

Самостійна робота 9.4. Приклад розв'язання

На основі даних та розрахунків, проведених для умови попередньої самостійної роботи 9.1:

- 1) надати економічну інтерпретацію параметрам a_0 та a_1 отриманої регресійної моделі;
- 2) надати економічну інтерпретацію коефіцієнту еластичності;
- 3) визначити довірчі межі (надійні інтервали) базисних середніх значень $\hat{y}_i$ та довірчих зон рівняння регресії;
- 4) визначити точковий прогноз для заданого значення незалежної змінної – визначити прогнозне значення прибутку підприємства (y) якщо вартість ОЗ підприємства буде на 20% більшою за максимальне значення цієї ознаки;
- 5) визначити інтервальний прогноз для заданого значення незалежної змінної.

Розв'язання

1) надати економічну інтерпретацію отриманої моделі;

За даними отриманого регресійного рівняння

$\hat{y} = -1,8994 + 1,2115 \cdot x$ надамо економічну інтерпретацію параметрам a_0 та a_1 отриманої регресійної моделі.

Для економічної інтерпретації нам потрібні коефіцієнти a_0 та a_1 . Оскільки обидва коефіцієнти є статистично значущими, що було доведено в Задачі 9.3 ми для обох параметрів можемо дати економічну інтерпретацію.

a_0 : Якщо коефіцієнт a_0 є значущим, тоді ми можемо сказати, що результативна змінна y прийме значення a_0 за нульового значення факторної (незалежної) змінної x .

Тобто, для нашого прикладу, якщо вартість ОЗ підприємства дорівнюватиме 0, то прибуток підприємства буде дорівнювати -1,8994 млн. грн. Постійна величина $a_0 = -1,8994$ дає прогнозне значення y при $x=0$. Але правильно інтерпретувати можна лише знак при параметрі a_0 .

Якщо $a_0 < 0$, то відносна зміна фактору « y » відбувається повільніше, ніж зміна фактору « x ».

Якщо $a_0 > 0$, то відносна зміна фактору « y » випереджає зміну фактору « x ».

В нашому випадку a_0 від'ємне ($a_0 = -1,8994 < 0$). Отже, зміна фактору « y » (прибутку підприємства) відбуватиметься повільніше, ніж фактору « x » (вартості основних засобів підприємства).

a_1 : Коефіцієнт при x називається коефіцієнтом регресії. Його величина вказує на середню зміну результативного фактору « y » при зміні фактору « x » на одну одиницю. Отже, якщо x зросте на 1 одиницю, то y зросте на a_1 одиниць. Якщо б a_1 було від'ємним, ми б казали, що зі зростанням x - y зменшувалась.

В нашому випадку, він показує, що якщо вартість основних засобів збільшити на 1 млн. грн., то прибуток підприємства зросте в середньому на 1,2115 млн. грн.

2) надати економічну інтерпретацію коефіцієнту еластичності;

Розглянемо як це виглядає з точки зору еластичності.

Аналіз економетричної моделі буде вважатись неповним, якщо не будуть розраховані коефіцієнти еластичності. У випадку парної лінійної регресії коефіцієнт еластичності визначається за формулою:

$$KE = a_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \quad (9.56)$$

де a_1 – параметр економетричної моделі;

$\bar{x}, \bar{y}$ – середні значення ознак x та y .

Якщо залежність між факторами буде іншою (нелінійною), то коефіцієнт еластичності визначатиметься інакше (формули наведено в додатку до конспекту лекції (Тема 9. Частина 2)).

Коефіцієнт еластичності характеризує відносний ефект впливу фактору x на результативну ознаку y .

Коефіцієнт еластичності показує на скільки відсотків в середньому зміниться результативна ознака y , якщо незалежна (факторна) ознака x збільшиться на 1%. Коефіцієнт еластичності доцільно розраховувати у випадках, коли змінні x та y мають різні одиниці виміру.

В нашому прикладі коефіцієнт еластичності дорівнює:

$$KE = 1,2115 \cdot (4,11 / 3,08) = 1,62$$

Отримане значення ми відразу отримали у %.

Якщо значення коефіцієнту еластичності більше 1 або менше -1, тобто за модулем > 1 (або не знаходиться в діапазоні $[-1; 1]$), то це вказує на те, що результативна змінна y є еластичною по відношенню до факторної змінної x .

Якщо коефіцієнт еластичності знаходиться в діапазоні $[-1; 1]$, то змінна y є нееластичною по відношенню до змінної x .

В нашому випадку – $KE > 1$, отже змінна y (прибуток підприємства) є еластичною по відношенню до змінної x (вартість ОЗ). Тому, якщо вартість ОЗ збільшиться на 1%, то прибуток підприємства збільшиться (ставимо збільшиться в обох випадках, адже зв'язок прямий) на 1,62%. Якщо форма зв'язку буде оберненою, то зі збільшенням змінної x значення результативної ознаки y буде навпаки зменшуватись.

3) визначити довірчі межі (надійні інтервали) базисних середніх значень $\hat{y}_i$ та довірчих зон рівняння регресії;

Це питання наведено у підручнику Диха, Мороз.

Для того, аби оцінити довірчі межі базисних середніх значень $\hat{y}_i$ або, іншими словами отримати довірчу зону рівняння регресії необхідно зробити наступне.

Використовуючи раніше знайдені значення середньої похибки моделі $\sigma_u = 0,1795$ та критичне значення t -критерію Стьюдента (t -критичне (табличне) = 2,306), ми можемо визначити надійні інтервали (довірчі межі або оцінки) кожного базисного середнього $\hat{y}_i$ при заданому рівні значимості α за формулою:

$$\tilde{y}_i = \hat{y}_i \pm \Delta y_i. \quad (9.52)$$

де $\hat{y}_i$ – теоретичне значення результативної ознаки у, розраховане за отриманим рівнянням регресії;

Δy_i – гранична помилка, що визначається за формулою:

$$\Delta y_i = \frac{t_{\alpha,k} \cdot \sigma_u}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sigma_x^2}}. \quad (9.53)$$

де $\sigma_x^2 = (\sum (x_i - \bar{x})^2) / n$.

Виконавши відповідні розрахунки, визначимо надійні інтервали базисних значень за формулами:

$$\min \tilde{y}_i = \hat{y}_i - \Delta y_i$$

$$\max \tilde{y}_i = \hat{y}_i + \Delta y_i.$$

Отже базисні значення будуть коливатися в межах:

№ під-ва	X _i	Y _i	(X _i -X _{ср}) ²	Y _{теор}	Δ Y _{теор}	Y теор min	Y теор max
1	2	3	12	7	13	14	15
1	2,50	1,20	2,59	1,1294	0,221074	0,9084	1,3505
2	2,80	1,50	1,72	1,4929	0,192237	1,3007	1,6851
3	5,00	4,50	0,79	4,1583	0,156151	4,0021	4,3144
4	3,60	2,20	0,26	2,4621	0,130938	2,3312	2,5931
5	3,00	1,90	1,23	1,7352	0,174269	1,5609	1,9095
6	4,20	3,10	0,01	3,1890	0,117116	3,0719	3,3062
7	4,50	3,40	0,15	3,5525	0,125201	3,4273	3,6777
8	5,60	4,80	2,22	4,8852	0,209314	4,6759	5,0945
9	3,90	2,80	0,04	2,8256	0,119189	2,7064	2,9448
10	6,00	5,40	3,57	5,369799	0,249414	5,1204	5,6192
Сума	41,10	30,80	12,59	30,8			

Отже, за отриманими даними, теоретичне значення результативної ознаки у з ймовірністю 95% коливатиметься в зазначених межах.

З'єднавши на графіку плавною лінією усі значення $\max \tilde{y}_i = \hat{y}_i + \Delta y_i$ та окремою лінією відповідно $\min \tilde{y}_i = \hat{y}_i - \Delta y_i$, отримаємо так звану довірчу зону рівняння регресії (рис. 1).

Кореляційне поле (діаграма розсіювання)

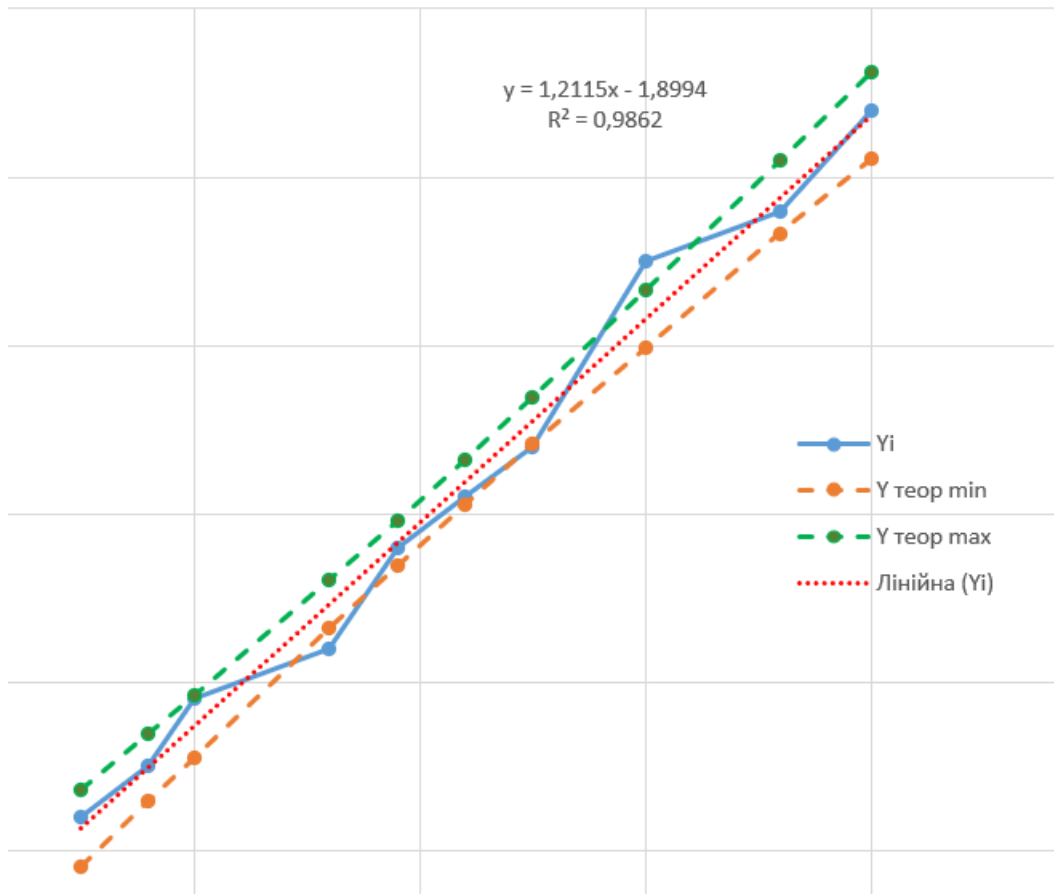


Рис. 1. Довірча зона рівняння регресії

На рис. 1 синя ломана – це емпіричні (фактичні, вибіркові) значення; червоний пунктир – лінія тренду (теоретична лінія – $\hat{y} = -1,8994 + 1,2115 \cdot x$); зеленим пунктиром відображено максимальні відхилення від лінії тренду; жовтим пунктиром відображено мінімальні відхилення від лінії тренду. Оскільки при розрахунку відхилень було використано ймовірність значимості 95%, то можемо стверджувати, що прогнознi значення з ймовірністю 95% будуть коливались між максимальним та мінімальними відхиленнями від тренду.

4) визначити точковий прогноз для заданого значення незалежної змінної – визначити прогнозне значення прибутку підприємства (y) якщо вартість ОЗ підприємства буде на 20% більшою за максимальне значення цієї ознаки;

Для визначення точкового прогнозу спочатку необхідно задати значення $x_{\text{прогнозне}}$ (його можна задавати будь-яким чином). В нашому випадку задамо таким чином – визначити прогнозне значення прибутку підприємства (y) якщо вартість ОЗ підприємства буде на 20% більшою за максимальне значення цієї ознаки.

$$x_{\text{прогнозне}} = 6,0 \cdot 1,2 = 7,2 \text{ млн. грн.}$$

Прогнозне значення будемо визначати за рівнянням регресії:

$$\hat{y} = -1,8994 + 1,2115 \cdot x$$

Підставимо в рівняння $x_{\text{прогнозне}}$:

$$y_{\text{прогнозне}} = -1,8994 + 1,2115 \cdot 7,2 = 6,82 \text{ млн.грн.}$$

Також, точковий прогноз можна визначити в Ексель за допомогою вбудованої функції:

Функція	<i>ПРЕДСКАЗ</i>	
	<i>FORECAST</i>	

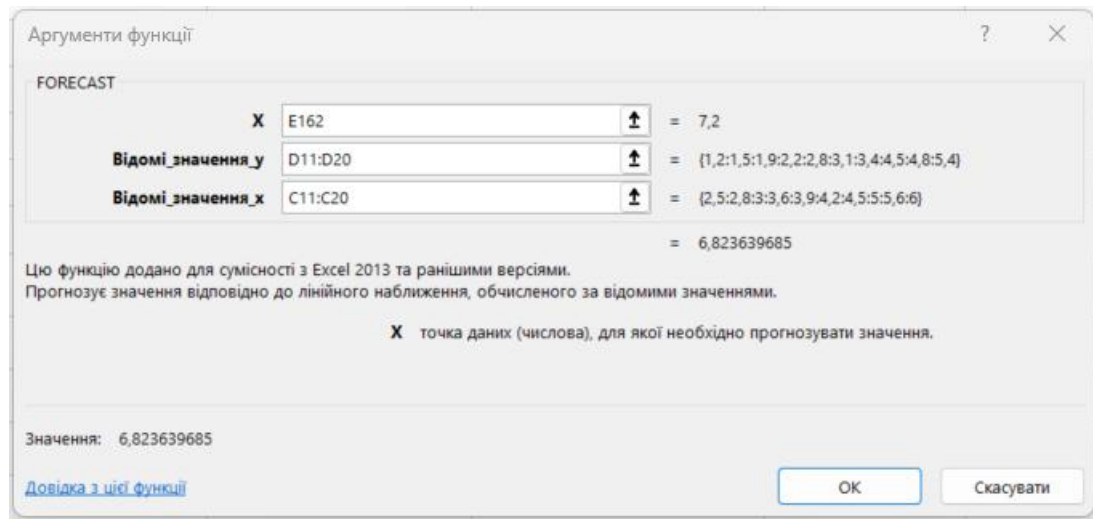


Рис. 2. Функція FORECAST

Значення $y_{\text{прогнозне}}$ можна інтерпретувати як точкову оцінку прогнозного значення математичного сподівання та індивідуального значення прибутку підприємства, за умови, що вартість ОЗ підприємства буде дорівнювати 7,2 млн. грн.

5) визначити інтервальний прогноз для заданого значення незалежної змінної.

Прогноз («істинне» значення прогнозу) буде знаходитись в межах:

$$\tilde{y}_{\text{прогнозне}} = \hat{y}_{\text{прогнозне}} \mp \Delta \hat{y}_{\text{прогнозне}}$$

або

$$\hat{y}_{\text{прогнозне}} - \Delta \hat{y}_{\text{прогнозне}} \ll \tilde{y}_{\text{прогнозне}} \ll \hat{y}_{\text{прогнозне}} + \Delta \hat{y}_{\text{прогнозне}}$$

В практиці прогнозування визначають для типи довірчих інтервалів:

- 1) для середнього значення;
- 2) для індивідуального значення.

Формули для їх розрахунків різняться тільки в тому, як розраховують значення під коренем. Для середнього значення (математичного сподівання) залежної змінної ознаки y похибку або граничну помилку ($\Delta \hat{y}_{\text{прогнозне}}$) визначають за формулою:

$$\Delta y_p = \frac{t_{\alpha, k} \cdot \sigma_u}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sigma_x^2}}. \quad (9.53)$$

Для індивідуального значення залежної змінної ознаки y похибку або граничну помилку ($\Delta \hat{y}_{\text{прогнозне}}$) визначають інакше – за формулою:

$$\Delta y_p = t_{\alpha,k} \cdot \frac{\sigma_u}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sigma_x^2}} \quad (9.54)$$

При щільній кореляції (більше 0,75) прогнозні значення можуть бути прийняті при бізнес-плануванні результативного показника на найближчу перспективу. При цьому слід пам'ятати, що чим далі від базисних показників взяте прогнозне значення фактора x , тим менш надійний прогноз, тим більша ймовірність значного відхилення від середнього розрахункового значення, тобто довірна зона прогнозування розширюється.

Для визначення середнього значення (математичного сподівання) похибка прогнозу дорівнює $\Delta \hat{y}_{\text{прогнозне}} = 0,3835$ (формула 9.53), тому отримаємо відповідні нерівності (прогнозний інтервал математичного сподівання):

$$\begin{aligned} Y_{\text{т.прогноз}} - \Delta Y_{\text{прогноз}} &\leq Y_{\text{прогноз (середнє)}} \leq Y_{\text{т.прогноз}} + \Delta Y_{\text{прогноз}} \\ 6,8236 - 0,3835 &\leq Y_{\text{прогноз (середнє)}} \leq 6,8236 + 0,3835 \\ 6,4402 &\leq Y_{\text{прогноз (середнє)}} \leq 7,2071 \end{aligned}$$

Для визначення прогнозного інтервалу індивідуального значення похибка прогнозу дорівнюватиме $\Delta \hat{y}_{\text{прогнозне}} = 0,3857$ (формула 9.54), тому отримаємо відповідні нерівності:

$$\begin{aligned} Y_{\text{т.прогноз}} - \Delta Y_{\text{прогноз}} &\leq Y_{\text{прогноз (індив)}} \leq Y_{\text{т.прогноз}} + \Delta Y_{\text{прогноз}} \\ 6,8236 - 0,3857 &\leq Y_{\text{прогноз (індив)}} \leq 6,8236 + 0,3857 \\ 6,4380 &\leq Y_{\text{прогноз (індив)}} \leq 7,2093 \end{aligned}$$

Отже, з ймовірністю 95% (або на рівні значимості $\alpha=5\%$) прогноз математичного сподівання попадає в інтервал [6,6501; 6,9972], а прогноз індивідуального значення – в інтервал [6,6452; 7,0021].

Економічна інтерпретація: якщо в прогнозному періоді вартість основних засобів підприємства буде дорівнювати 7,2 млн.грн., то середній прибуток підприємства з ймовірністю 95% потрапляє в інтервал [6,6501; 6,9972]. Водночас окреме (індивідуальне) значення прибутку підприємства буде міститися в ширшому інтервалі [6,6452; 7,0021].