МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ І МАГНІТНИХ КІЛ

ЛЕКЦІЯ

ПОТУЖНІСТЬ ТА РЕЗОНАНС В ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ

ВИКЛАДАЧ: К.Т.Н., ДОЦЕНТ КОРЕНІВСЬКА О.Л.

ЖИТОМИР – 2022 р.

Комплексний розрахунок кіл змінного струму
Символічне зображення функцій

В теорії ланцюгів для визначення амплітуди і початкової фази гармонійної реакції застосовують особливий, так званий, символічний або комплексний метод аналізу, що використовує алгебру комплексних чисел. Згідно цього методу

$$A_m \cos(\omega t + \alpha) = \mathrm{Re}\left[\dot{A}_m e^{j\omega t}\right] = \frac{1}{2}\left[\dot{A}_m e^{j\omega t} + \overset{*}{A}_m e^{-j\omega t}\right]$$

$$A_m \sin(\omega t + \alpha) = \mathrm{Im}\left[\dot{A}_m e^{j\omega t}\right] = \frac{1}{2j}\left[\dot{A}_m e^{j\omega t} + \overset{*}{A}_m e^{-j\omega t}\right].$$

У даних виразах $\dot{A}_m$ - комплексна амплітуда, комплексне число, модуль якого дорівнює дійсній амплітуді, а аргумент дорівнює початковій фазі гармонійної функції;

$\overset{*}{A}_m$ - комплексно-спряжена амплітуда, комплексне число, модуль якого дорівнює дійсній амплітуді, а аргумент дорівнює початковій фазі гармонійної функції з протилежним знаком;

$e^{j\omega t}$ - оператор обертання, комплексне число з модулем, що дорівнює одиниці. $e^{j\omega t}$ обертається на комплексній площині зі швидкістю ω проти годинникової стрілки;

$e^{-j\omega t}$ - оператор обертання за годинниковою стрілкою;

Re – символічний запис виділення дійсної частини комплексного числа, тобто проекція вектора, який зображує комплексне число на вісь дійсних чисел;

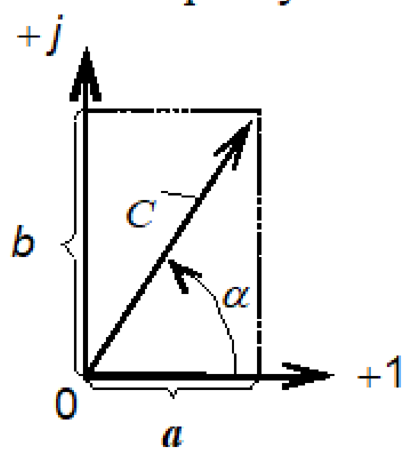
Im – символічний запис виділення уявної частини комплексного числа, тобто проекція вектора, який відображає комплексну амплітуду, що обертається зі швидкістю ω у вісях комплексної площини, на вісь уявних чисел.

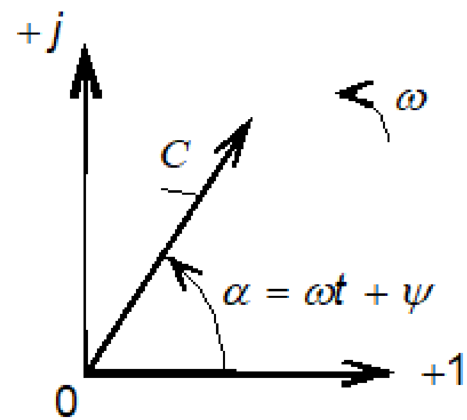
Комплексним числом називається співвідношення, що має вигляд:

$$C = a + jb$$

де a, b – дійсні числа, j – уявна одиниця, що задовольняє рівність $j^2 = -1$. Число ***a*** називається ***дійсною частиною***, ***b*** – ***уявною частиною*** числа C.

Комплексне число можна зобразити точкою чи відповідним радіус-вектором на комплексній площині. Осі OX та OY називаються відповідно дійсною та уявною осями. Додатний напрям дійсної осі прийнято позначати знаком $+1$, додатний напрям уявної осі – знаком $+j$.





З рисунку видно, що проекція радіус-вектора комплексного числа на дійсну вісь дорівнює ***a***, на уявну – ***b***. Тоді:

$$a + jb = C_m \cos\alpha + jC_m \sin\alpha = C_m e^{j\alpha}$$

$C = C_m cosa + jC_m sina$ – тригонометрична форма запису.
$C = C_m e^{ja}$ - показникова форма запису.
Величина Cm називається ***модулем комплексного числа,***

$$C_m = \sqrt{a^2 + b^2},$$

α – ***аргументом чи фазою*** комплексного числа

$$\alpha = \omega t + \psi,$$

де ψ – початкова фаза при $t = 0$.

$$\psi = arctg\frac{b}{a}$$

На зображенні гармонічних функцій часу комплексними амплітудами ґрунтується символічний (комплексний) метод розрахунку кіл синусоїдного струму.

$$e^{j0} = 1 \qquad e^{j90} = j \qquad j^2 = -1$$

$$e^{j180} = -1 \qquad e^{-j90} = -j \qquad \frac{1}{j} = -j$$

Основні дії над комплексними числами описані у додатковому файлі.

Розглянемо основні математичні операції з комплексними числами.

Припустимо, що задані два числа, які записані в алгебраїчній і показниковій формах.

$$\dot{A} = a_1 + ja_2 = Ae^{j\alpha} \qquad \dot{B} = b_1 + jb_2 = Be^{j\beta}$$

Додавання (віднімання) комплексних чисел проводиться в алгебраїчній формі

$$\dot{A} + \dot{B} = (a_1 + ja_2) + (b_1 + jb_2) = (a_1 + b_1) + j(a_2 + b_2)$$

Множення (ділення) комплексних чисел може виконуватися

в алгебраїчній формі $\dot{A} \cdot \dot{B} = (a_1 + ja_2) \cdot (b_1 + jb_2) = (a_1 b_1 - a_2 b_2) + j(a_1 b_2 + a_2 b_1)$

в показниковій формі $\dot{A} \cdot \dot{B} = Ae^{j\alpha} \cdot Be^{j\beta} = A \cdot Be^{j(\alpha+\beta)}$

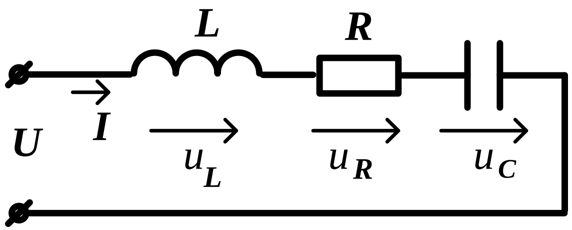
$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{(a_1 + ja_2)}{(b_1 + jb_2)} = \frac{(a_1 + ja_2) \cdot (b_1 - jb_2)}{(b_1 + jb_2) \cdot (b_1 - jb_2)} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + j(a_2 b_1 - a_1 b_2)}{b_1^2 + b_2^2} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{b_1^2 + b_2^2} + j\frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{b_1^2 + b_2^2}.$$

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{Ae^{j\alpha}}{Be^{j\beta}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha - \beta)}.$$

Піднесення до степеня (добування кореня) комплексного числа виконується тільки в показниковій формі

$$\dot{A} = (A \cdot e^{j\alpha})^n = A^n \cdot e^{jn\alpha} \qquad \dot{A} = \sqrt{A \cdot e^{j\alpha}} = \sqrt{A} \cdot e^{j\frac{\alpha}{2}}$$

Електричне коло з послідовним з'єднанням елементів *R, L* та *C*



Нехай у заданій схемі з послідовним з'єднанням **елементів *R, L* та** протікає змінний струм $i = I_m \sin\omega t \Leftrightarrow \dot{I} = Ie^{j0}$

рівняння в комплексній формі

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_R + \dot{U}_C = \dot{I}R + \dot{I}jX_L - \dot{I}jX_C = \dot{I}(R + jX_L - jX_C) = \dot{I}\underline{Z}$$

де $\underline{Z} = (R + jX_L - jX_C)$ – комплексний опір,

$X = X_L - X_C$ – реактивний опір

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ – модуль комплексного опору або повний опір

$\varphi = arctg \dfrac{X_L - X_C}{R}$ – аргумент комплексного опору або кут зсуву фаз між напругою та струмом на вході схеми

При $\varphi > 0$, при цьому коло має активно-індуктивний характер

при $\varphi < 0$ – коло має активно-ємнісний характер.

Таким чином, одержано рівняння: що визначає ***закон Ома для комплексних амплітуд***.

$$\dot{U} = Z\dot{I}_m$$

Поділивши обидві частини рівняння на $\sqrt{2}$, одержимо закон Ома для ***комплексних діючих значень***:

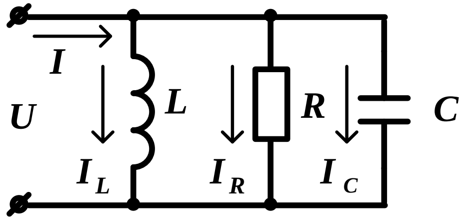
$$\dot{U} = Z\dot{I}$$

Рівняння закону Ома для послідовної схеми матиме вигляд

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)}$$ – в комплексній формі,

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$ – в звичайній формі для модулів

Електричне коло з паралельним з’єднанням елементів *R, L* та *C*



Нехай на вході схеми діє змінна напруга:

$$u = U_m \sin \omega t \Leftrightarrow \dot{U} = Ue^{j0}$$

рівняння в комплексній формі

$$\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_R + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} + \frac{\dot{U}}{-jX_C} = \dot{U}(G - jB_L + jB_C) = \dot{U}\,\underline{Y}$$

$\underline{Y}$ – комплексна провідність $\qquad \underline{Y} = G - jB_L + jB_C = G - jB$

$G = \frac{1}{R}$ – активна провідність

$B_L = \frac{1}{X_L}$ – індуктивна провідність $\qquad B_C = \frac{1}{X_C}$ – ємнісна провідність

$B = B_L - B_C$ – реактивна (еквівалентна) провідність

$\underline{Y} = \sqrt{G^2 + B^2}$ – модуль комплексної провідності або повна провідність

$\varphi = arctg\frac{B_L - B_C}{G}$ – аргумент комплексної провідності або кут зсуву фаз між напругою та струмом на вході схеми

При $(B_L – B_C) > 0$ и $\varphi > 0$ – коло в цілому має активно-індуктивний характер

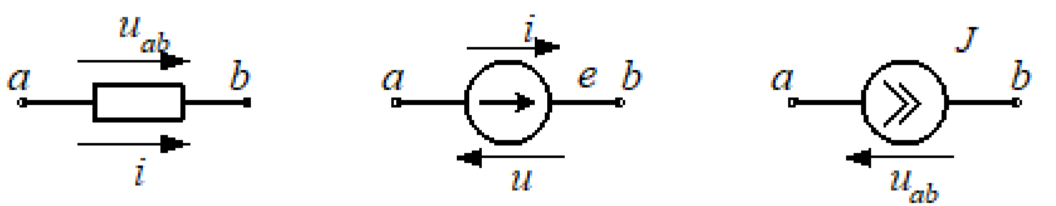
при $(B_L – B_C) < 0$ и $\varphi < 0$ – коло в цілому має активно-ємнісний характер

Миттєва, активна, реактивна, повна та комплексна потужності

Під миттєвою потужністю елемента ланцюга (ділянки ланцюга) розуміють добуток миттєвих значень напруги та струму

$$p = ui$$

Якщо елемент пасивний, тоді його миттєва потужність є додатною при напрузі та струму напрямки яких співпадають (рис. 1 а). Якщо елемент активний (джерело Е.Р.С. чи струму), тоді його миттєва потужність є додатною при *u* і *i*. протилежно спрямованих (рис. 1 б, в).



$p = u_{ab} \cdot i$ $\qquad$ $p_e = u \cdot i = e \cdot i$ $\qquad$ $p_J = J \cdot u_{ba}$

а) $\qquad$ б) $\qquad$ в)

Рис. 1

При постійних напругах і струмах миттєва потужність є величиною незмінною в часі, яка дорівнює

$$P = UI$$

Так як в схему заміщення ланцюга постійного струму входять лише елементи *R, E, J*, то

$$P_R = I^2 R = U^2 g \quad ;$$

$$P_R = I^2 R = U^2 g \quad ;$$

$$P_E = EI\,; \qquad\qquad P_J = JU_{ba}\,.$$

Миттєва потужність у ланцюзі гармонійного струму змінюється в часі з подвоєною частотою. Наприклад, для приймача з комплексним опором

$$Z = |Z| e^{j\varphi} = R + jX$$

$$p = ui = UI\cos\varphi\left(1-\cos 2\omega t\right) + UI\sin\varphi\sin 2\omega t = UI_a\left(1-\cos 2\omega t\right) +$$

$$+UI_p\sin 2\omega t = U_a I\left(1-\cos 2\omega t\right) + U_p I\sin 2\omega t = p_R + p_X$$

тут U, I - діючі значення напруги та струму;

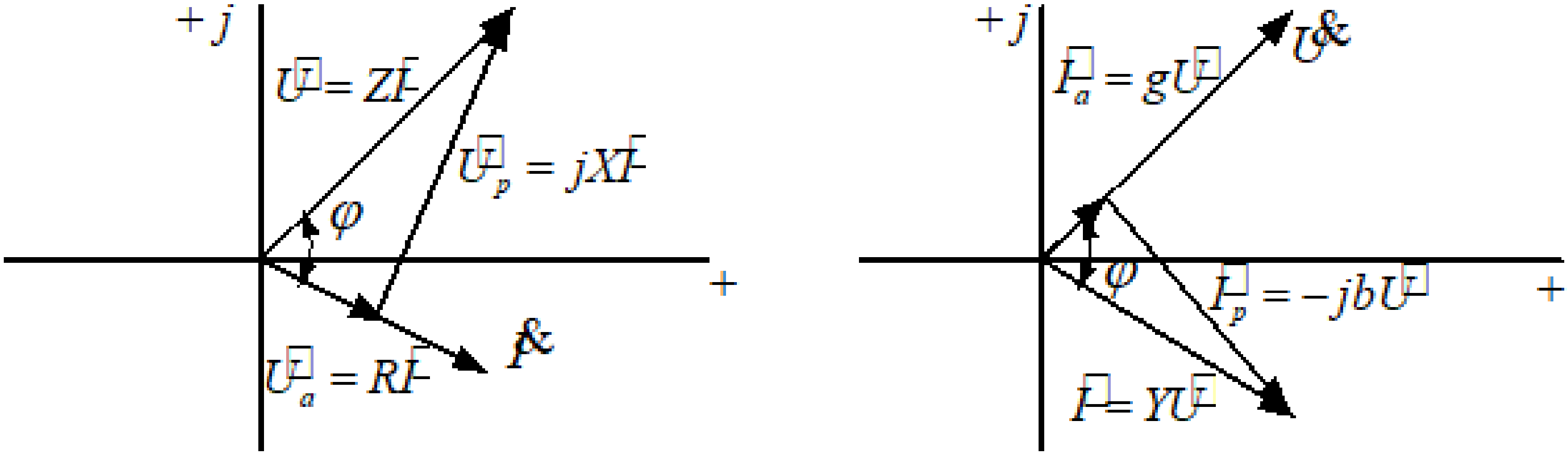
I_a - активна складова струму, що співпадає за фазою з напругою та являє собою проекцією на напрям вектора напруги (рис. 2 б);

I_p - є проекцією вектора струму на напрямок, перпендикулярний вектору $\dot{U}$, ссунута по фазі відносно напруги на кут $\pm 90°$, називається реактивною складовою струму (рис.2 б)

U_a, U_p - активна та реактивна складові напруги (їх зміст є аналогічним I_a та I_p і зрозумілим з рис. 2 а);

p_R - миттєва потужність резистивного елемента;

p_x - миттєва потужність реактивного елемента X.



а) б)

Рис. 2

Середнє значення миттєвої потужності за період в ланцюгах змінного періодичного струму називають активною потужністю (Р).

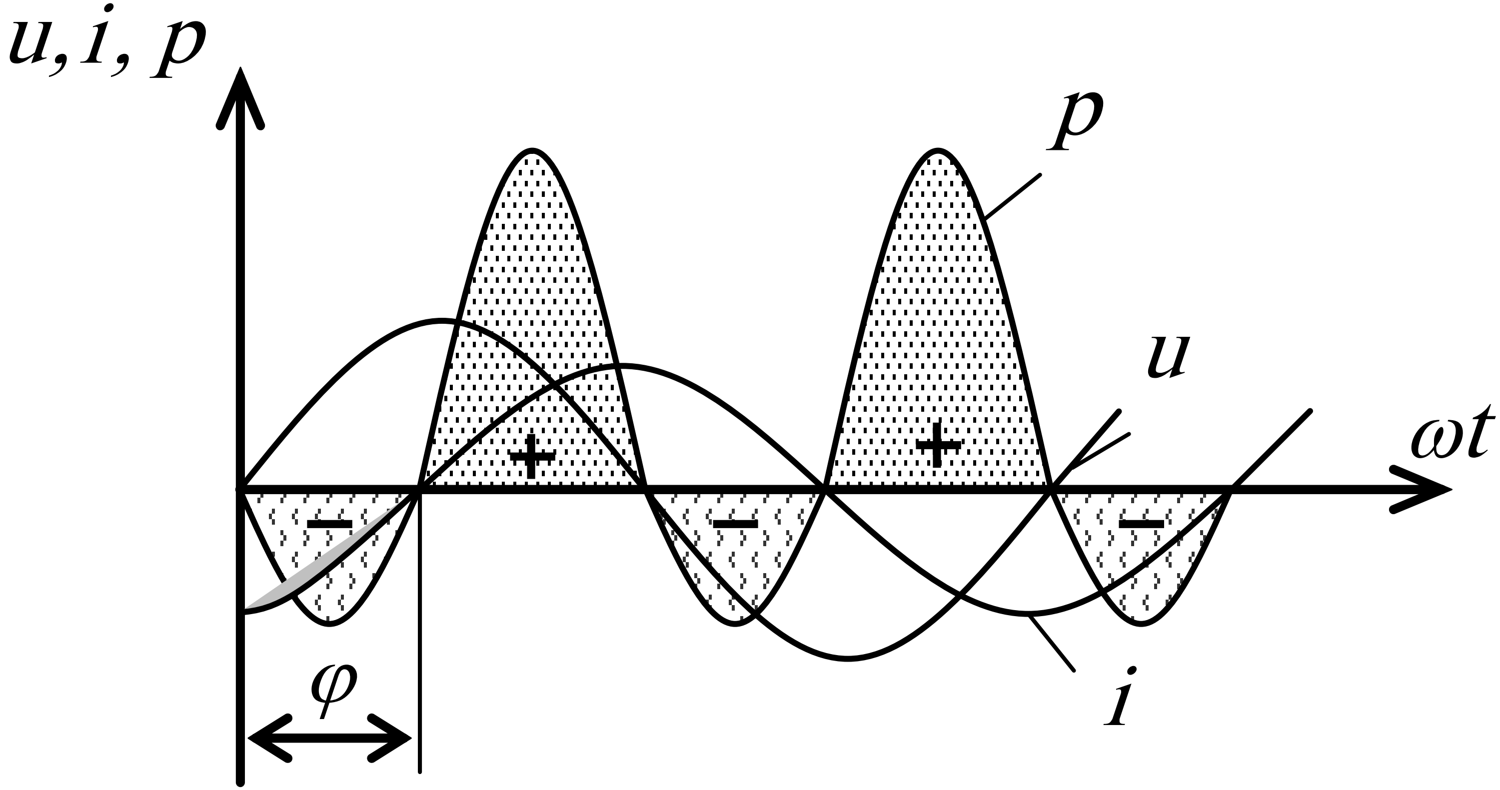
$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p dt = \frac{1}{T}\int_0^T uidt = UI\cos\varphi = I_a U = U_a I = RI^2 = gU^2$$

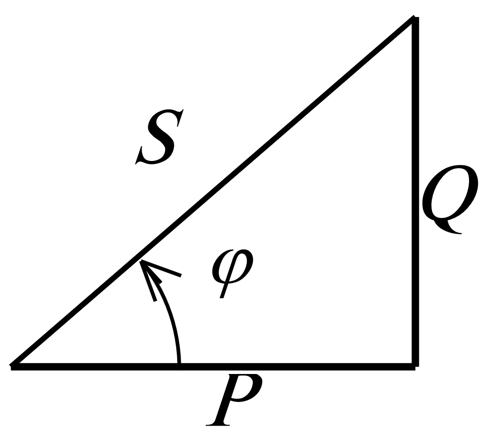
Реактивна потужність являє собою максимальну швидкість запасання енергії в реактивних елементах. Вона дорівнює коефіцієнту перед $\sin 2\omega t$ у виразі миттєвої потужності, тобто

$$Q = UI\sin\varphi = U_p I = I_p U = xI^2 = bU^2$$

при $\varphi > 0$ (індуктивний характер навантаження) $Q > 0$,

при $\varphi < 0$ (ємнісний характер навантаження) $Q < 0$.


u, i, p
p
u
ωt
+
+
−
−
−
i
φ


S
Q
φ
P

Модуль вираження миттєвої потужності, який дорівнює добутку діючих значень напруги та струму, називається повною потужністю

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}\ .$$

Так як розрахунок ланцюга гармонійного струму здійснюється комплексним методом, то вводиться поняття комплексної потужності, яка визначається

$$\dot{S} = \dot{U}\overset{*}{I} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ = Se^{j\varphi}\ .$$

З цього визначення випливає, що

$S = UI$ - повна потужність дорівнює модулю комплексної потужності;

$P = \mathrm{Re}\left[\dot{S}\right]$ - активна потужність дорівнює дійсній частині комплексної потужності;

$Q = \mathrm{Im}\left[\dot{S}\right]$ - реактивна потужність дорівнює уявній частині комплексної потужності.

Комплексна потужність ідеального джерела $\dot{E}$:

$$\dot{S}_E = \dot{E}\dot{I}\ \text{(рис. 1 б).}$$

Комплексна потужність ідеального джерела струму $\dot{J}$:

$$\dot{S}_J = \dot{U}_{ba}\dot{J}\quad \text{(рис. 1 в).}$$

Баланс потужностей

Для будь-якого замкненого електричного ланцюга дійсний закон збереження енергії. З нього випливає баланс потужностей, згідно якого в електричному ланцюзі в будь-який момент часу сума потужностей, що розвиваються джерелами електричної енергії, дорівнює сумі потужностей, які витрачаються в приймачах енергії:

$$\sum p_{дж.} = \sum p_{пр.}$$

Останній вираз для ланцюга постійного струму (p = P) запишеться:

$$\sum P_{дж.} = \sum P_{пр.} \text{ або}$$

$$\sum \left(E_к I_к + U_к J_к \right) = \sum I_к^2 R_к ,$$

де $\sum E_к I_к$ - алгебраїчна сума потужностей $u_р$ джерел Е.Р.С.. Потужність *k*-го джерела Е.Р.С, враховується зі знаком „плюс”, при співпаданні напрямку дії Е.Р.С. $E_к$ і відповідного струму через це джерело I_k;

$\sum U_к J_к$ - алгебраїчна сума потужностей джерел струму. Потужність *k*– го джерела струму враховується зі знаком „плюс”, якщо напрям напруги на зовнішніх затискачах джерела та напрям струму джерела протилежні;

$\sum I_k^2 R_k$ - арифметична сума, в ній повинні бути враховані як потужності, що споживаються зовнішніми опорами, так і потужності втрат самих джерел енергії.

Поняття резонансу електричного кола

Ознакою резонансного режиму двополюсника є відсутність зсуву фаз між напругою на вході двополюсника та вхідним струмом, тобто, при резонансі вхідний опір чи вхідна провідність двополюсника стають чисто активними, а їх реактивні складові дорівнюють нулеві.

Струм у колі співпадає за фазою з напругою на вході кола, тобто коло веде себе в цілому, як активний опір. Кут зсуву фаз φ = 0.

В залежності від виду з’єднання реактивних та активних елементів в колі виділяють *резонанс напруг* та *резонанс струмів*. У колах з послідовним з'єднанням індуктивного та ємнісного опорів може виникати ***резонанс напруг***, при паралельному з'єднанні таких елементів може спостерігатися ***резонанс струмів***.

В резонансному режимі коливання енергії між магнітними й електричними полями замикаються всередині кола

Обмін енергією між джерелом та колом відсутній

Електричне коло по відношенню до джерела енергії веде себе як суто активний опір ***R*** (активна провідність ***G***).

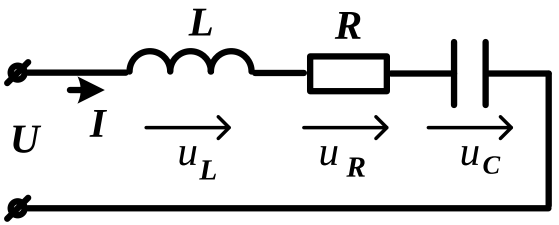
Умова для резонансного режиму через параметри елементів схеми:

- вхідний опір $\mathbf{Z_{вх}}=\mathbf{R_{вх}}$
- вхідна провідність $\mathbf{Y_{вх}}=\mathbf{G_{вх}}$

схеми з боку виводів джерела енергії повинні мати чисто активний характер

Резонанс напруг

Резонанс в колі з послідовним з'єднанням джерела енергії й реактивними елементами *L* та *C* отримав назву резонансу напруг.



Умова резонансу напруг: $X_э = X_L - X_C = 0$ або

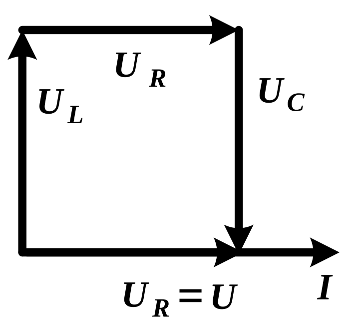
$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ – резонансна або власна частота.

З отриманої рівності слідує, що резонансного режиму в колі можна досягти зміною параметрів елементів *L* та *C* або частоти джерела ω.

В резонансному режимі повний опір схеми має мінімальне значення й рівне активному опору:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R,$$

Струм максимальний і збігається за фазою з напругою джерела: $I=U/R;\ \varphi = 0.$



Напруга на резисторі рівна напрузі джерела: $U_R = IR = U.$

Напруга на реактивних елементах рівні за модулем, протилежні за фазою й взаємно компенсують один одного:

$$U_L = IX_L = \frac{U}{R} X_L \qquad U_C = -IX_C = -\frac{U}{R} X_C.$$

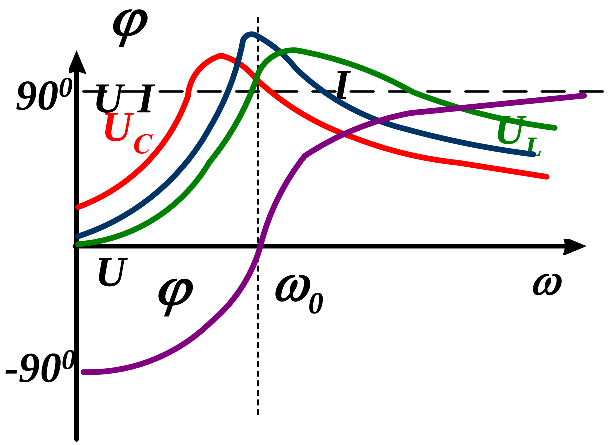
Напруги на реактивних елементах $U_L = U_C = U\frac{X_L}{R} = U\frac{X_C}{R}$

можуть значно перевищувати напругу джерела *U* за умови, що $X_L = X_C >> R.$

Електричне коло з послідовним з'єднанням елементів ***R, L, C*** в техніці отримало назву послідовного коливального контуру

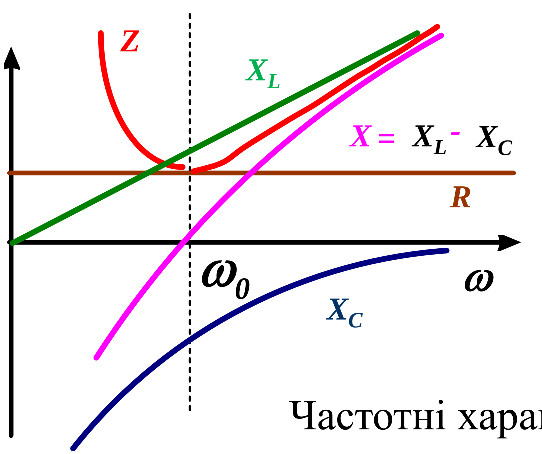
Властивості такого кола як коливального контуру характеризують наступні параметри:

$\rho = \omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$ – хвильовий опір, $Q = \dfrac{\rho}{R}$ – добротність контура.



Резонансні характеристики

Резонансними характеристиками називаються залежності режимних параметрів від частоти: U_L, U_C, I, $\varphi = f(\omega)$

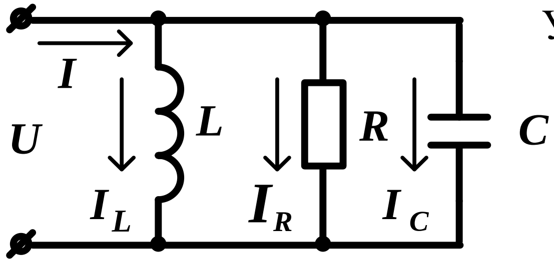


Частотні характеристики

Частотними характеристиками контура називаються залежності опорів окремих елементів та ділянок від частоти $X_L(\omega)$, $X_C(\omega)$, $Z(\omega)$, $X_C(\omega)$

Резонанс струмів

Резонанс в колі з паралельним з'єднанням джерела енергії й реактивних елементів ***L*** та ***C*** отримав назву резонансу струмів.



Умова резонансу струмів: $b = b_L - b_C = 0 \qquad b_L = b_C$

$$\frac{1}{\omega_0 L} - \omega_0 C = 0 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ – резонансна (власна) частота.

В резонансному режимі повна провідність схеми рівна активній провідності й має мінімальне значення:

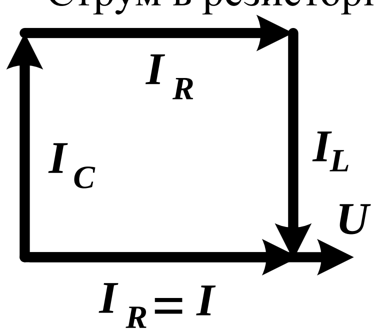
$$Y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = g$$

$$g = \frac{1}{R}, \qquad b_L = \frac{1}{\omega \cdot L}, \qquad b_C = \omega \cdot C$$

Струм джерела також мінімальний й збігається за фазою з напругою джерела **(φ = 0):** $I = UY = Ug$**.**

Струми в гілках з реактивними елементами $I_L = -Ub_L$, $I_C = Ub_C$ рівні за модулем, протилежні за фазою й компенсують один одного

Струм в резисторі ***R*** рівний струму джерела **($I = I_R = Ug$).**



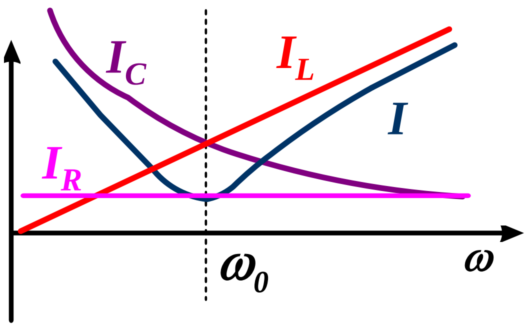
За умови, що $b_L = b_C >> g$ струми в реактивних елементах $I_L = I_C$ можуть значно перевищувати струм джерела I

Електричне коло з паралельним з'єднанням елементів ***R, L*** та ***C*** в техніці отримало назву паралельного коливального кола.

Властивості такого кола як коливального контура характеризують наступні параметри:

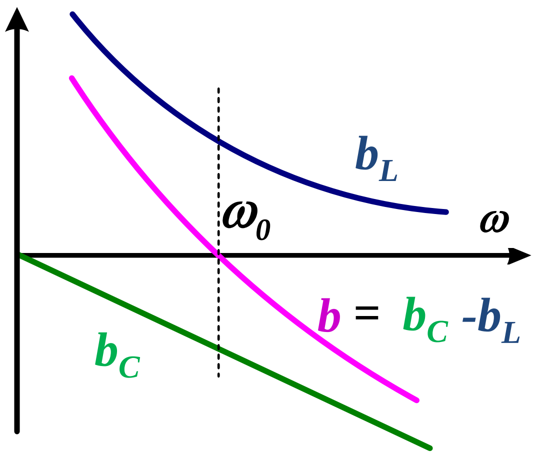
$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ – резонансна частота; $\gamma = \dfrac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C = \sqrt{\dfrac{C}{L}}$ – хвильова провідність;

$Q = \dfrac{\gamma}{G}$ – добротність контура.



Резонансні характеристики паралельного контура

$I_L(\omega),\ I_C(\omega),\ I_R(\omega),\ I(\omega)$

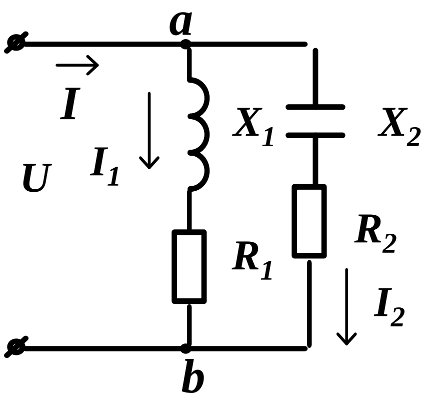


Частотні характеристики провідностей окремих елементів

$b_L(\omega),\ b_C(\omega),\ b(\omega)$

Резонанс струмів у складних колах

Розглянемо коло з двома паралельними гілками



Так як гілки з реактивними елементами з'єднанні паралельно, то в колі може виникнути резонанс струмів.

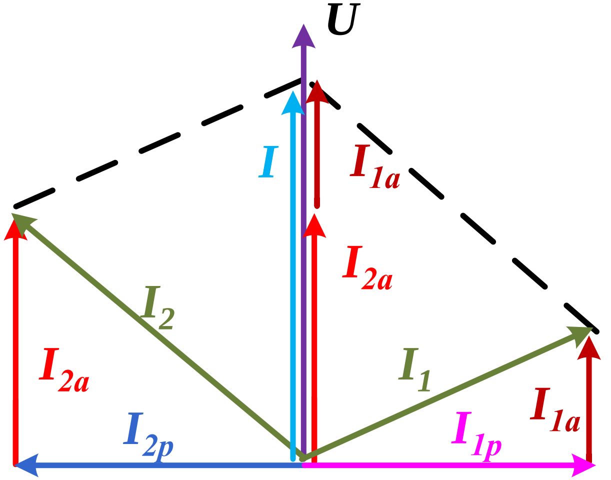
Запишемо умову резонансу $b_{экв}=0 \quad b_{экв}=b_1-b_2 \quad b_1=b_2,$

Вхідна комплексна провідність схеми:

$$\underline{Y}_{BX}=\frac{1}{R_1+jX_1}+\frac{1}{R_2-jX_2}=\frac{R_1-jX_1}{(R_1+jX_1)(R_1-jX_1)}+\frac{R_2+jX_2}{(R_2-jX_2)(R_2+jX_2)}=\frac{R_1-jX_1}{R_1^2+X_1^2}+\frac{R_2+jX_2}{R_2^2+X_2^2}$$

$$=\left(\frac{R_1}{R_1^2+X_1^2}+\frac{R_2}{R_2^2+X_2^2}\right)-j\left(\frac{X_1}{R_1^2+X_1^2}-\frac{X_2}{R_2^2+X_2^2}\right)= \quad =g_{экв}-jb_{экв}$$

$$b_1=\frac{X_1}{R_1^2+X_1^2} \qquad b_2=\frac{X_2}{R_2^2+X_2^2} \qquad g_1=\frac{R_1}{R_1^2+X_1^2} \qquad g_2=\frac{R_2}{R_2^2+X_2^2}$$



Запишемо вираз для визначення активних та реактивних складових струмів у гілках:

$$I_{1a}=U\cdot g_1 \qquad I_{2a}=U\cdot g_2 \qquad I_{1p}=U\cdot b_1 \qquad I_{2p}=U\cdot b_2$$

Резонанс напруг

Резонанс напруг виникає при умові послідовного з’єднання елементів *R*, *L*, *C*.

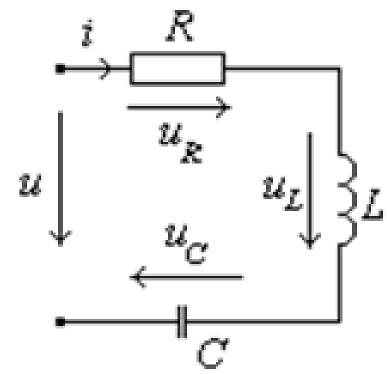


Рис. 1

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \dot{I}R + j\omega L\dot{I} - j\frac{1}{\omega C}\dot{I} = \dot{I}\left(R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right) =$$

$$=\dot{I}\left(R + j(X_L - X_C)\right) = \dot{I}Z$$

При $X_L - X_C = 0$, $Z=R$, коли вхідний опір кола – активний,

$$\dot{U} = \dot{I}R, \ \varphi=0.$$

Це явище носить назву *резонанс напруг.* Умовою резонансу напруг є рівність еквівалентного реактивного опору кола нулю, тобто рівність реактивних опорів ємності та індуктивності:

$$\boxed{X_L = X_C}, \text{ або } \boxed{\omega L = \frac{1}{\omega C}}$$

Досягти резонансу можна підбором трьох параметрів – кутової частоти ω, індуктивності *L* або ємності *C*, які визначаються із умови резонансу.

Частота, на якій спостерігається резонанс у такій схемі, називається резонансною частотою.

Резонансна частота: $\boxed{\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$.

Резонансна індуктивність: $\boxed{L_p = \frac{1}{\omega^2 C}}$

Резонансна ємність: $\boxed{C_p = \frac{1}{\omega^2 L}}$

Індуктивний та ємнісний опори при резонансі:

$$X_L = X_C = \omega_p L = \frac{1}{\omega_p C} = \sqrt{\frac{1}{LC}}L = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho . \qquad \boxed{\sqrt{\frac{L}{C}} = \rho}$$

Величина ρ визначає опір індуктивного або ємнісного елемента при резонансі і називається *хвильовим* або *характеристичним опором* резонансного контуру.

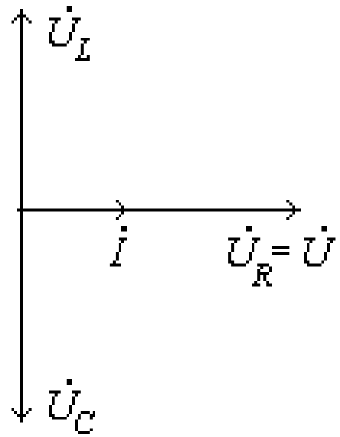
Відношення напруги на реактивних елементах при резонансі до напруги на вході називається *добротністю* (Q) контуру.

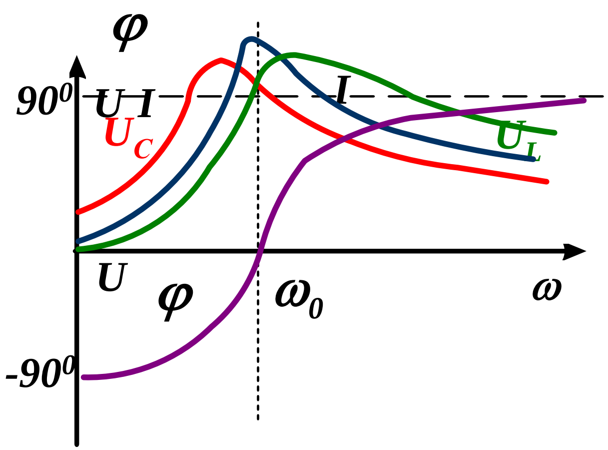
$$Q = \frac{U_{Lp}}{U} = \frac{U_{Cp}}{U} = \frac{I\rho}{IR} = \frac{\rho}{R} . \qquad \boxed{Q = \frac{\rho}{R}}$$

Величина, обернена добротності, називається *згасанням* (*послабленням*) d контура.

$$\boxed{d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho}}$$

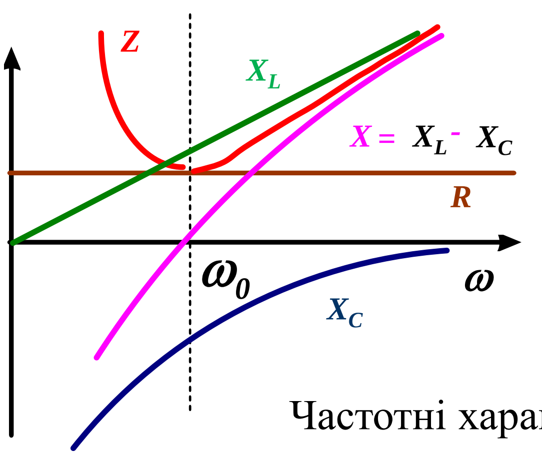
Векторна діаграма при резонансі напруг





Резонансні характеристики

Резонансними характеристиками називаються залежності режимних параметрів від частоти: U_L, U_C, I, $\varphi = f(\omega)$



Частотні характеристики

Частотними характеристиками контура називаються залежності опорів окремих елементів та ділянок від частоти $X_L(\omega)$, $X_C(\omega)$, $Z(\omega)$, $X_C(\omega)$

Резонанс струмів

Резонанс в колі з паралельним з'єднанням джерела енергії й реактивних елементів ***L*** та ***C*** отримав назву резонансу струмів.

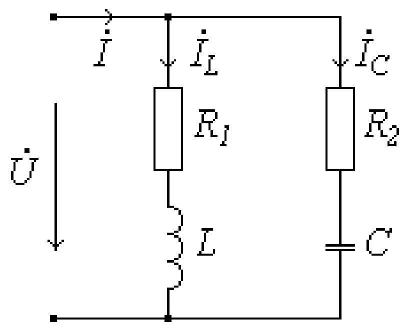


Рис. 5

Умова резонансу струмів: $b = b_L - b_C = 0 \quad b_L = b_C$

$$\frac{1}{\omega_0 L} - \omega_0 C = 0 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ – резонансна (власна) частота.

В резонансному режимі повна провідність схеми рівна активній провідності й має мінімальне значення:

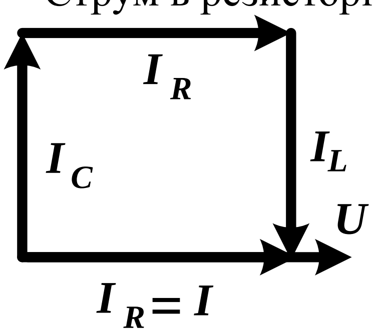
$$Y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = g$$

$$g = \frac{1}{R}, \quad b_L = \frac{1}{\omega \cdot L}, \quad b_C = \omega \cdot C$$

Струм джерела також мінімальний й збігається за фазою з напругою джерела **($\varphi = 0$):** $I = UY = Ug$.

Струми в гілках з реактивними елементами $I_L = -Ub_L$, $I_C = Ub_C$ рівні за модулем, протилежні за фазою й компенсують один одного

Струм в резисторі ***R*** рівний струму джерела **($I = I_R = Ug$).**



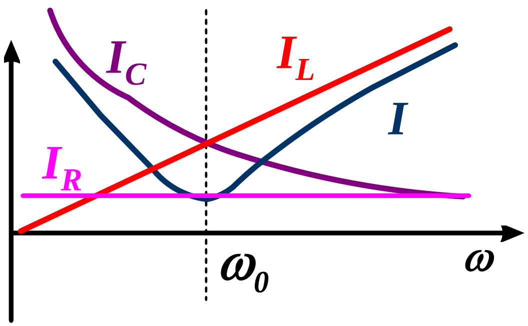
За умови, що $b_L = b_C >> g$ струми в реактивних елементах $I_L = I_C$ можуть значно перевищувати струм джерела I

Електричне коло з паралельним з'єднанням елементів ***R, L*** та ***C*** в техніці отримало назву паралельного коливального кола.

Властивості такого кола як коливального контура характеризують наступні параметри:

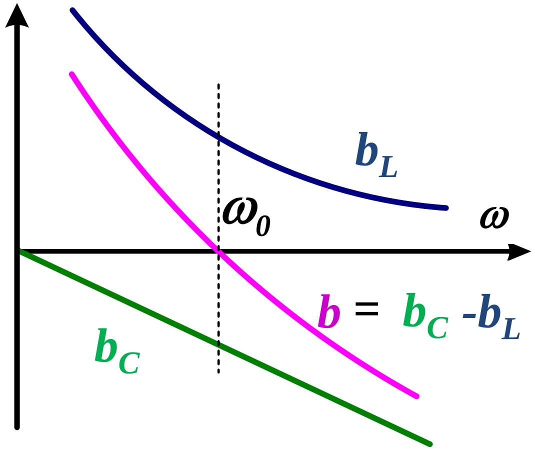
$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ – резонансна частота; $\gamma = \dfrac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C = \sqrt{\dfrac{C}{L}}$ – хвильова провідність;

$Q = \dfrac{\gamma}{G}$ – добротність контура.



Резонансні характеристики паралельного контура

$I_L(\omega), I_C(\omega), I_R(\omega), I(\omega)$



Частотні характеристики провідностей окремих елементів

$b_L(\omega), b_C(\omega), b(\omega)$