

**Практична робота на тему:  
Взаємно-індуктивні елементи, трифазні кола.**

**Задача 1.** До джерела трифазної мережі з лінійною напругою 380 В та частотою 50 Гц ввімкнено симетричне навантаження, з'єднане за схемою "зірка", з повним опором у фазі 90 Ом та індуктивністю 180 мГн. Обчислити активну, реактивну й повну потужності, коефіцієнт потужності, діючі значення лінійного струму і напруги. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

*Розв'язок. Фазна напруга*

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

*Фазний струм*

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z} = \frac{220}{90} = 2,45 \text{ А.}$$

*Лінійний струм*

$$I_{\phi} = I_{\text{л}} = 2,45 \text{ А.}$$

*Реактивний опір у фазі*

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,18 = 56,5 \text{ Ом.}$$

*Активний опір у фазі*

$$R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} = \sqrt{90^2 - 56,5^2} = 70 \text{ Ом.}$$

*Коефіцієнт потужності котушки*

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{70}{90} = 0,778$$

*Потужності, споживані навантаженням:*

– активна

$$P = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 2,45 \cdot 0,778 = 1260 \text{ Вт} = 1,26 \text{ кВт},$$

або

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,45 \cdot 0,778 = 1260 \text{ Вт} = 1,26 \text{ кВт};$$

– реактивна

$$Q = 3U_{\phi}I_{\phi} \sin\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 2,45 \cdot 0,628 = 1000 \text{ вар} = 1,0 \text{ квар},$$

або

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin\varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,45 \cdot 0,628 = 1000 \text{ вар} = 1,0 \text{ квар};$$

– повна

$$S = 3U_{\phi}I_{\phi} = 3 \cdot 220 \cdot 2,45 = 1620 \text{ ВА} = 1,62 \text{ кВА},$$

або

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,45 = 1620 \text{ ВА} = 1,62 \text{ кВА}.$$

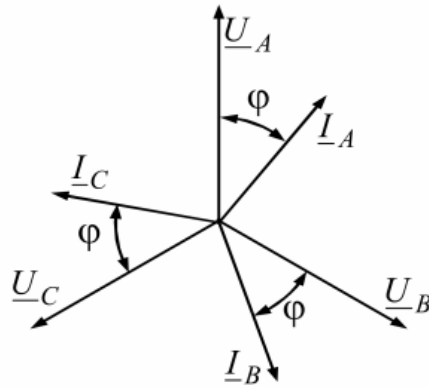


Рисунок 1 – Векторна діаграма струмів і напруг

**Задача 2.** До чотирипровідної трифазної мережі з діючим значенням лінійної напруги 220 В увімкнено несиметричне активне навантаження зі споживаною потужністю у фазах  $P_A=3$  кВт,  $P_B = 1,8$  кВт,  $P_C = 0,6$  кВт. Знайти діюче значення струму в нейтральному проводі. Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

**Розв'язок.** Напруга в кожній фазі

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В.}$$

Струми у фазах

$$I_A = \frac{P_A}{U_{\phi}} = \frac{3000}{127} = 23,4 \text{ А}, \quad I_B = \frac{P_B}{U_{\phi}} = \frac{1800}{127} = 14,2 \text{ А}, \quad I_C = \frac{P_C}{U_{\phi}} = \frac{600}{127} = 4,7 \text{ А.}$$

Струм у нейтральному проводі визначаємо з векторної діаграми

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C, \quad \underline{I}_N = 16 \text{ А.}$$

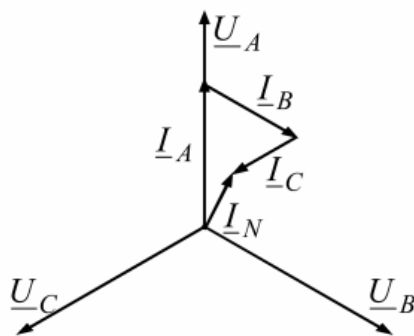


Рисунок 2 – Векторна діаграма струмів і напруг

**Задача 3.** До трифазної чотирипровідної мережі з діючим значенням лінійної напруги 380 В та частотою 50 Гц ввімкнений приймач енергії, з'єднаний за схемою "зірка". У фазу А ввімкнена котушка з індуктивністю 0,18 Гн і активним опором 80 Ом, у фазу В – резистор опором 69 Ом, у фазу С – конденсатор ємністю 30 мкФ із послідовно з'єднаним резистором опором

49 Ом. Визначити діючі значення лінійних і фазних струмів, повну споживану навантаженням потужність.

**Розв'язок.** Фазна напруга  $U_{\phi} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$ .

Повний опір:

– у фазі А  $Z_A = \sqrt{R_A^2 + X_A^2} = \sqrt{50^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0,18)^2} = 98 \text{ Ом};$

– у фазі В  $Z_B = R_B = 69 \text{ Ом};$

– у фазі С  $Z_C = \sqrt{R_C^2 + X_C^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 110 \text{ Ом}.$

Фазні струми

$$I_A = \frac{U_{\phi}}{Z_A} = \frac{220}{98} = 2,25 \text{ А}, \quad I_B = \frac{U_{\phi}}{Z_B} = \frac{220}{69} = 3,2 \text{ А}, \quad I_C = \frac{U_{\phi}}{Z_C} = \frac{220}{110} = 2 \text{ А}.$$

Активна потужність:

– у фазі А  $P_A = I_A^2 R_A = 2,25^2 \cdot 80 = 405 \text{ Вт};$

– у фазі В  $P_B = I_B^2 R_B = 3,2^2 \cdot 69 = 704 \text{ Вт};$

– у фазі С  $P_C = I_C^2 R_C = 2^2 \cdot 40 = 160 \text{ Вт};$

– загальна  $P = P_A + P_B + P_C = 405 + 704 + 160 = 1269 \text{ Вт}.$

Реактивна потужність:

– у фазі А  $Q_A = I_A^2 X_A = 2,25^2 \cdot 56,5 = 285 \text{ вар};$

– у фазі В  $Q_B = I_B^2 X_B = 0 \text{ вар};$

– у фазі С  $Q_C = -I_C^2 X_C = -2^2 \cdot 106 = -425 \text{ вар};$

– загальна  $Q = Q_A + Q_B + Q_C = 285 + 0 + (-425) = -140 \text{ вар}.$

Повна потужність навантаження

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1269^2 + 140^2} = 1280 \text{ ВА}.$$

**Задача 4.** У трифазну мережу з діючим значенням лінійної напруги 220 В і частотою 50 Гц увімкнено симетричний споживач, з'єднаний за схемою "трикутник", навантаження якого складається з котушки індуктивністю 0,3 Гн і послідовно ввімкненого з нею резистора активним опором 20 Ом у кожній фазі. Знайти діючі значення лінійних і фазних струмів, фазну напругу, споживану повну; активну і реактивну потужності.

**Розв'язок.** Фазна напруга

$$U_{\phi} = U_{\text{л}} = 220 \text{ В.}$$

Повний опір навантаження у фазі

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{20^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0,3)^2} = 96 \text{ Ом.}$$

Струм у фазі 
$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z} = \frac{220}{96} = 2,3 \text{ А.}$$

Струм лінійний 
$$I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 2,3 = 3,98 \approx 4 \text{ А.}$$

Коефіцієнт потужності 
$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{20}{96} = 0,208.$$

Потужності навантаження:

– активна 
$$P = 3U_{\phi}I_{\phi} \cos\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 2,3 \cdot 0,208 = 317 \text{ Вт};$$

– реактивна 
$$Q = 3U_{\phi}I_{\phi} \sin\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 2,3 \cdot 0,97 = 1470 \text{ вар};$$

– повна 
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{317^2 + 1470^2} = 1280 \text{ ВА.}$$

**Задача 5.** Обмотки фаз трифазного асинхронного електродвигуна з номінальною потужністю на валу  $P_{\text{ном}} = 4 \text{ кВт}$  увімкнені в трифазну живильну мережу з лінійною напругою 220 В "трикутником". Коефіцієнт потужності двигуна  $\cos\varphi_{\phi} = 0,8$ ; ( $\varphi = 37^{\circ}$ ); ККД  $\eta = 0,85$ . Визначити лінійні та фазні струми електродвигуна.

**Розв'язок.** Потужність, що підведена до електродвигуна

$$P_1 = \frac{P_{2\text{ном}}}{\eta} = \frac{4 \cdot 10^3}{0,85} = 4700 \text{ Вт.}$$

Струми двигуна

– лінійний 
$$I_{\text{л}} = \frac{P_1}{\sqrt{3}U \cos\varphi_{\phi}} = \frac{4700}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,8} = 15 \text{ А};$$

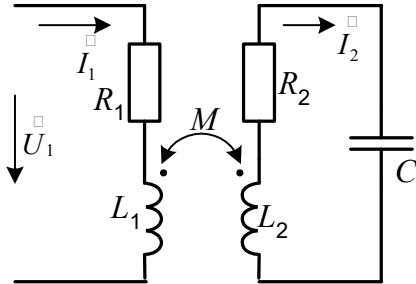
– фазний 
$$I_{\phi} = \frac{I_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{15}{1,73} = 9 \text{ А.}$$

Опори фази двигуна при заданому навантаженні на валу:

– повний 
$$z_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}} = \frac{U_{\text{л}}}{I_{\text{л}}} = \frac{220}{9} = 24,45 \text{ Ом};$$

– активний 
$$R_{\phi} = z_{\phi} \cos\varphi_{\phi} = 24,45 \cdot 0,8 = 19,55 \text{ Ом.}$$

**Задача 6.** В вторинній обмотці трансформатора без сталевго сердечника проходить струм  $\overset{\circ}{I}_2 = 0,5 \text{ А}$ . (рис. 54.). Коефіцієнт зв'язку між первинною та вторинною обмотками  $k = 0,5$ . Вторинна обмотка трансформатора замкнута на конденсатор ємністю  $C$ . Опір елементів ланцюга:  $R_1 = 60 \text{ Ом}$ ;  $\omega L_1 = 80 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 90 \text{ Ом}$ ;  $\omega L_2 = 45 \text{ Ом}$  і  $\frac{1}{\omega C} = 218 \text{ Ом}$ .



Визначити струм у первинній обмотці  $\overset{\circ}{I}_1$  та прикладену до неї напругу  $\overset{\circ}{U}_1$ . Побудувати векторну діаграму. Скласти баланс потужностей.

Розв'язок:

Знаючи, що  $k_C = \frac{M}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} = \frac{\omega M}{\sqrt{\omega \alpha_1 \cdot \omega \alpha_2}}$ , знайдемо

$$\omega M = k_C \sqrt{\omega \alpha_1 \cdot \omega \alpha_2} = 0,5 \sqrt{80 \cdot 45} = 30 \text{ Ом.}$$

Складемо рівняння на підставі другого закону Кірхгофа для вторинного контуру

$$\left[ R_2 + j \left( \omega \alpha_2 - \frac{1}{\omega C} \right) \right] \overset{\circ}{I}_2 - j \omega M \overset{\circ}{I}_1 = 0,$$

з нього визначимо комплекс струму  $\overset{\circ}{I}_1$ , у первинній обмотці

$$\overset{\circ}{I}_1 = \overset{\circ}{I}_2 \frac{R_2 + j \omega L_2 - j \frac{1}{\omega C}}{j \omega} = 0,5 e^{j0^\circ} \frac{90 + j45 - j210}{j30} = 3,14 e^{-j151^\circ 30'}$$

Комплекс прикладеної до ланцюга напруги знайдемо з рівняння другого закону Кірхгофа, складеного для первинного контуру:

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{U}_1 &= (R_1 + j \omega L_1) \overset{\circ}{I}_1 - j \omega M \overset{\circ}{I}_2 = \\ &= (60 + j80) \cdot 3,14 e^{-j151^\circ 30'} - j30 \cdot 0,5 e^{j0^\circ} = 328 e^{-j97^\circ 50'} \end{aligned}$$

Побудову векторної діаграми починаємо з вибору масштабів  $m_i = 0,5 \text{ А/см}$ ,  $m_u = 10 \text{ В/см}$ .

Струм  $\overset{\circ}{I}_2 = 0,5 e^{j0^\circ}$  - відкладаємо як вектор спрямований по осі дійсних чисел, довжиною  $l_{i_2} = \frac{I_2}{m_i} = \frac{0,5}{0,5} = 1 \text{ см}$ .

Далі побудову здійснюємо згідно рівнянь, записаних за другим законом Кірхгофа для вторинного і первинного контурів.

$$I_2 R_2 = 0,5 \cdot 90 = 45 \text{ В}$$

$$\left( l = \frac{45}{30} = 1,5 \right) \text{ см}$$

$$I_2 X_{L2} = 0,5 \cdot 45 = 22,5 \text{ В}$$

$$\left( l = \frac{22,5}{30} = 0,75 \right) \text{ см}$$

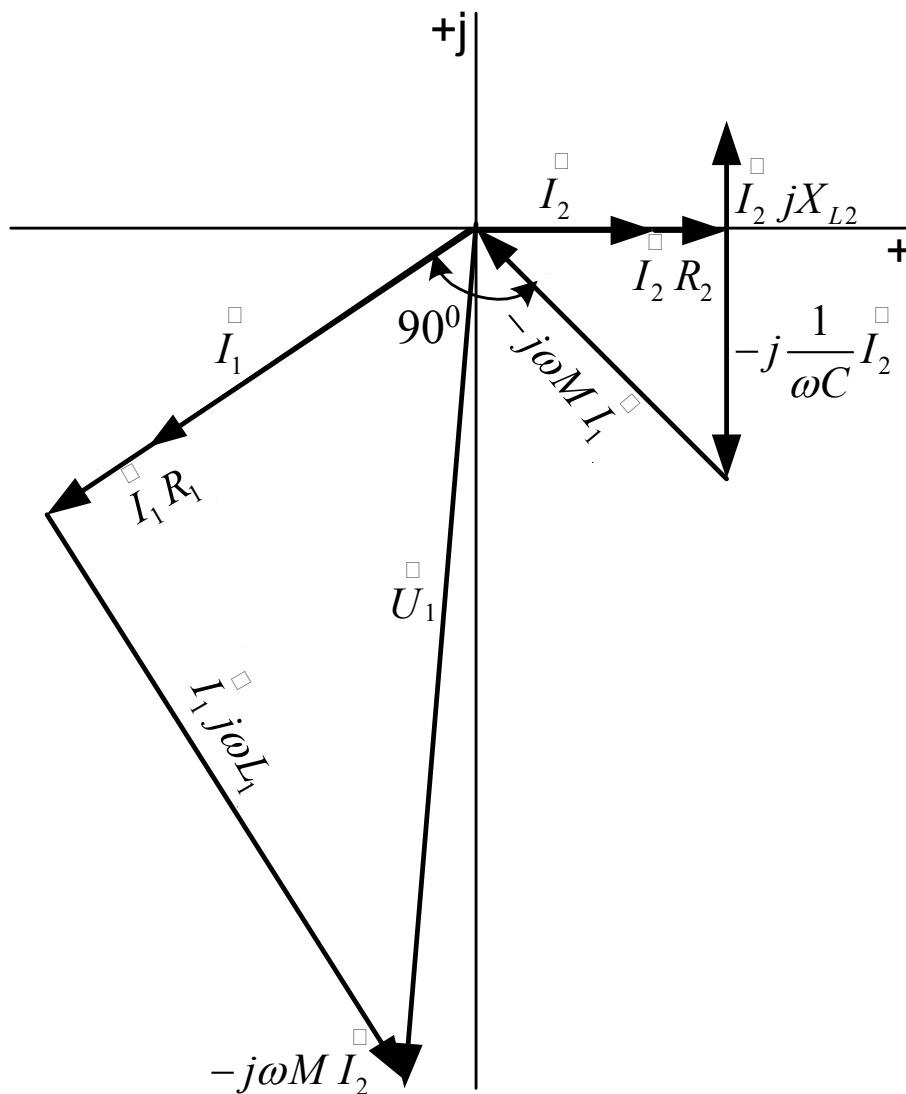
$$I_2 \frac{1}{\omega C} = 0,5 \cdot 210 = 105$$

$$\left( l = \frac{105}{30} = 3,5 \right) \text{ см}$$

$$I_1 R_1 = 3,14 \cdot 60 = 1828 \text{ В}$$

$$I_1 \omega \alpha_1 = 3,14 \cdot 80 = 252 \text{ В}$$

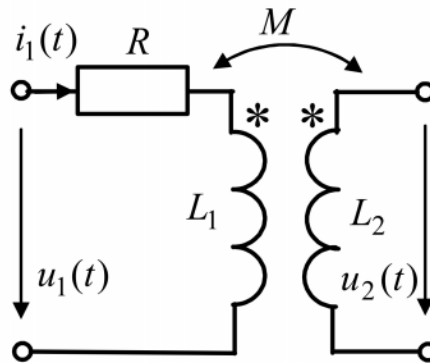
$$I_2 \omega M = 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ В}$$



Баланс комплексних потужностей запишеться у виді

$$\begin{aligned}
\dot{U}_1 I_1^* &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + \left( \dot{I}_1 j\omega L_1 - \dot{I}_2 j\omega M \right) I_1^* + \\
&+ \left( \dot{I}_2 j\omega L_2 - \dot{I}_1 j\omega M \right) I_2^* - jI^2 \frac{1}{\omega C} \\
328e^{-j97^\circ 50'} \cdot 3,14 \cdot e^{j151^\circ 30'} &= 3,14^2 \cdot 60 + 0,5^2 \cdot 90 - j0,5^2 \cdot 210 + \\
&+ \left( 3,14e^{-j151^\circ 30'} \cdot j80 - 0,5j30 \right) \cdot 3,14e^{j151^\circ 30'} + \\
&+ \left( 0,5j45 - 3,14e^{-j151^\circ 30'} \cdot j30 \right) \cdot 0,5 \\
1060e^{j53^\circ 40'} &\approx 1090e^{j54^\circ}
\end{aligned}$$

**Задача 7.** Для кола визначити миттєве значення напруги  $u_2(t)$  на розімкнених затискачах індуктивності  $L_2 = 100$  мГн,  $u_1(t) = 10 \cos(10^6 t + \pi/4)$  В;  $k = 0,707$ ;  $L_1 = 1$  мГн;  $R = 1$  кОм.



**Розв'язок.** Використовуючи співвідношення для коефіцієнта зв'язку  $k$ , визначимо взаємну індуктивність:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0,707\sqrt{100 \cdot 10^{-6}} = 7,07 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 7,07 \text{ мГн.}$$

запишемо комплексну амплітуду заданої напруги і визначимо комплексні опори елементів кола:

$$\underline{U}_{m1} = 10e^{j\pi/4} \text{ В; } \underline{Z}_{L1} = j\omega L_1 = j10^6 \cdot 10^{-3} = j10^3 \text{ Ом} = j1 \text{ кОм;}$$

$$\underline{Z}_M = j\omega M = j10^6 \cdot 7,07 \cdot 10^{-3} = j7,07 \cdot 10^3 \text{ Ом} = j7,07 \text{ кОм.}$$

Розрахуємо комплексну амплітуду струму:

$$\underline{I}_{m1} = \frac{\underline{U}_{m1}}{R + \underline{Z}_{L1}} = \frac{10e^{j\pi/4}}{(1 + j) \cdot 10^3} = 7,07 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 7,07 \text{ мА.}$$

Враховуючи узгоджений характер увімкнення індуктивно-зв'язаних елементів і відсутність струму в розімкнених затискачах індуктивності  $L_2$ , визначимо комплексну амплітуду шуканої напруги:

$$\underline{U}_{m2} = \underline{Z}_M \underline{I}_{m1} = j7,07 \cdot 10^3 \cdot 7,07 \cdot 10^{-3} = j50 \text{ В.}$$

Запишемо миттєве значення напруги:

$$u_2(t) = 50 \cos(10^6 t + \pi/2) \text{ В.}$$

**Задача 8.** Повні опори двох послідовно з'єднаних індуктивно-зв'язаних котушок з параметрами  $(R_1 = R_2 = R; L_1 = L_2 = L)$  ; на частоті  $f = 1$  МГц дорівнюють при узгодженому увімкненні  $Z_{зг} = 1,414$  кОм, а при зустрічному –  $Z_{зс} = 1$  кОм. Знайти активний опір  $R$  , індуктивність  $L$  кожної котушки та їх взаємну індуктивність  $M$  , якщо коефіцієнт зв'язку  $k=0,5$ .

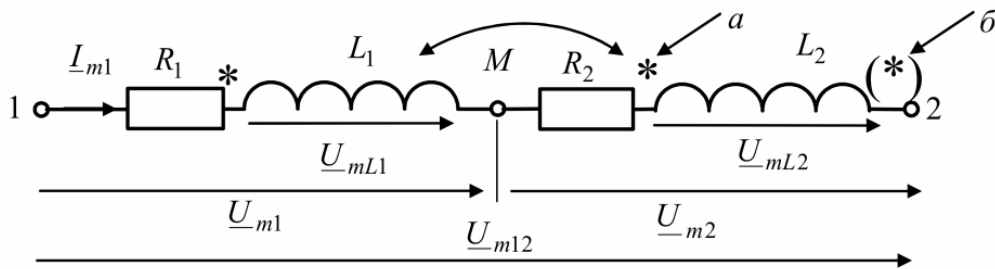


Рисунок 3.36 – Послідовне з'єднання індуктивно зв'язаних котушок:  
а – для узгодженого; б – зустрічного увімкнень

### Розв'язок.

Запишемо співвідношення для повних опорів при узгодженому і зустрічному увімкненнях:

$$Z_{зг} = \sqrt{(2R)^2 + [\omega(2L + 2M)]^2};$$

$$Z_{зс} = \sqrt{(2R)^2 + [\omega(2L - 2M)]^2}.$$

Підставляючи задані значення повних опорів і частоти, а також використовуючи співвідношення для коефіцієнта зв'язку для ідентичних котушок  $k=0,5 = M/L$ , отримуємо систему з двох рівнянь з двома невідомими:

$$1414 = 2\sqrt{R^2 + (2\pi \cdot 10^6 \cdot 1,5L)^2}; \quad 1000 = 2\sqrt{R^2 + (2\pi \cdot 10^6 \cdot 0,5L)^2}.$$

Піднісши до квадрата ліві та праві частини рівнянь, маємо:

$$0,5 \cdot 10^6 = R^2 + 9\pi^2 10^{12} L^2; \quad 0,25 \cdot 10^6 = R^2 + \pi^2 10^{12} L^2,$$

звідки після елементарних перетворень отримуємо:

$$L = \frac{10^{-3}}{\sqrt{32\pi}} = 56,27 \text{ мкГн}; \quad R = \sqrt{\frac{1,75}{8}} 10^3 = 468 \text{ Ом}; \quad M = 0,5L = 28,135 \text{ мкГн.}$$

### Завдання:

1. Розберіть приведені розв'язки типових задач.
2. Готуйтеся на наступну консультацію (четвер, 23.04.20 р. 10.00-11.20) до контрольної роботи. Теми – синусоїдальний струм, взаємно-індуктивні елементи, трифазні кола. Контрольна буде з 10.00 до 11.20. Прохання всім бути у мережі і виконувати завдання. Буде 25 тестових питань. Прийом відповідей до 12.00.