Приклади задач з розв'язками:

Задача 1

Тема: Концепція кривих зростання продуктивності (криві навчання)

Менеджер по контрактах компанії Х займається питанням встановлення ціни майбутнього урядового контракту. При зборі даних по виробництву перших трьох одиниць продукції, які компанія виробила відповідно до контракту менеджер виявив, що на виробництво першого виробу витрачено 2000 робочих год., на виробництво другого – 1800 робочих годин, третього – 1692 год.

Скільки робочого часу має запланувати менеджер на виробництво ще трьох виробів?

Відповідь: 4710 год.

Задача 2

Тема: Концепція кривих зростання продуктивності (криві навчання)

Потенційний крупний клієнт запропонував за субпідрядом роботу по збору виробів, яка буде вигідною в тому випадку, якщо Ви зможете зібрати виріб з середнім часом меншим ніж 20 год. Контракт передбачає збір 1000 виробів.

Ви провели тестування, в результаті якого перший виріб було зібрано за 50 год., другий – за 40 год.

Скільки часу займе збір третього виробу?

Чи укладете Ви контракт? Поясніть відповідь.

Відповідь: на третій виріб необхідно 35,1 год. У середньому на один виріб потрібно 7,9 год., на такий контракт слід погодитись.

Задача 3

Тема: Прогнозування

Попит на електровелосипеди за останні 7 років у торговому центрі поданий у табл. 1. Потрібно визначити за допомогою тренду прогноз на 2020 рік.

Таблиця 1

Динаміка попиту на електровелосипеди у торговому центрі

Роки	Кількість реалізованих електровелосипедів
2013	74
2014	79
2015	80
2016	90
2017	105
2018	142
2019	152

Розв'язання

Рівняння тренду: $У = a + bx$,

де У – розрахункове значення передбачуваної змінної (залежної змінної); а – відрізок, що відсікається прямою на координатній осі У;

b – коефіцієнт нахилу прямої (коефіцієнт зміни значення у по відношенню до зміни значення х);

х – незалежна змінна (у даному випадку час).

Статистично, маючи рівняння, можна знайти значення а і b:

$$= \bar{y} - b\bar{x},$$

$$= \frac{\overline{xy} - n\,x\,y}{x_2 - n\,\bar{x}^2},$$

де $\bar{x}$ – середнє значення х;

$\bar{y}$ – середнє значення у;

n – кількість точок даних.

Побудуємо таблицю для проведення розрахунків.

Таблиця 2

Таблиця даних

Роки	Попит на електровелосипеди, y	Період часу, x	x^2	xy
2013	74	1	1	74
2014	79	2	4	158
2015	80	3	9	240
2016	90	4	16	360
2017	105	5	25	525
2018	142	6	36	852
2019	152	7	49	1064
	y = 722	x = 28	$x^2 = 140$	xy = 3273

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{28}{7} = 4$; $\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{722}{7} = 103{,}14$;

$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{3273 - 7 \cdot 4 \cdot 103{,}14}{140 - 7 \cdot 16} = \frac{385{,}08}{28} = 13{,}75$

$a = \bar{y} - b\bar{x} = 103{,}14 - 15{,}75 \cdot 4 = 48{,}14$.

Рівняння тренду: y = 48,14 + 13,75 x.

На 2020 рік (для 8 року) прогноз попиту складатиме: *y = 48,14 + 13,75 8 = 158,14.*

Задача 4

Тема: Прогнозування

Організація займається здачею складів в оренду. Потрібно визначити залежність кількості зданих складів від розміщених рекламних оголошень на місцевому телебаченні при наступних даних (табл. 1).

Таблиця 1

Реклама, x	Здача складів, y	x^2	xy	x^2
15	6	225	90	36
9	4	81	36	16
40	16	1600	640	256
20	6	400	120	36
25	13	625	325	169
25	9	625	225	81
15	10	225	150	100
35	16	1225	560	256
x = 184	y = 80	$x^2 = 5006$	xy = 2146	$y^2 = 950$

Розв'язання

$\bar{x} = \frac{184}{8} = 23$; $\bar{y} = \frac{80}{8} = 10$; $b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{2146 - 8 \cdot 23 \cdot 10}{5006 - 8 \cdot 23^2} = 0{,}395$

$a = \bar{y} - b\bar{x} = 10 - 0{,}395 \cdot 23 = 0{,}91$, *y = 0,91 + 0,395 x.*

Отже, якщо на місяць буде 30 оголошень, то прогнозований попит на склади становитиме: 0,91 + 0,395 30 = 13 складів.

Для визначення точності регресійних оцінок визначається ***стандартна помилка прогнозу (стандартне відхилення рівняння регресії):***

$$S_{y,x} = \sqrt{\frac{\sum y^2 - a\sum y - b\sum xy}{n-2}} = \sqrt{\frac{950 - 0{,}91 \cdot 80 - 0{,}395 \cdot 2146}{8-2}} = 2{,}2.\ ,$$

Розрахуємо ***коефіцієнт кореляції.***

Кореляція вимірює ступінь і напрям зв'язку між двома змінними.

Кореляцію між двома змінними можна розрахувати так:

$$r = \frac{n \quad xy - x \quad y}{\sqrt{n \quad x \quad - \left(\quad x \right)} \quad \sqrt{n \left(\quad y \right) - \left(\quad y \right)}} = \frac{8 \ 2146 - 184 \ 80}{\sqrt{\left(8 \ 5006 - 184 \right)} \left(8 \ 950 - 80 \right)} = 0{,}9$$

Отже, існує тісний зв'язок між здачею складів і рекламою на телебаченні.

Значення кореляції може знаходитися в діапазоні від -1,0 до +1,0. Кореляція +1,0 показує, що зміна однієї змінної завжди відповідає зміні іншої. Кореляція -1,0 показує, що збільшення однієї змінної відповідає зменшенню іншої. Кореляція близька до нуля, вказує на малий лінійний зв'язок між двома змінними.

Завдання. У відповідності до наведених вище прикладів розв'язати самостійно наступну задачу:

Задача 1

Тема: Прогнозування

Попит на мопеди за останні 7 років у торговому центрі поданий у табл. 1. Потрібно визначити за допомогою тренду прогноз на 2021 рік.

Таблиця 1

Динаміка попиту на мопеди у торговому центрі

Роки	Кількість реалізованих мопедів
2014	70
2015	74
2016	79
2017	85
2018	95
2019	112
2020	132