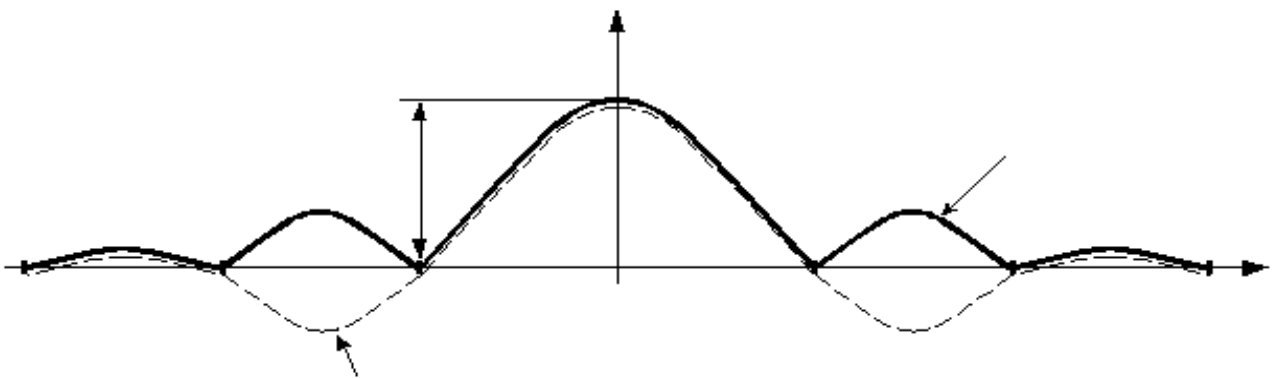


Рис.2.9 Одиничний прямокутний імпульс



а)

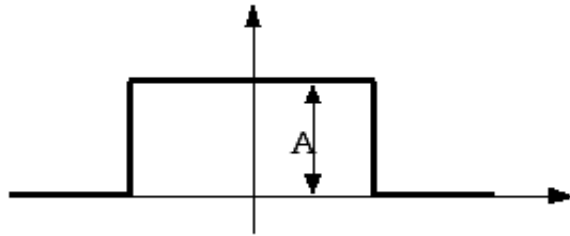
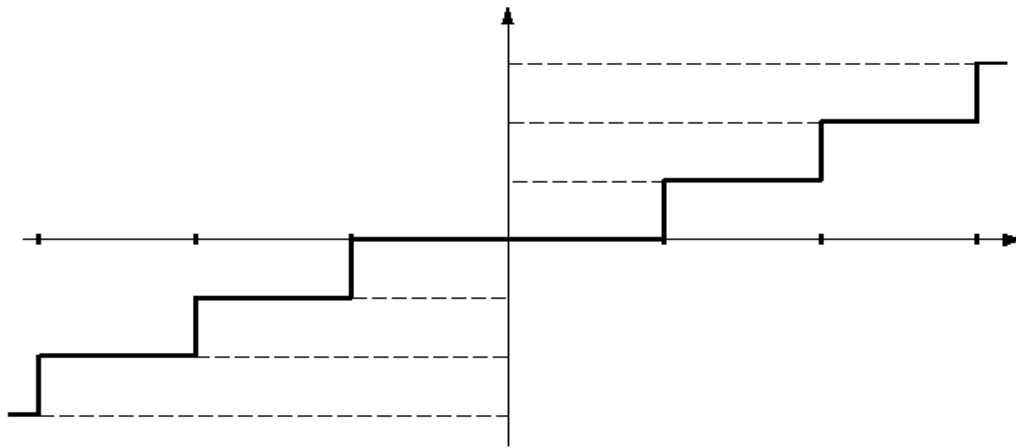
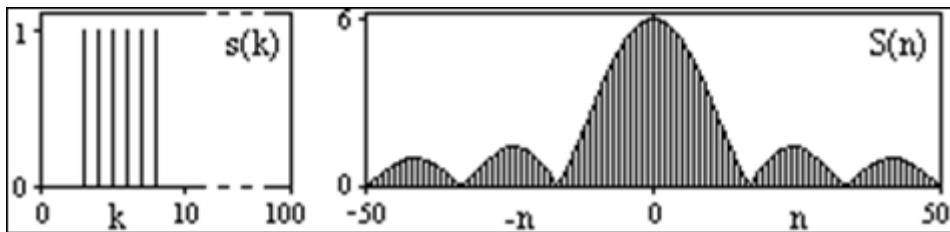


Рис.2.9 Одиночний прямокутний імпульс



б)

Рис.2.10. АЧС і ФЧС одиночного прямокутного імпульсу



Дискретний сигнал та модуль спектра



