

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ І МАГНІТНИХ КІЛ

ЛЕКЦІЇ 1 - 3

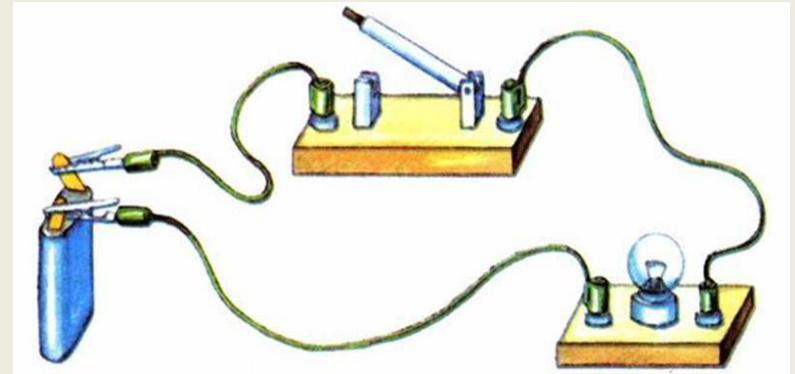
ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

ВИКЛАДАЧ: К.Т.Н., ДОЦЕНТ КОРЕНІВСЬКА О.Л.

ЖИТОМИР – 2022 р.

Електричним колом називають сукупність з'єднаних між собою компонентів, що створюють замкнутий шлях для протікання струму, а електромагнітні процеси в них можна описати з допомогою понять **напруги** та **струму**.

Компонентами електричних кіл є резистори, конденсатори, котушки індуктивності, діоди, транзистори, інтегральні мікросхеми тощо.



Кожен компонент кола повністю характеризується залежностями між струмами та напругами на його зовнішніх виводах, а процеси, що відбуваються всередині компонента, не розглядають.

Реальні кола зображають у вигляді **принципової електричної схеми**, на якій за допомогою стандартизованих графічних зображень показують усі компоненти кола та усі з'єднання між ними.

Теорія кіл працює з ідеалізованими моделями реальних кіл, тому в ній використовують умовні графічні зображення ідеалізованих кіл, які моделюють реальні кола і побудовані з ідеалізованих моделей компонентів. Такі графічні зображення ідеалізованих кіл називають **схемами заміщення** або **еквівалентними електричними схемами**.

Предметом вивчення теорії кіл є закономірності фізичних процесів в колах, властивості, методи побудови та аналізу електронних кіл різних типів.

У теорії кіл розрізняють дві основні задачі досліджень: **задачі аналізу та задачі синтезу**

Задача аналізу полягає у визначенні реакції кола на задану зовнішню дію. Початковими даними для аналізу є схема кола, моделі компонентів схеми та значення їх параметрів, а також задана зовнішня дія.

Задача синтезу полягає у побудові схеми електронного кола, яке має задану потрібну (бажану) реакцію на задану зовнішню дію. Початковими даними для синтезу є задана зовнішня дія та задана необхідна реакція кола.

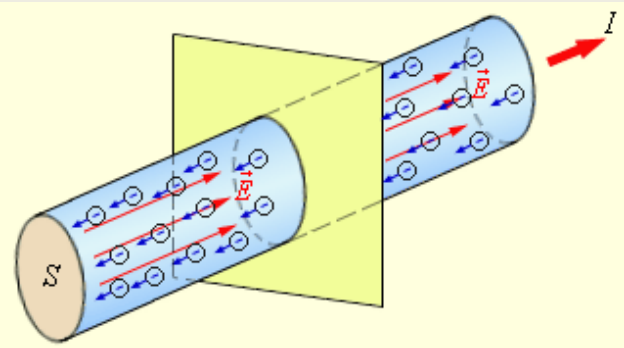
Оскільки задачі аналізу є простішими від задач синтезу, то вивчення теорії кіл почнемо із задач аналізу.

Спочатку розглянемо основні електричні величини, які характеризують стан електронного кола, а відтак – методи формування математичних моделей електронних кіл.

Основними електричними величинами, які використовують у теорії кіл для характеристики стану електронного кола, є поняття **струму, напруги, потужності та енергії**.

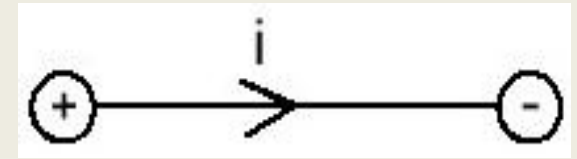
Електричний струм

Електричний струм – впорядкований рух електричних зарядів під дією електричного поля.



Струм провідності – струм, що виникає внаслідок руху електричних зарядів в провідниках та напівпровідниках.

Струм зміщення – рух зв'язаних заряджених часток у діелектрику при зміні поляризації діелектрика.



Сила струму i - кількість електричного заряду q , що пройшов через поперечний переріз провідника за одиницю часу (швидкість зміни електричного заряду в часі).

$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad [A = Кл/с]$$

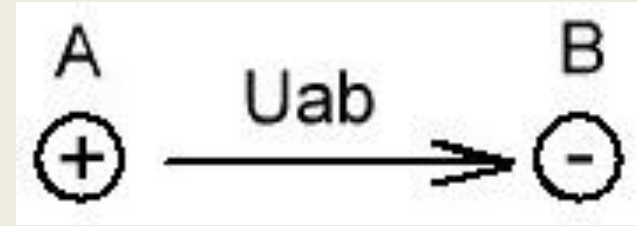
За умовний додатний напрям струму приймають напрям, у якому могли б переміщатися носії додатного заряду. Умовний додатний напрям струму в колі вказують стрілкою, спрямованою від ”+” до ”-”: Часто напрямок струму вибирається довільно. Якщо в результаті розрахунку, виконаного з урахуванням умовно обраного позитивного спрямування, струм має знак плюс, то це означає, що його напрямок збігається з обраним позитивним напрямком. В іншому випадку, коли струм від’ємний, він спрямований протилежно.

Електрична напруга

Напругою u називають кількість енергії W , що витрачається на переміщення одиниці заряду q з однієї точки в іншу. Це різниця потенціалів між точками a та b . Отже, напруга між точками a та b це робота (енергія), яку витрачають сили електричного поля на переміщення одиничного заряду від точки з більшим потенціалом до точки з меншим потенціалом:

$$u(t) = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{dW}{dq}$$

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b \quad [\text{В}]$$



Так само, як і для струму, для напруги вибирається додатний напрям. Частіше всього його вибирають співпадаючим з додатним напрямом струму. Додатний напрям напруги також позначають стрілкою. Додатний напрямок напруги відповідає напрямку переміщення заряджених частинок від більш високого потенціалу точки a до більш низького потенціалу точки b .

Струми та напруги в електронному колі є функціями часу. Їх значення у довільний момент часу t називають **миттєвими значеннями** і позначають відповідно малими літерами $i(t)$ та $u(t)$.

Енергія та потужність

При переміщенні елементарного електричного заряду через ділянку кола, що знаходиться між двома точками, сили електричного поля виконують елементарну роботу, яка характеризує зміну енергії електричного поля і кількісно дорівнює **енергії**, яка надійшла у згадану ділянку кола за проміжок часу dt .

$$dw = u \cdot dq = u \cdot i \cdot dt$$

Енергія, що надійшла в ланцюг за проміжок часу від t_1 до t_2 , виражається інтегралом

$$W = \int_{t_1}^{t_2} u(t)i(t)dt \quad [\text{Дж}]$$

Потужність - швидкість зміни енергії в часі, тобто її похідна за часом:

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = u(t) \cdot i(t) \quad W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad [\text{Вт} = \text{ВА}]$$

Якщо миттєва потужність додатна ($p > 0$), це означає, що в даний момент часу ділянка кола споживає (поглинає) електричну енергію, якщо ж миттєва потужність від'ємна ($p < 0$), то ділянка кола віддає електричну енергію.

Основні елементи електричного кола

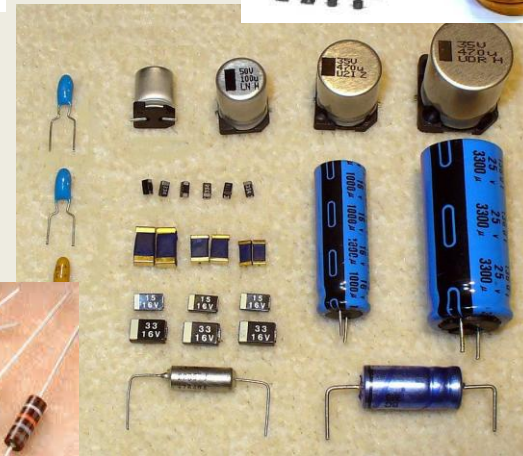
Електричне коло складається з:

- Джерел енергії (струму або напруги);
- Системи з'єднання (проводів);
- Приймачів (споживачів) електричної

Джерелами електричного кола є пристрої, які створюють (генерують) струми і напруги – активні елементи.



Приймачами електричного кола називають пристрої, які споживають або перетворюють електричну енергію в інші види енергії. Це пасивні електричні компоненти.



Резистивні елементи

Найпростішим резистивним двополюсником є **лінійний резистор**, ВАХ якого є лінійною залежністю, що описується **законом Ома**:

$$i_R = \frac{u_R}{R},$$

де R - опір резистора.

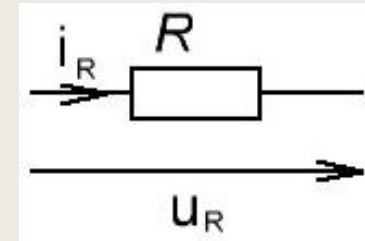
Основним параметром лінійного резистора є його опір R . В системі СІ одиницею вимірювання опору є **Ом**. Величину, обернену до опору R , називають **провідністю** $G=1/R$. Одиниця вимірювання провідності – сименс (См).

$$u_R = R i_R, \quad i_R = G u_R$$

Миттєва потужність лінійного резистора дорівнює

$$p_R = u_R i_R = R i_R^2 = G u_R^2$$

Умовне графічне позначення лінійного резистора та взаємно узгоджені додатні напрями струму i та напруги зображені на рисунку



Опір провідника залежить від його матеріалу, параметрів (довжини, площі поперечного перерізу) та температури:

$$R = \rho \frac{\ell}{S}$$

де, ρ – *питомий опір* матеріалу провідника, вимірюється в *Ом·м*,

ℓ – довжина провідника,

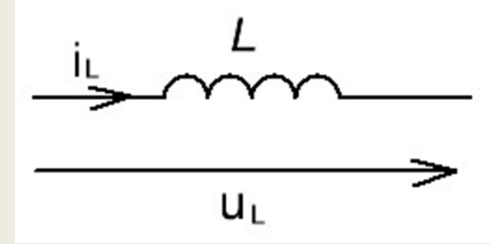
S – площа поперечного перерізу провідника,

Індуктивні елементи

Індуктивним елементом називають ідеалізований елемент електричного кола, що наближається за властивостями до індуктивної котушки, в якій накопичується енергія магнітного поля.

$$\psi_L = L \cdot i_L \quad \text{генрі} = \frac{\text{вебер}}{\text{ампер}}$$

де L – індуктивність котушки, ψ – потокощеплення



Взаємозв'язок між миттєвими значеннями струму та напруги індуктивного двополюсника в загальному випадку описує формула:

$$u_L(t) = \frac{d\psi_L(t)}{dt} = \frac{d\psi}{di} \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

У випадку **лінійної котушки** компонентне рівняння приймає вигляд:

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

Якщо через котушку тече постійний струм, то напруга на котушці дорівнює нулеві. Це означає, що для постійного струму котушка є короткозамкнутою ділянкою кола з нульовим опором.

Миттєва потужність $p_L(t) = i_L(t) \cdot u_L(t) = L \cdot i_L(t) \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$.

Ємнісні елементи

Ємнісним елементом називають ідеалізований елемент електричного кола, в якому накопичується енергія електричного поля.

$$q_c = C u_c, \quad \text{фарада} = \frac{\text{кулон}}{\text{вольт}}$$

Взаємозв'язок між миттєвими значеннями струму та напруги ємнісного двополюсника (**компонентне рівняння**) в загальному випадку описує формула:

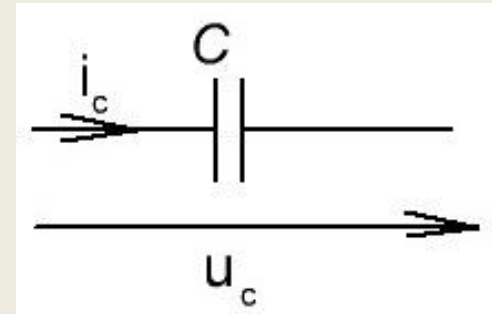
$$i_c(t) = \frac{dq_c(t)}{dt} = \frac{dq_c}{du_c} \cdot \frac{du_c(t)}{dt}$$

У випадку **лінійного конденсатора** компонентне рівняння приймає вигляд:

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$$

Миттєва потужність

$$p_c(t) = i_c(t) \cdot u_c(t) = C \cdot u_c(t) \cdot \frac{du_c(t)}{dt}.$$



Якщо до конденсатора прикладена постійна напруга, то струм конденсатора дорівнює нулеві. Це означає, що для постійної напруги конденсатор є розімкнутою ділянкою кола (розрив кола).

ЛІНІЙНІ КОЛА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

- Режим постійного струму є частинним випадком усталеного режиму, коли у колі діють джерела постійної напруги чи струму, і усі струми та напруги є постійними (незмінними в часі).
- Із компонентного рівняння конденсатора ($i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$) випливає, щов режимі постійного струму конденсатор не пропускає струму і тому **конденсатор можна усунути зі схеми** ($i_C = 0$).
- Із компонентного рівняння котушки ($u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$) випливає, що в режимі постійного струму напруга на котушці дорівнює нулеві, і тому **котушку можна замінити коротким замиканням** (ідеальним провідником з нульовим опором).
- Отже, у колі залишаються лише резистори, і **математична модель кола стає системою лінійних алгебраїчних рівнянь з дійсними коефіцієнтами**. Тому задача аналізу режиму постійного струму в лінійному колі є найпростішою задачею теорії кіл.

Джерела енергії

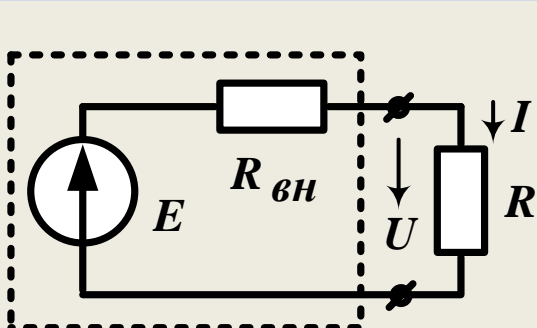
Важливим елементом електричного кола є джерело енергії. Джерелами електричної енергії є пристрої, в яких теплова, механічна, хімічна, ядерна енергія тощо, перетворюються в електричну.

Прийнято класифікувати джерела енергії на незалежні та залежні (керовані), джерела ЕРС (напруги) та джерела струму (ДС).

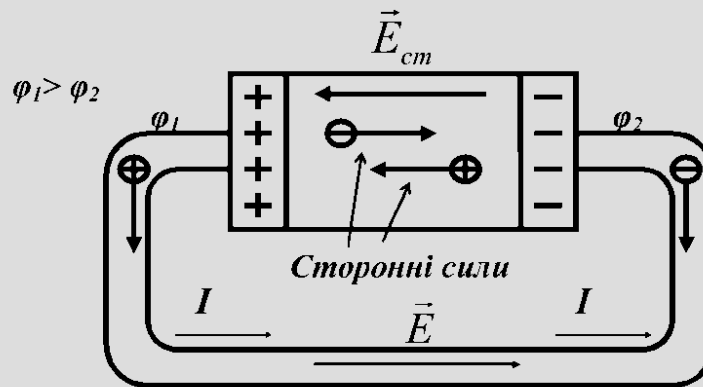
Для одержання постійного струму на заряди в електричному колі мають діяти які-небудь сили не електростатичної природи - **сторонні сили**. Пристрій, у якому виникають сторонні сили, називається **джерелом струму**.

Електрорушійна сила чисельно дорівнює роботі, яку виконують сторонні сили при переміщенні по замкнутому колу пробного заряду. Природа сторонніх сил: *хімічна* (акумулятор, гальванічний елемент), *магнітна* (якір генератора, що обертається внаслідок механічної дії), *електромагнітна* (світло, що падає на напівпровідник) та т. ін.

опір нескінченно малий

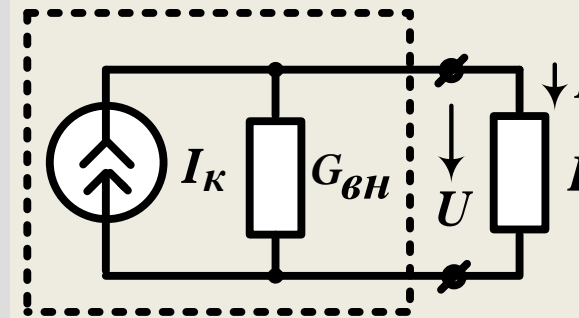


Джерело електричного струму



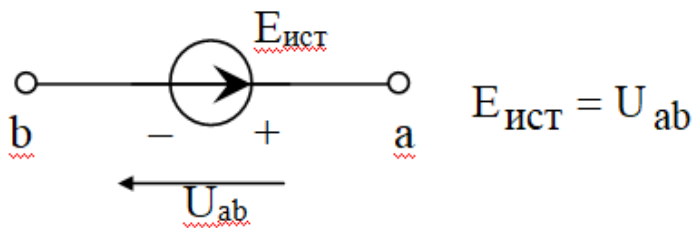
Зовнішнє коло

- опір нескінченно великий

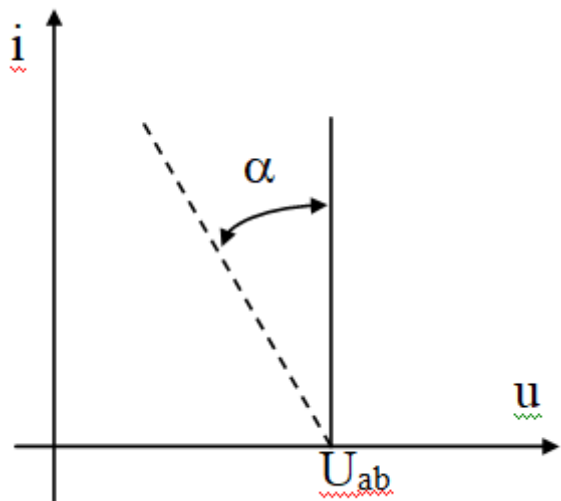
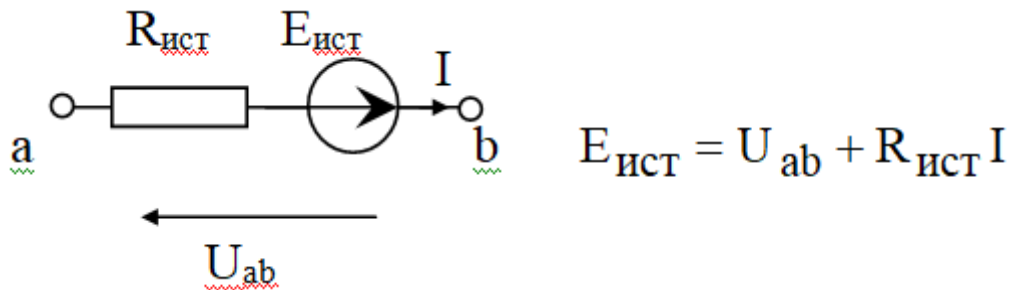


Електрорушійна сила (ЕРС)

Незалежне джерело ЕРС постачає до кола ЕРС (напругу), яка не залежить від параметрів навантаження. Від навантаження залежить струм через джерело ЕРС. Умовне графічне зображення ідеального джерела ЕРС



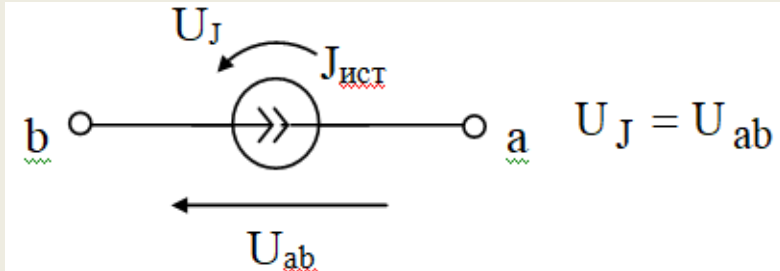
Реальний незалежне джерело напруги (ЕРС) володіє внутрішнім опором:



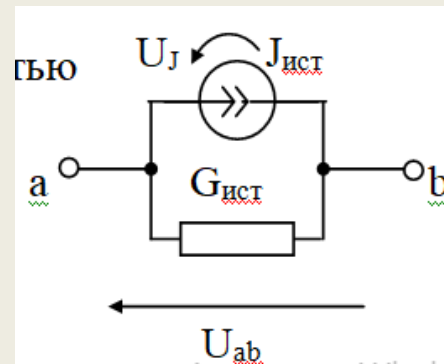
Внутрішній опір ідеального незалежного джерела напруги (ЕРС) дорівнює нулю. ВАХ такого джерела представляється у вигляді (суцільна лінія), ВАХ реального ЕРС представлена штрихпунктиром:

Джерело струму

Незалежним джерелом струму називають таке джерело енергії, яке віддає до зовнішнього кола задану величину струму, яка не залежить від параметрів навантаження.

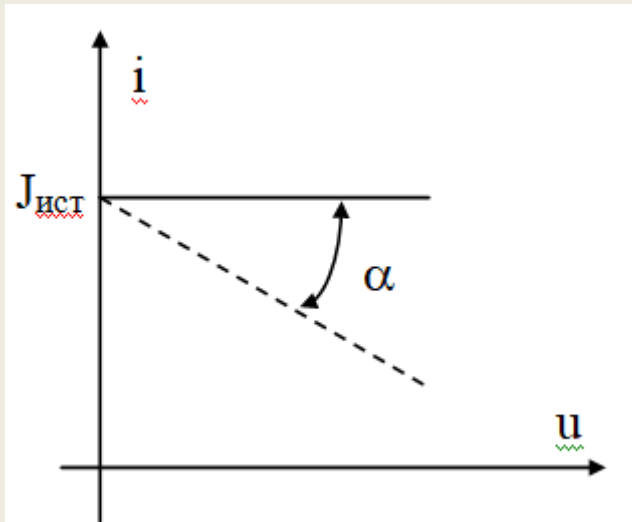


Реальне незалежне джерело струму володіє внутрішньою провідністю:



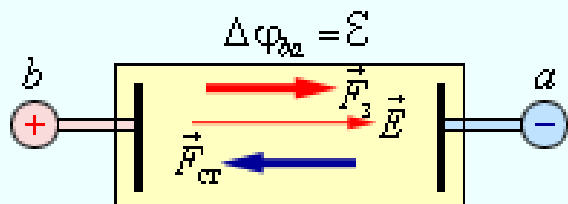
$$G_{\text{ист}} = 1/R_{\text{ист}}$$

$$U_J = U_{ab}$$

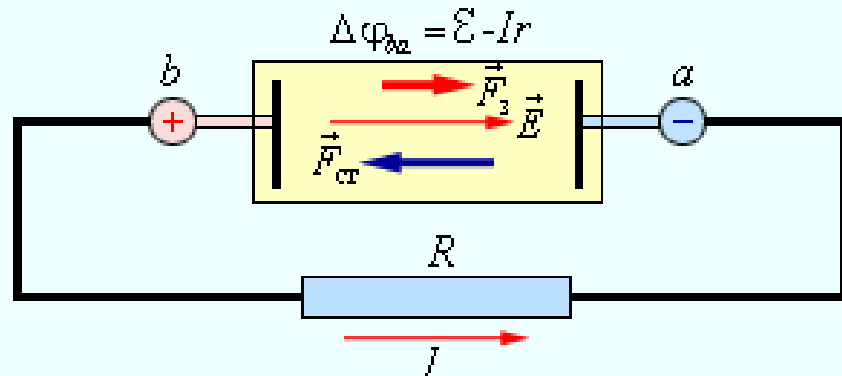


Внутрішній опір ідеального джерела струму дорівнює нескінченності. ВАХ такого джерела представляється у вигляді (суцільна лінія), ВАХ реального джерела струму представлена штрихпунктиром:

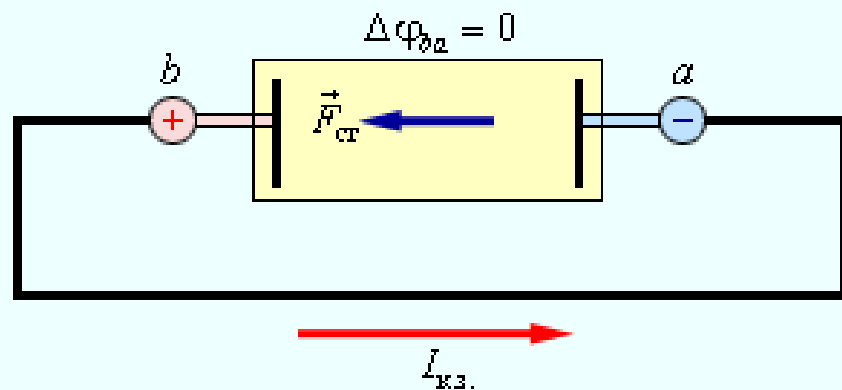
(1)



(2)



(3)



Схематичне зображення джерела постійного струму:

1 – батарея розімкнута;

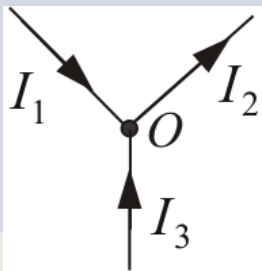
2 – батарея замкнута на зовнішній опір R ;

3 – режим короткого замикання.

Елементи схем заміщення

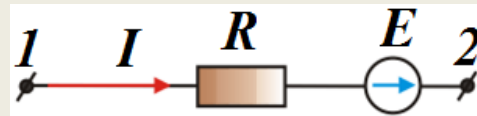
Вузел

- **Вузлом** електричному колу (схеми) називається точка, в якій сходяться не менше трьох гілок.



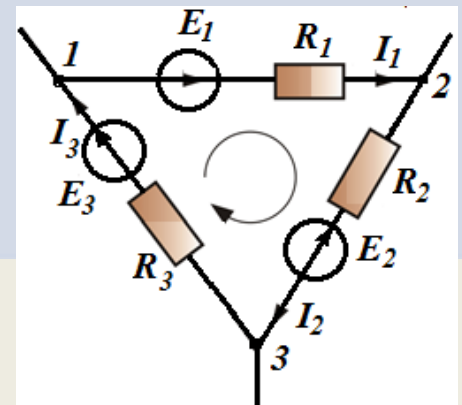
Гілка

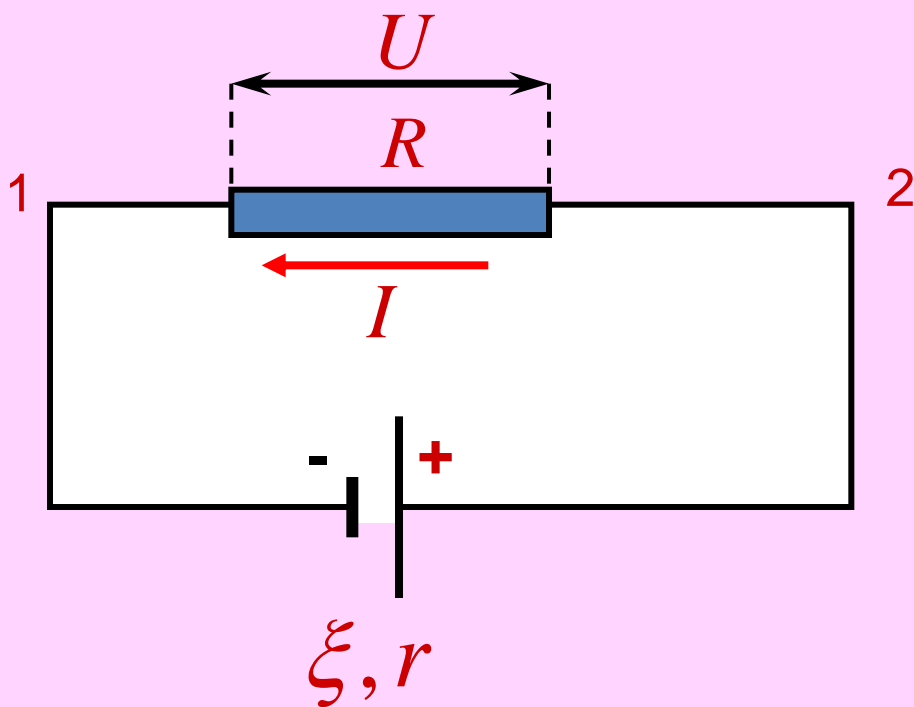
- **Гілкою** електричному колу (схеми) називається ділянку, що складається з послідовно включених елементів, розташованих між двома суміжними вузлами.



Контур

- **Контуром** електричного кола (схеми) називається замкнутий шлях, що проходить через гілки і вузли.





Коло постійного струму

R - зовнішній опір.

r – опір джерела струму
- внутрішній опір

ЗАКОН ОМА

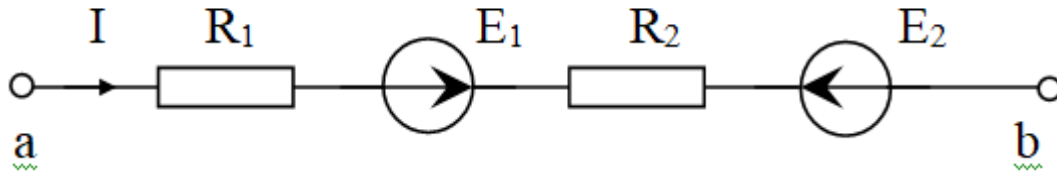
Закон Ома для ділянки кола в інтегральній формі:

$$I = \frac{U}{R}$$

Закон Ома для повного кола :

$$I = \frac{\xi}{R + r}$$

Закон Ома для ділянки кола з ЕРС



$$I = \frac{V_a - V_b + E_1 - E_2}{R_1 + R_2},$$

В загальному випадку

$$I = \frac{V_a - V_b + \sum E}{\sum R_{ab}}.$$

Для замкнутого контуру

$$I = \frac{\sum E}{\sum R}.$$

Узагальнений закон Ома для ділянки кола з ЕРС

R_{ab} — сумарний опір вітки,

U_{ab} — напруга на затискачах вітки, відрахована за вибраним напрямком струму,

$\sum_a^b E$ — алгебрична сума ЕРС на даній ділянці, причому ЕРС, напрям якої співпадає з вибраним напрямком струму,

входить у суму з додатним знаком, у протилежному випадку — з від'ємним.

Якщо в результаті підрахунку струму за формулою вийде від'ємний результат, то це означає, що справжній додатний напрям струму в цій вітці не співпадає з довільно вибраним за додатний.

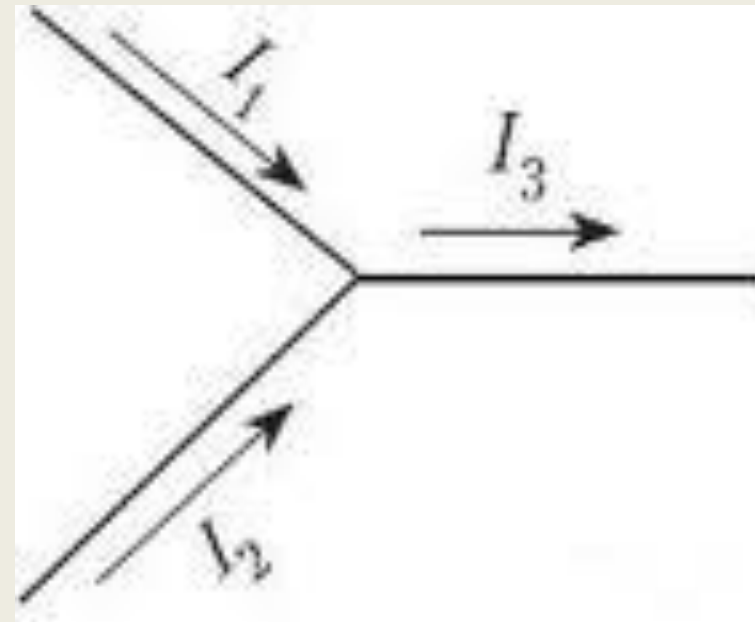
Перше правило Кірхгофа виражає закон збереження заряду і стосується вузлів розгалуженого кола: алгебраїчна сума сил струмів, які сходяться у вузлі, дорівнює нулеві:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

де, n – кількість ділянок, що сходяться у вузлі.

Правило знаків: струми, які входять до вузла, записують зі знаком “+”, а струми, які виходять із нього, – зі знаком “–”, тобто сума сил струмів, що входять у вузол, дорівнює сумі сил струмів, що виходять з нього.

Часто вживається інше формулювання цього закону: сума струмів, що підходять до вузла в електричному колі, дорівнює сумі струмів, що відходять від цього вузла.



Друге правило Кірхгофа є узагальненням закону Ома для довільного контуру розгалуженого електричного кола: у контурі алгебраїчна сума спадів напруг (добутків сил струмів на опори провідних ділянок) дорівнює алгебраїчній сумі електрорушійних сил, які діють у цьому контурі:

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k + \sum_{k=1}^m I_k r_k = \sum_{k=1}^m \mathcal{E}_k$$

У цьому випадку спади напруг, які спрямовані по струмах, записують зі знаком "+", якщо їх напрям збігається з обходом контуру, і зі знаком "-", коли ці напрями протилежні. Це ж саме правило знаків стосується і ЕРС.

де, n – кількість ділянок у контурі,

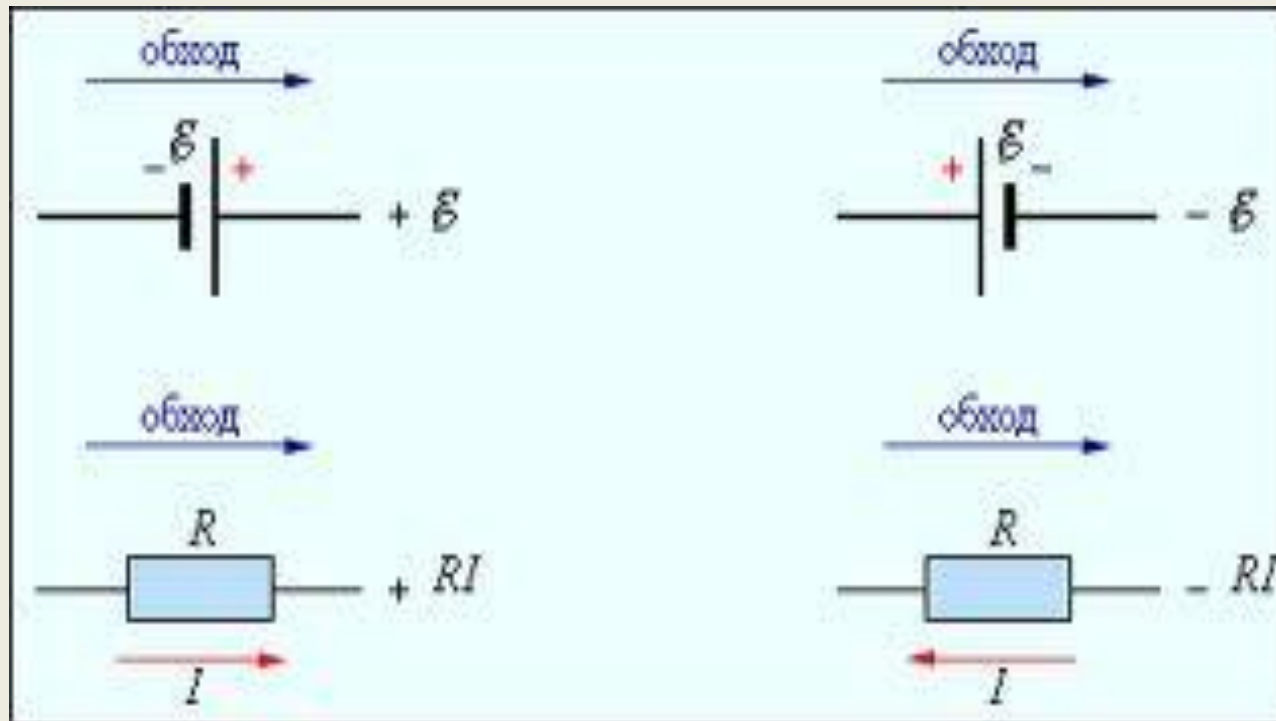
m – кількість ЕРС, що діють у контурі.

Інше формулювання: у замкнутому контурі алгебрична сума напруг дорівнює нулеві

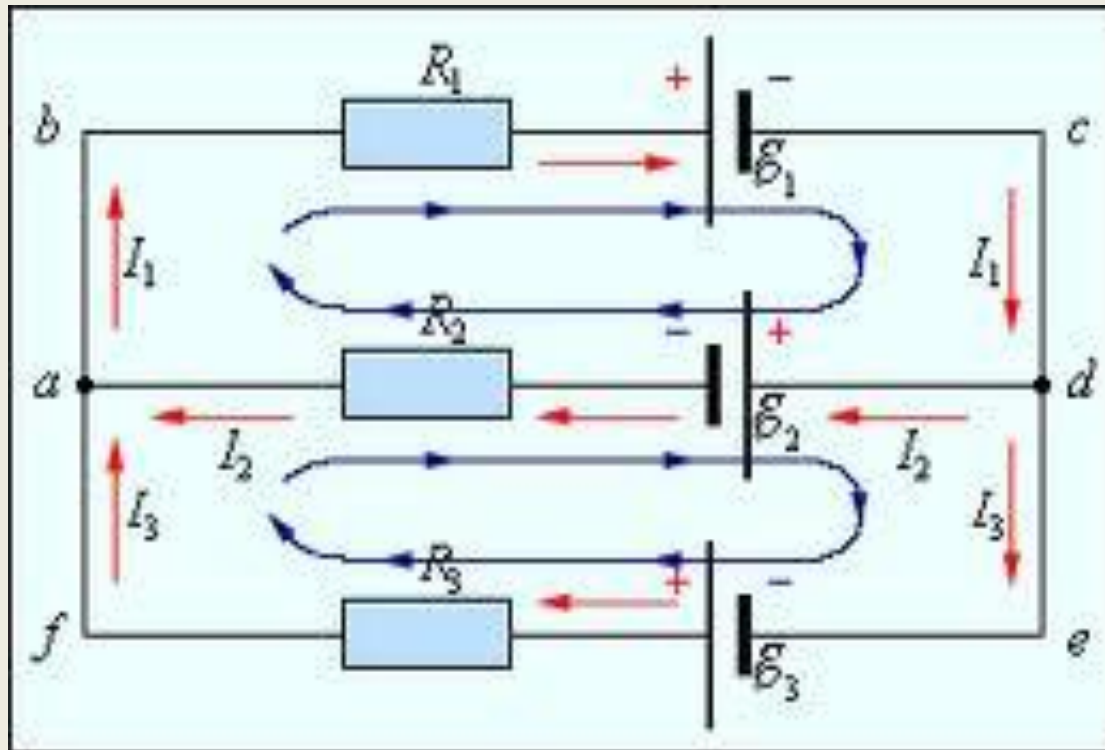
$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

З додатним знаком в цю суму входять напруги, додатні напрями яких співпадають з напрямком обходу контура.

Правила знаків: 1) при обході контуру за довільно обраним напрямком доданки спадів напруг $\sum_{k=1}^n I_k R_k$ і $\sum_{k=1}^m I_k r_k$ беруться зі знаком “+”, якщо напрямок обходу контуру співпадає з напрямком струму і зі знаком “-”, якщо напрямок обходу контуру протилежний до напрямку струму;



2) Доданки $\sum_{k=1}^m \mathcal{E}_k$ беруться зі знаком “+”, якщо при обході контуру за довільно обраним напрямком джерело струму проходимо від негативного полюсу до позитивного і зі знаком “-”, якщо джерело проходимо від позитивного полюсу до негативного.



При розв'язуванні задач, в яких розглядають розгалужені кола, варто дотримуватись певної послідовності дій:

1. На усіх ділянках схеми розгалуженого кола довільно позначити стрілками напрями струмів;

2. Записати за першим правилом Кірхгофа $n - 1$ рівняння, враховуючи правило знаків;

3. Довільно обрати напрям кожного простого контуру, наприклад, за рухом годинникової стрілки.

4. Записати за другим правилом Кірхгофа $p - (n - 1)$ рівнянь, враховуючи правило знаків, де p – кількістю ділянок кола.

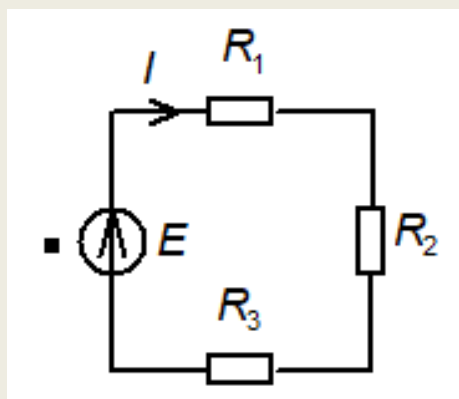
Обійти кожен контур необхідно двічі, перший раз – записуючи ліву частину рівняння з урахуванням правил знаків, а другий раз – праву частину рівняння.

5. Перевірити, щоб усі електрорушійні сили і опори входили в отриману систему рівнянь, а кількість рівнянь дорівнювала кількості різних струмів, які течуть у розгалуженому колі. Якщо внаслідок обчислення деякі струми будуть отримані зі знаком “–”, то це означає, що їх справжні напрями протилежні напрямам, позначеним на схемі.

1.5. Розрахунок простих електричних кіл

Будемо вважати простими електричні кола, які мають одне джерело енергії. Що стосується споживачів, то вони можуть бути з'єднані послідовно, паралельно або ж змішаним способом.

Нагадаємо, що при послідовному з'єднанні елементів через них протікає один і той самий струм.



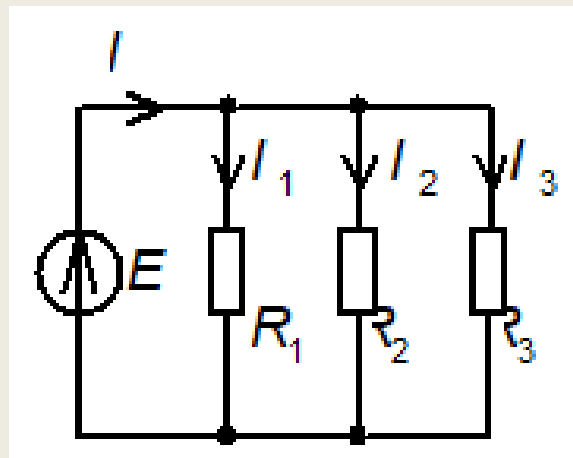
Для послідовного з'єднання (рис. 1.6, а) за другим законом Кірхгофа:

$$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 = E$$

Або ж: $I = E / R_{\text{екв}}$, де $R_{\text{екв}} = R_1 + R_2 + R_3$.

Тобто, для n послідовно з'єднаних опорів еквівалентний опір схеми:

$$R_{\text{екв}} = \sum_{k=1}^n R_k \quad (1.13)$$



На полюсах паралельно з'єднаних елементів виникає однакова напруга. ¶

Для паралельного з'єднання (рис. 1.6, б) за першим законом Кірхгофа: ¶

□	$I = I_1 + I_2 + I_3.$	□	
---	------------------------	---	--

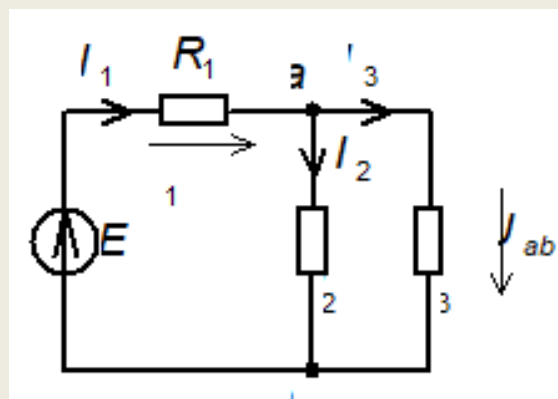
Кожен із струмів визначається за законом Ома: ¶

□	$I_1 = \frac{E}{R_1}; I_2 = \frac{E}{R_2}; I_3 = \frac{E}{R_3}.$	□	
---	--	---	--

Введемо *провідність вітки* g , тобто величину, обернену опоріві кожної вітки. Тоді: ¶

□	$I = E \cdot (g_1 + g_2 + g_3) = E \cdot g_{\text{ввв}},$	□	
---	---	---	--

де $g_{\text{ввв}} = g_1 + g_2 + g_3.$ ¶



При послідовно-паралельному (змішаному) з'єднанні (рис. 1.6, е) маємо:

$$E = U_1 + U_{ab} = I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Тоді:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}}$$

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = I_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = I_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

Співвідношення для розрахунку струмів I_2 та I_3 деколи називають формулами чужого опору.

Метод перетворення схем

Складною називається електричне коло (схема), що містить не менше двох вузлів, не менше трьох гілок і не менше двох джерел енергії в різних гілках.

Правила перетворення:

- Якщо схема електричного кола містить тільки одне джерело енергії (E или I_K), то пасивна частина схеми може бути перетворена до одного еквівалентного елементу $R_{\text{ЕКВ}}$.
- Перетворення схеми починається з найвіддаленіших від джерела гілок, проводиться в кілька етапів до досягнення $R_{\text{ЕКВ}}$
- Потім визначається струм джерела за законом Ома
- Струми в інших елементах вихідної схеми знаходяться в процесі зворотного розгортки схеми

Послідовне з'єднання елементів

1) Послідовне перетворення полягає в заміні декількох елементів (рис. 2.1), включених послідовно, одним еквівалентним (рис. 2.2).

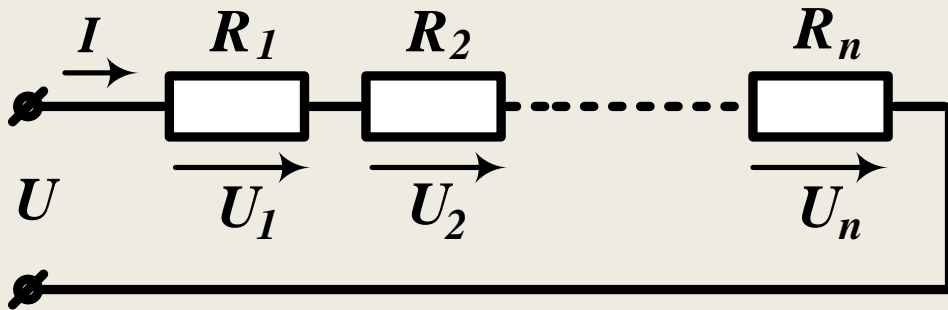


Рисунок 2.1 Початкова схема

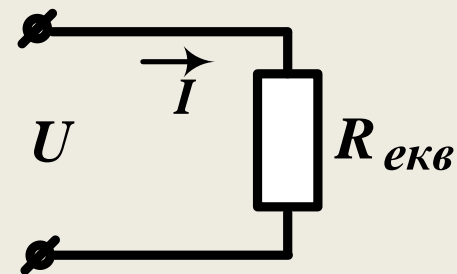
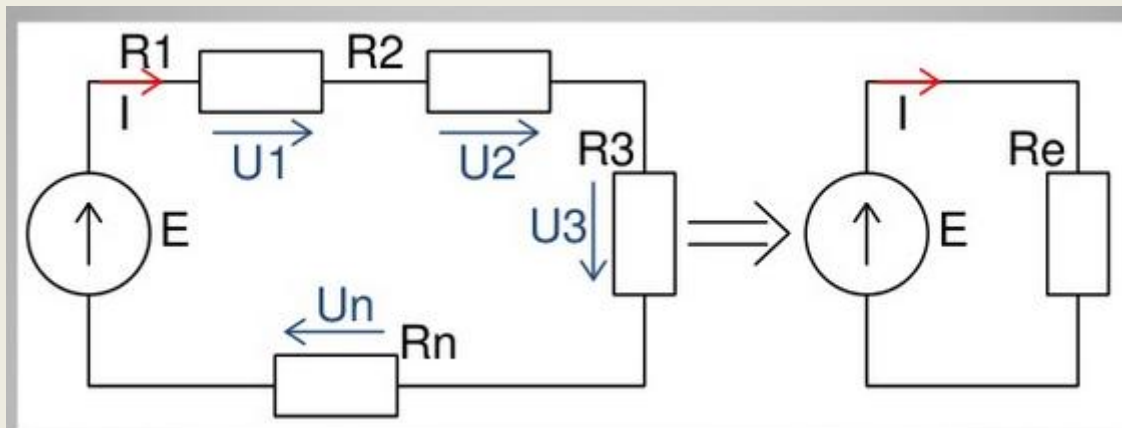


Рисунок 2.2 Еквівалентна схема



$$R_{ЕКВ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

$$E = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = IR_1 + IR_2 + IR_3 + \dots + IR_n = \\ = I(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n) = I \sum R = IR_e$$

Паралельне з'єднання елементів

2) Паралельне перетворення полягає в заміні декількох елементів (рис. 2.3), включених паралельно, одним еквівалентним (рис. 2.4).

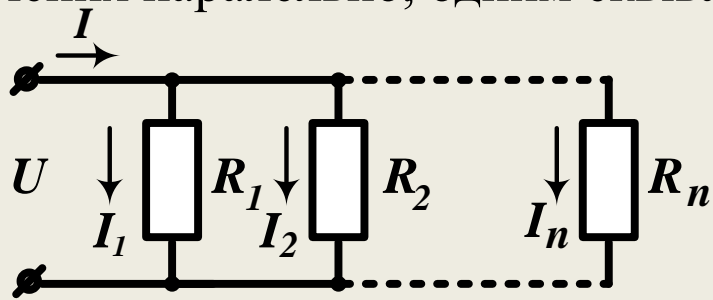


Рисунок 2.3 Початкова схема

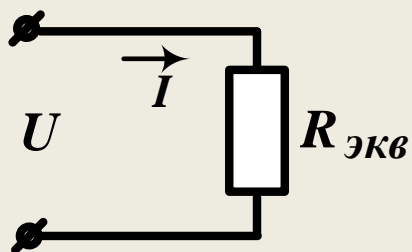


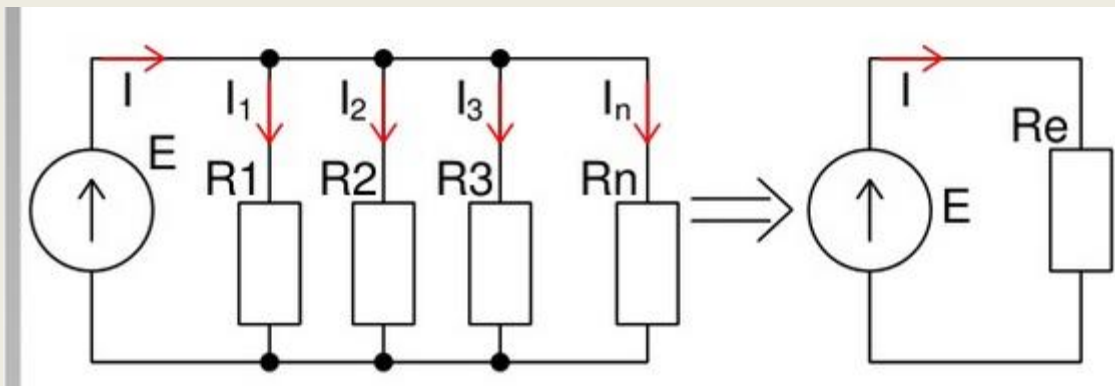
Рисунок 2.4
Еквівалентна
схема

Рівняння для схеми (рис. 2.3) записується за першим законом Кірхгофа

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n,$$

$$\frac{U}{R_{EKB}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n},$$

$$\frac{1}{R_{EKB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$



$$E \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) = E (G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n) = E \sum G = E G_e = \frac{E}{R_e}$$

Перетворення трикутника опорів у зірку і навпаки

Сполучення “зірка” - це електричне коло, яке складається з трьох гілок, один кінець яких сходиться в одну загальну точку (рис. 2.5).

Сполучення “трикутник” - це електричне коло, яке складається з трьох гілок, кінці яких з'єднуються в три вузли, та коло має вигляд трикутника (рис. 2.6).

Взаємне перетворення схем зірка – трикутник і навпаки виникає при еквівалентних замінах в складних схемах.

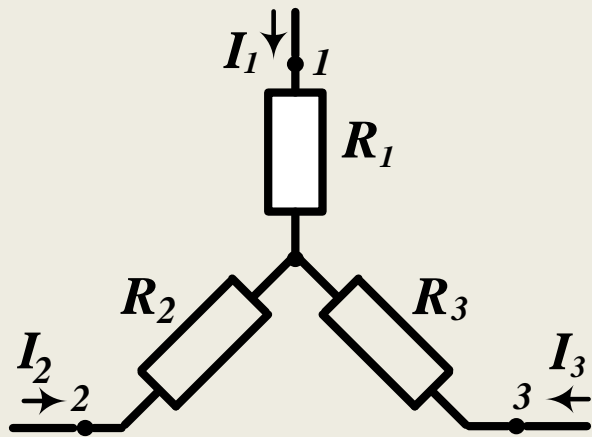


Рисунок 2.5 Схема з'єднання типу зірка

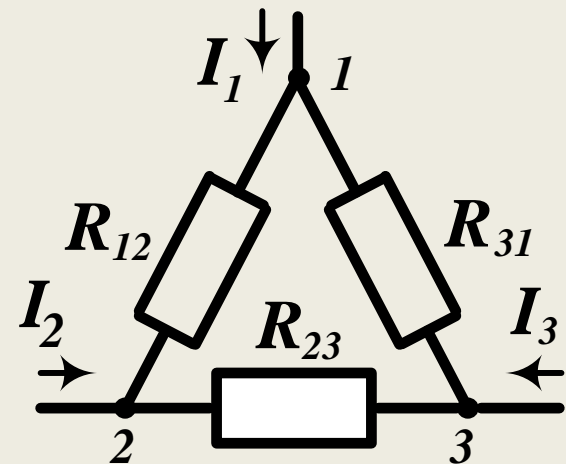


Рисунок 2.6 Схема з'єднання типу трикутник

Правило еквівалентного перетворення «трикутника» опорів на «зірку»:

Опір променя зірки, приєднаного до вузла а, визначається як добуток двох опорів віток трикутника, прилеглих до вузла а, поділений на суму опорів усіх трьох віток трикутника:

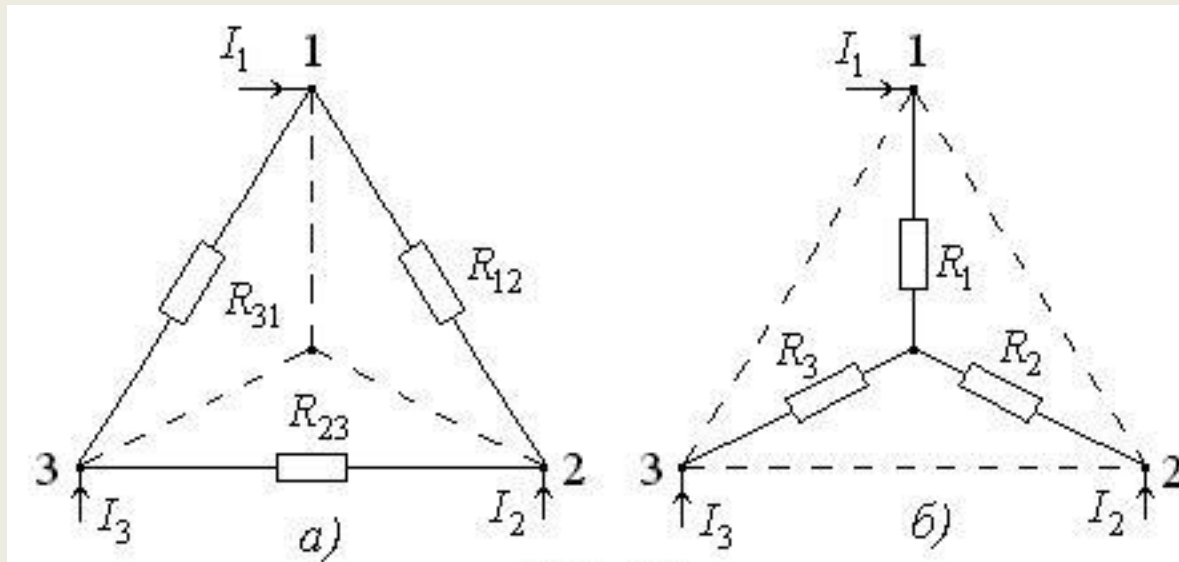


Рисунок 2.7 Еквівалентне перетворення трикутник-зірка

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Правило еквівалентного перетворення «зірки» опорів на «трикутник»:

Опір сторони трикутника між вузлами а і b дорівнює сумі опорів променів зірки, прилеглих до вузлів а і b, та їхнього добутку, поділеному на опір третього променя зірки:

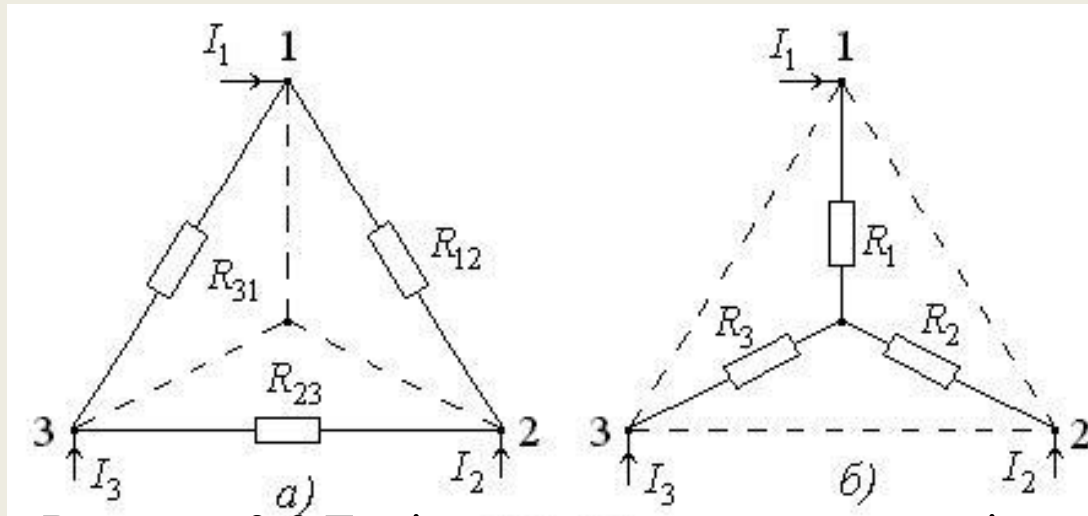


Рисунок 2.8 Еквівалентне перетворення зірка-трикутник

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

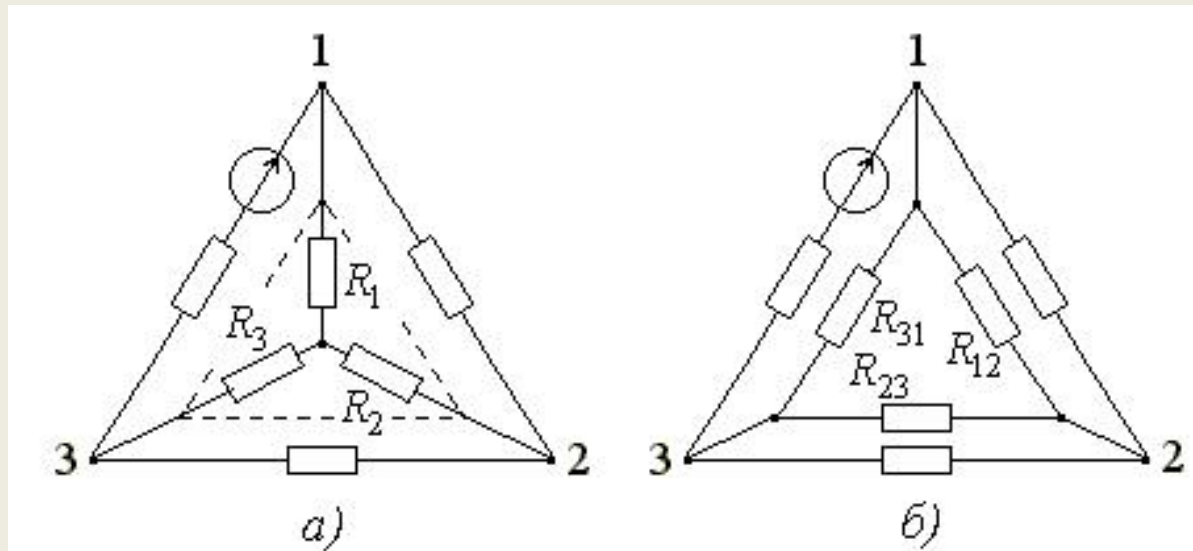
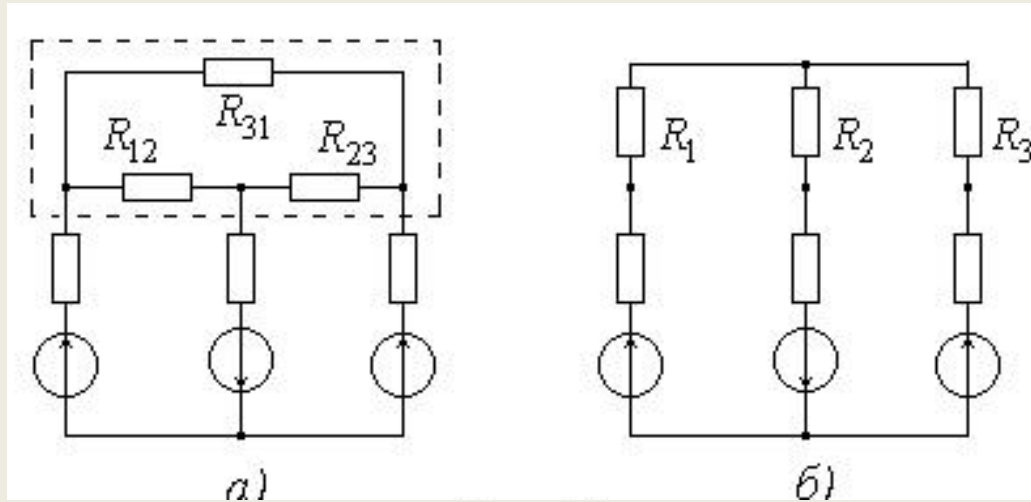
$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

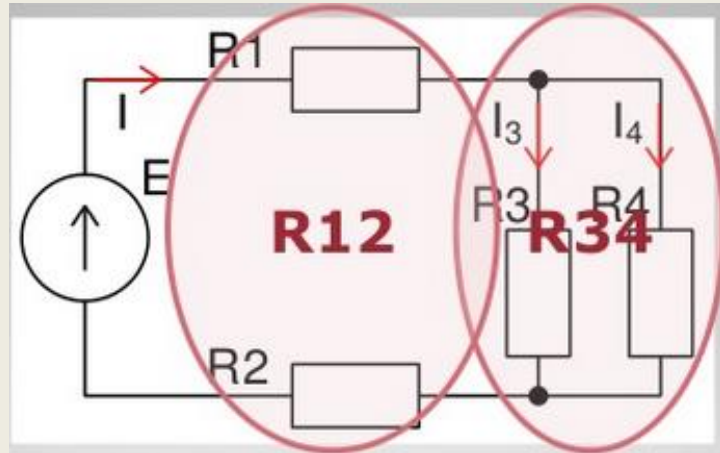
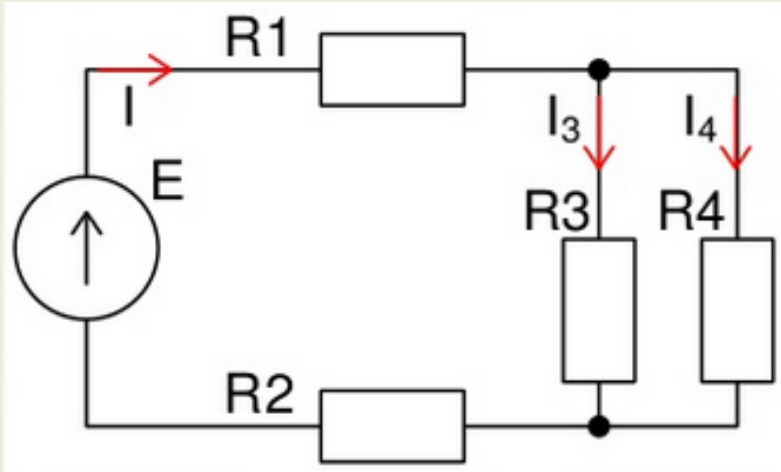
Резистори з'єднані мішано, якщо деякі із сукупності резисторів з'єднані послідовно, деякі паралельно, а деякі, можливо, «трикутником» або «зіркою».

Еквівалентний опір кола з мішаним з'єднанням резисторів відносно вхідних затискачів розраховується поетапно – схема нібито згортається до одного еквівалентного елемента. Розпочинати згортання слід з еквівалентних перетворень елементів, увімкнених якнайдалі від вхідних затискачів.

Приклади спрощення схем зі з'єднаннями трикутник, зірка

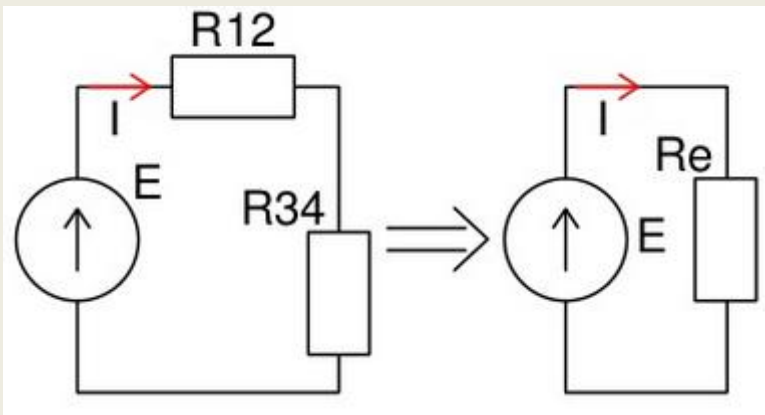


Приклади розрахунку змішаного з'єднання елементів

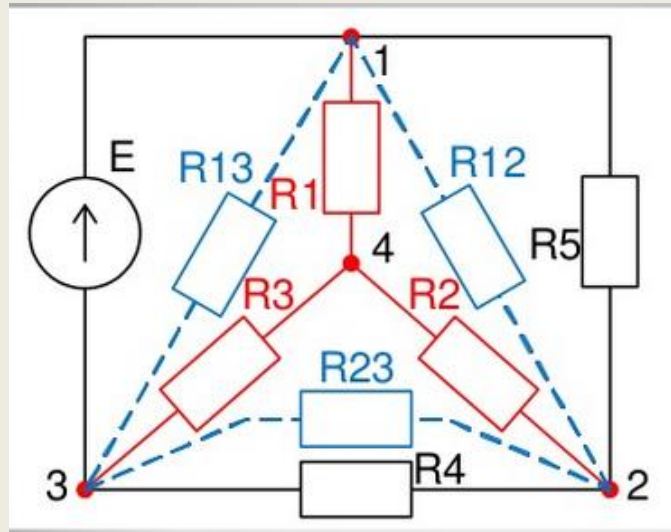
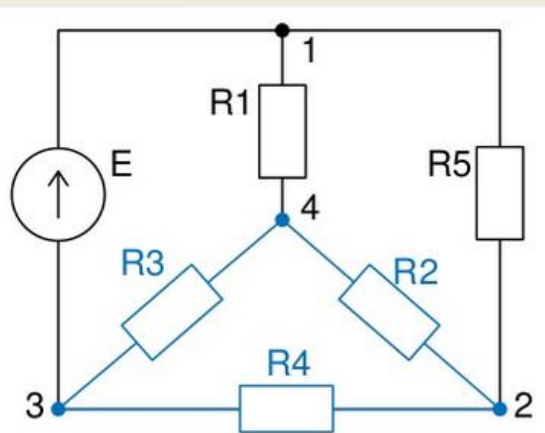
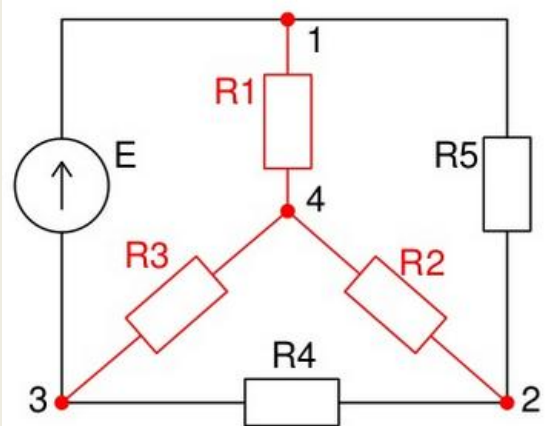
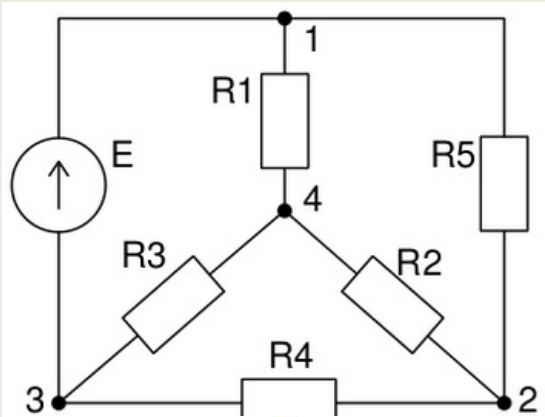


$$R_{12} = R_1 + R_2$$

$$R_{34} = \frac{1}{G_{34}} = \frac{1}{G_3 + G_4} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{1}{\frac{R_3 + R_4}{R_3 \cdot R_4}} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$



$$R_e = R_{12} + R_{34}$$



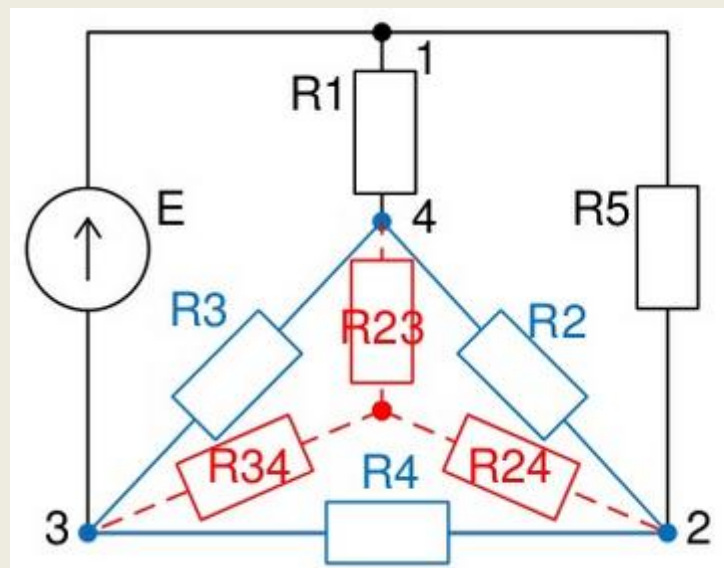
Зірка →

Трикутник

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$$



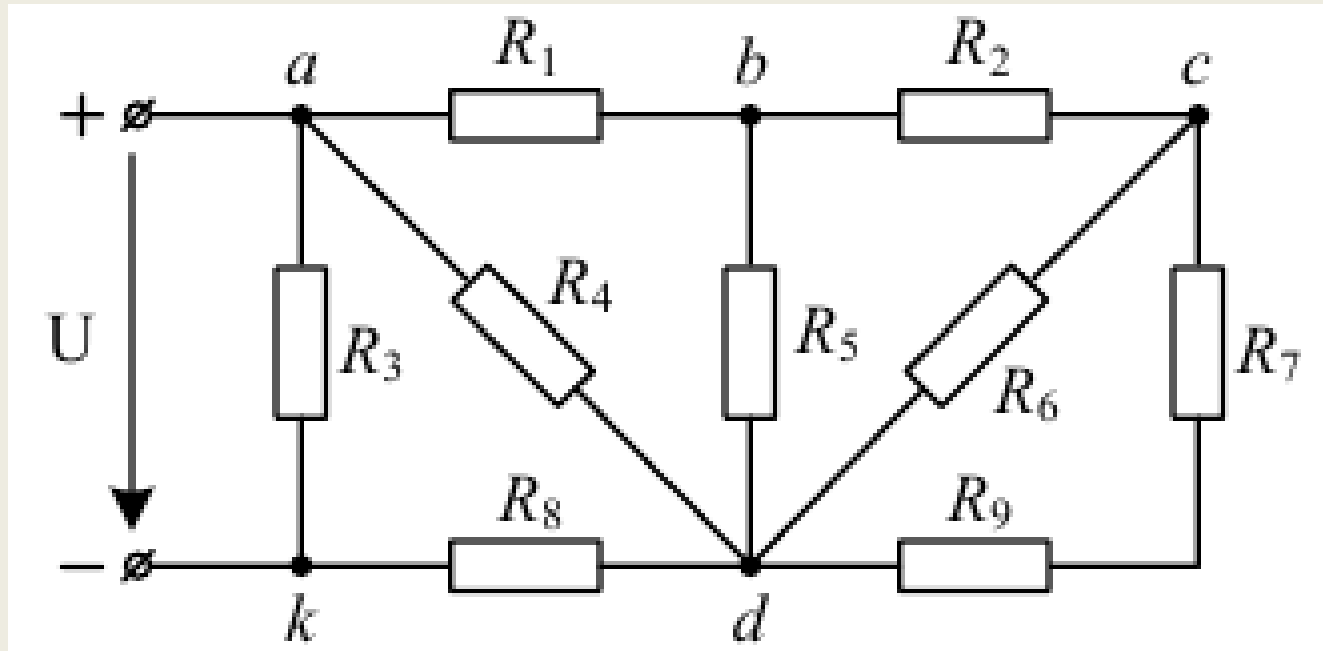
Трикутник

→ Зірка

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{24} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$$



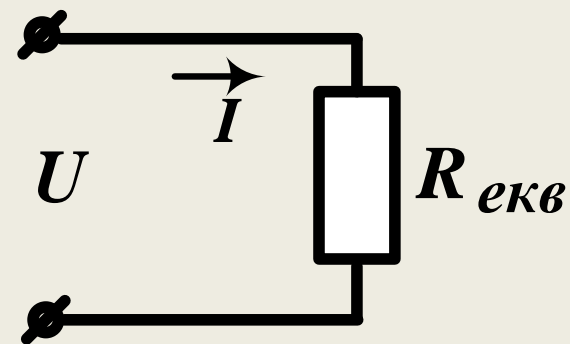
$$R_1 = 5 \text{ Ом}$$

$$R_2 = R_7 = R_9 = 10 \text{ Ом}$$

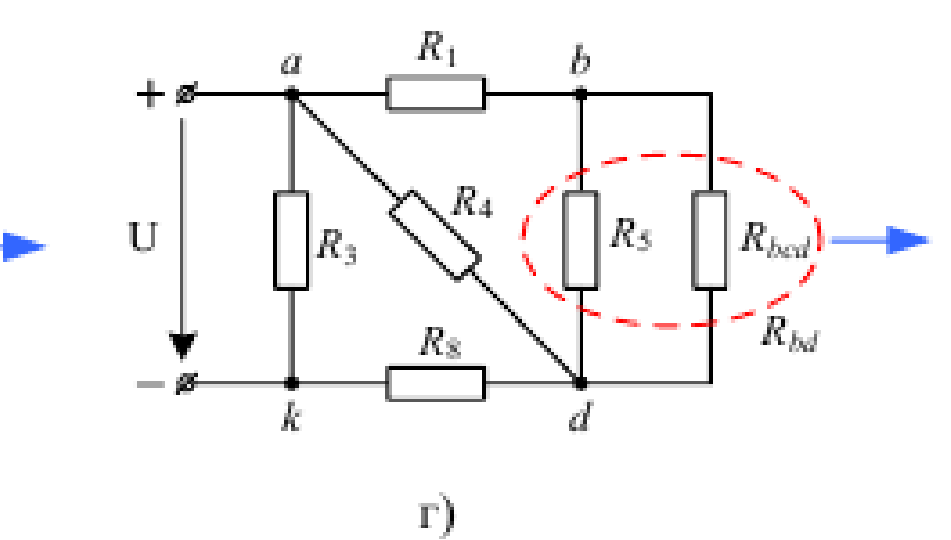
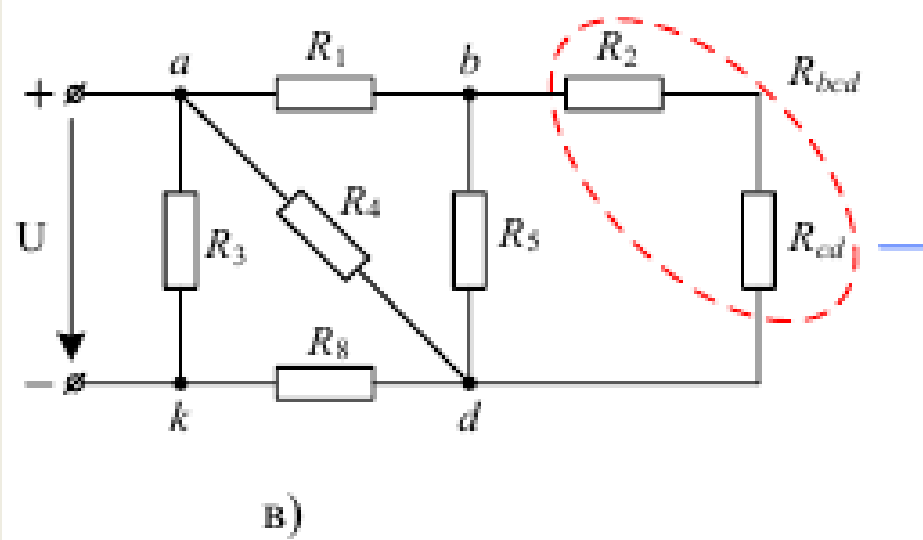
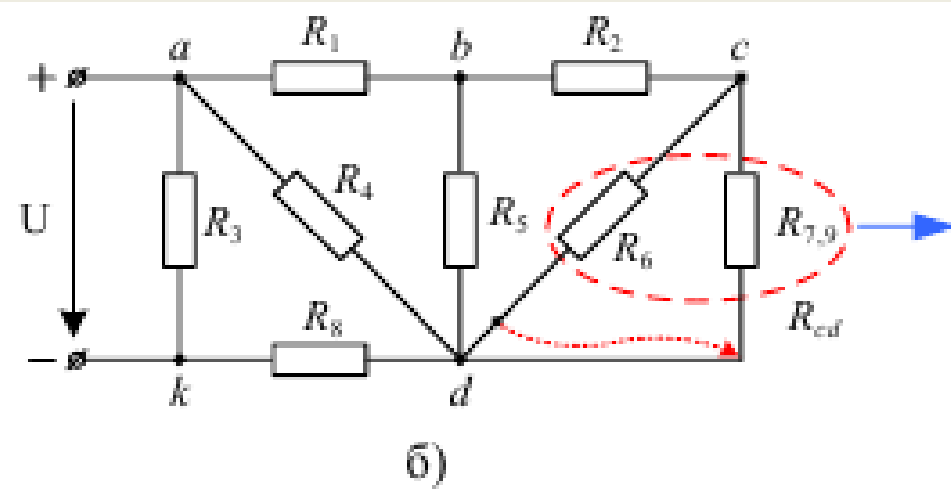
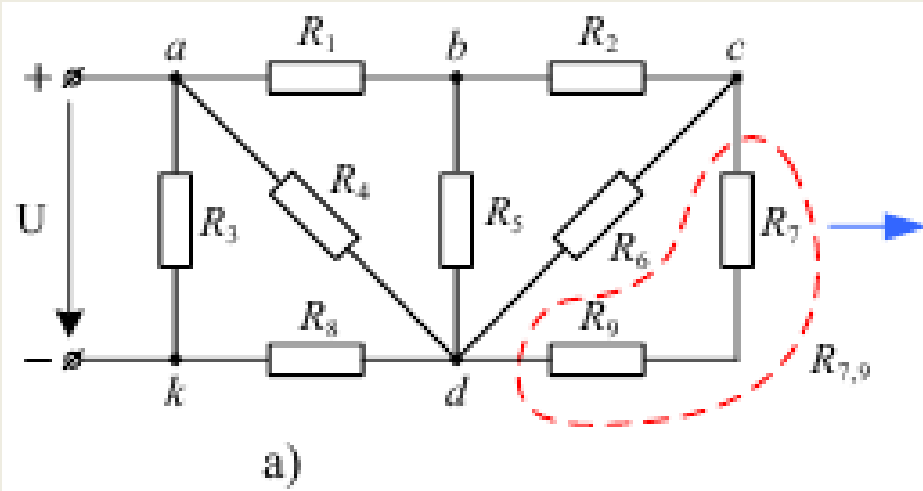
$$R_3 = R_4 = 15 \text{ Ом}$$

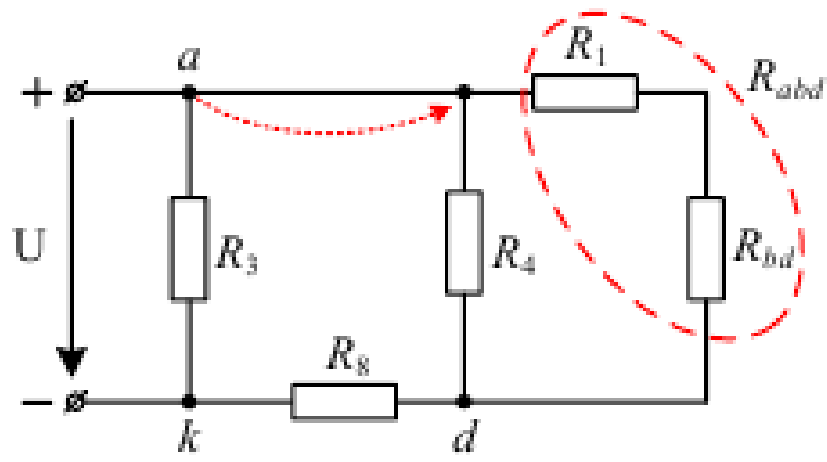
$$R_5 = R_6 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_8 = 7.5 \text{ Ом}$$

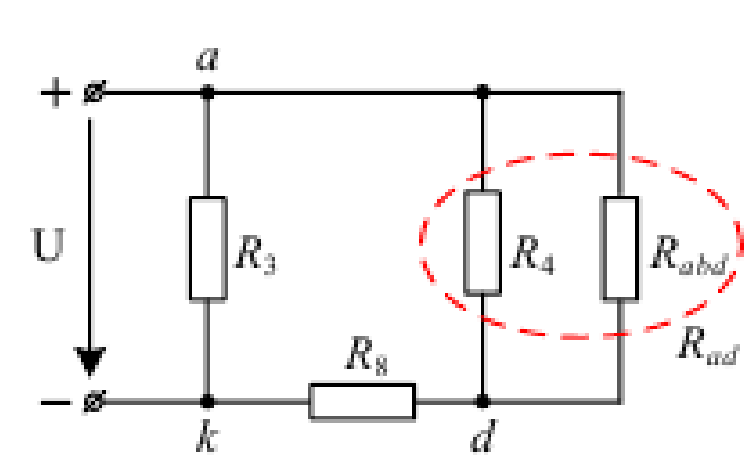


$R_{екв} - ?$

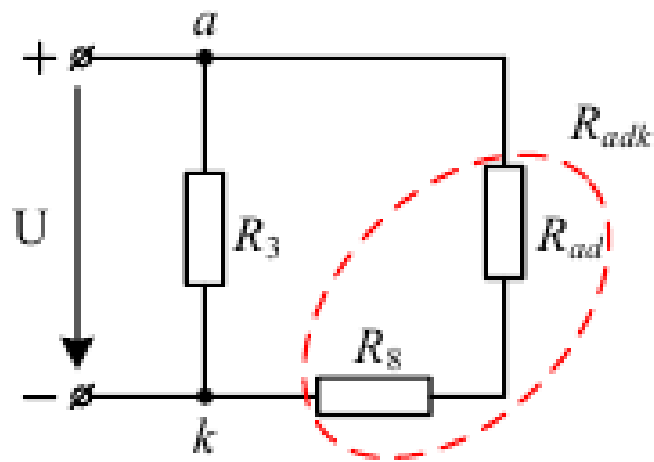




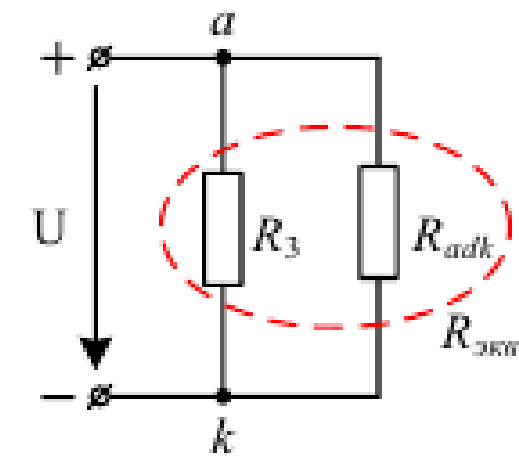
а)



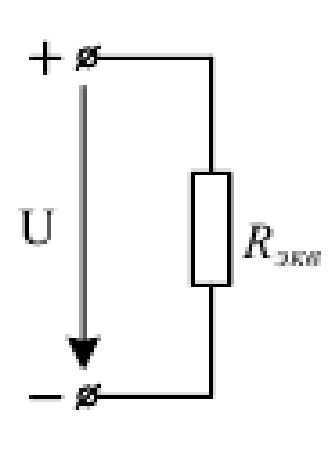
е)



ж)



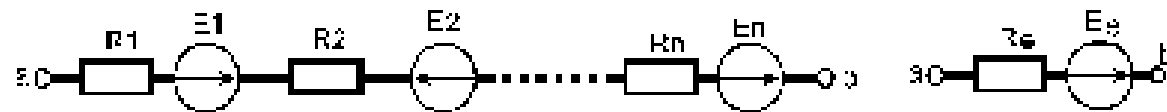
и)



з)

Перетворення активних ділянок електричного кола

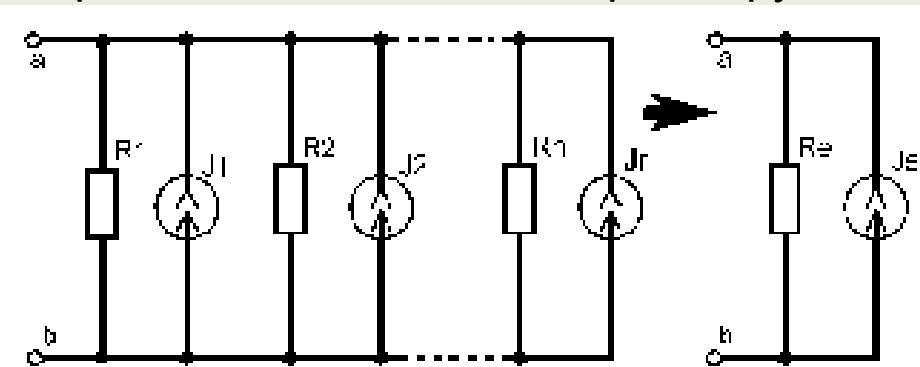
Послідовне з'єднання джерел ЕРС



$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i; \quad E_e = \sum_{i=1}^n E_i$$

ЕРС входить зі знаком «+», якщо напрямок співпадає з напрямком E_e .

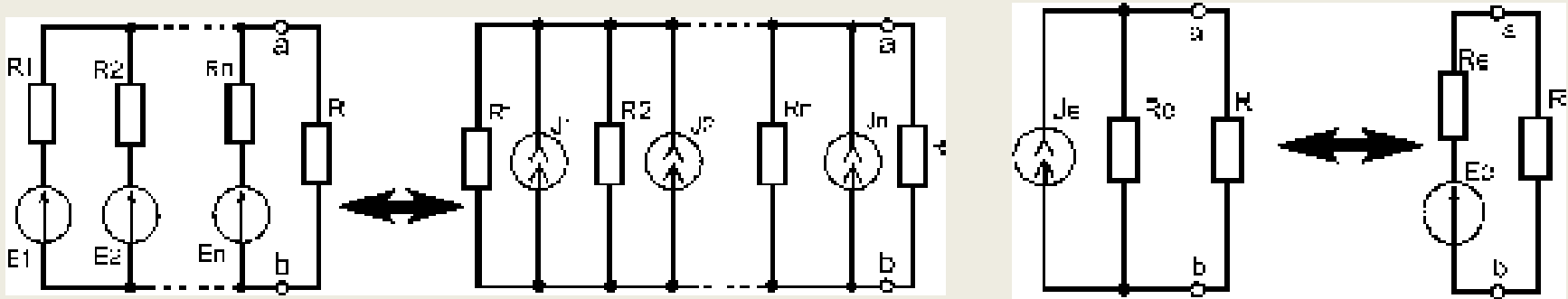
Паралельне з'єднання джерел струмів



$$R_e = 1/G_e; \quad G_e = \sum_{i=1}^n G_i; \quad J_e = \sum_{k=1}^n J_k$$

J_k входить до суми зі знаком «+» якщо його напрямок співпадає з напрямком еквівалентного джерела J_e .

Перетворення паралельно з'єднаних джерел ЕРС



Замінімо гілки з джерелами ЕРС джерелами струму.

$$J_i = E_i / R_i \quad R_e = 1 / G_e; \quad G_e = \sum_i G_i; \quad J_e = \sum_i J_i; \quad E_e = J_e R_e; \quad E_e = \frac{\sum_k E_k G_k}{\sum_k G_k}$$

Якщо паралельно з'єднані вітки з джерелами ЕРС та струмів, вираз для E_e приймає вигляд:

$$E_e = \frac{\sum_k E_k G_k + \sum_m J_m}{\sum_i G_i}$$

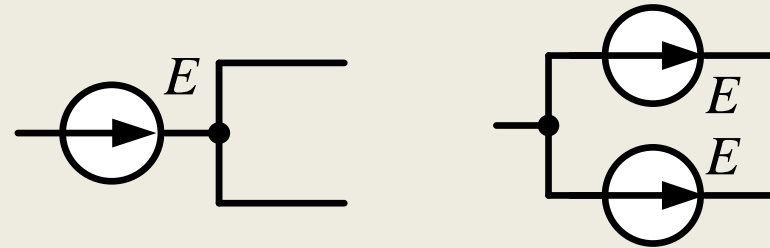
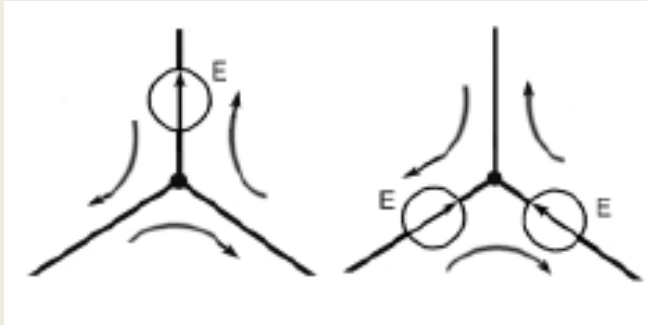
У чисельнику алгебраїчної суми «+» якщо напрямки E_k, J_m співпадають з напрямком E_e

Якщо у схемі електричного кола є декілька паралельних віток з джерелами ЕРС, то цю групу віток можна замінити однією віткою з еквівалентним джерелом ЕРС та її еквівалентним внутрішнім опором.

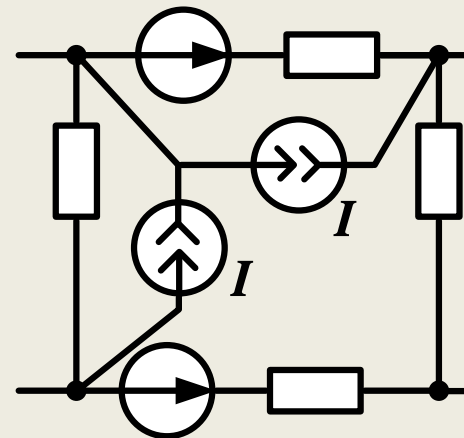
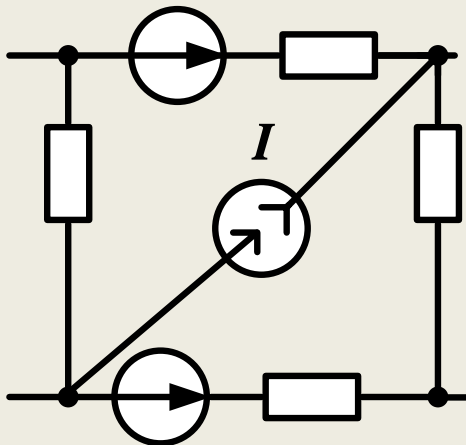
Перенесення джерел в схемі

У ряді випадків розрахунок електричних кіл спрощується в результаті перенесення у схемі джерел ЕРС чи струму.

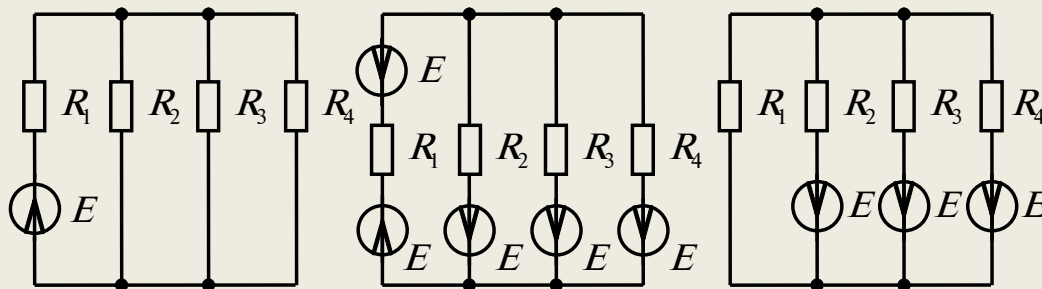
Джерело ЕРС можна перенести із якої-небудь вітки схеми до всіх інших віток, з'єднаних в одному вузлі з даною віткою. Струми у вітках схеми у цьому випадку не зміняться, оскільки, як свідчить другий закон Кірхгофа, вони залежать від сумарних ЕРС контурів. Причому, якщо у цій вітці джерело ЕРС напрямлене до вузла, то у вітках, до яких воно переноситься, воно буде напрямлене від вузла та навпаки.



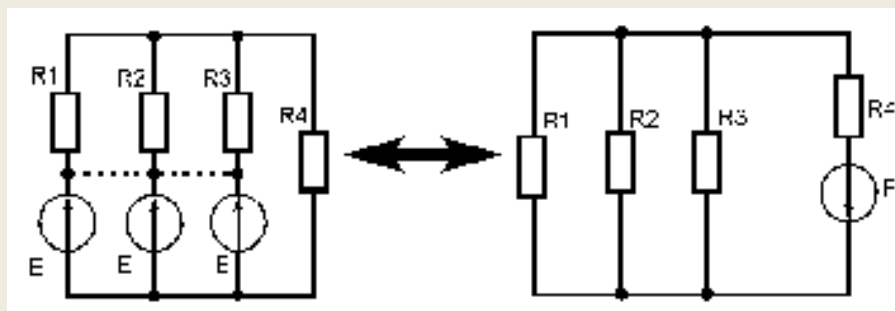
Перенесення джерела струму згідно зі схемою



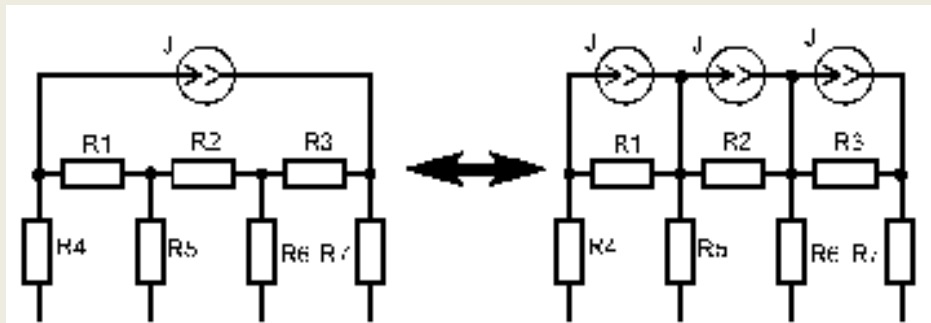
Якщо у всіх вітках, окрім однієї, що сходяться до цього вузла, мають місце однакові ЕРС, що співпадають за напрямком, то їх можна замінити одним джерелом.

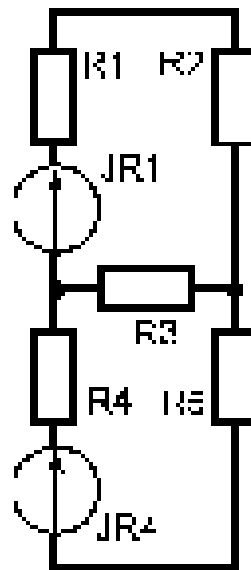
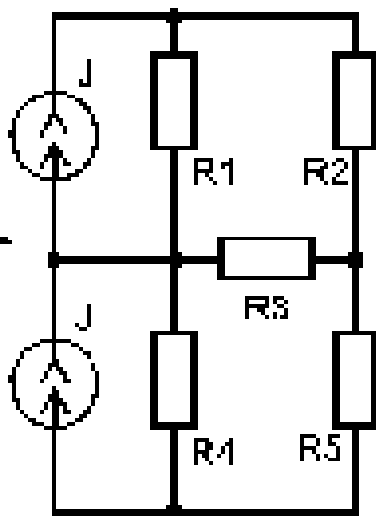
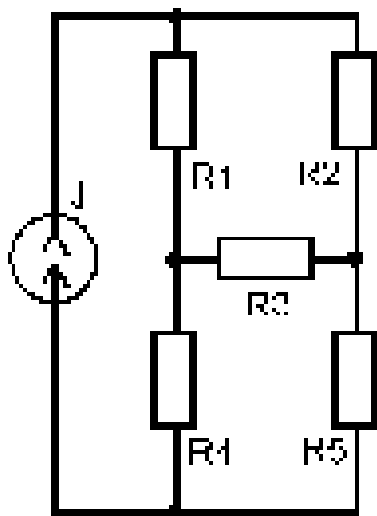


Якщо у всіх вітках схеми, крім однієї, що сходяться в одному вузлі, є однакові джерела ЕРС, орієнтовані однаково відносно цього вузла, то ці ЕРС можна замінити одним джерелом у вітці, яка ЕРС не мала.



Джерело струму може бути перенесене паралельно всім гілкам, які склали контур з цим джерелом струму.





3 Методи розрахунку складних кіл

3.1 Застосування законів Кірхгофа

Перший закон Кірхгофа використовують для вузлів електричного кола - *алгебраїчна сума струмів у вузлі електричного кола дорівнює нулю:*

$$\sum_{K=1}^n I_k = 0$$

де – I_k струм k - ї гілки, приєднаної до даного вузла.

Струми, спрямовані від вузла, записуються зі знаком «-», а спрямовані до вузла зі знаком «+»

Другий закон Кірхгофа використовують до контурів електричного кола.

Алгебраїчна сума напруг на опорах (падінь напруги) контуру дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС у цьому контурі

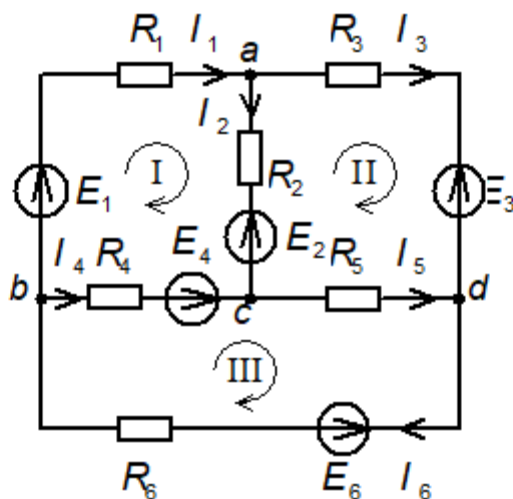
$$\sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k = \sum_{i=1}^m E_i$$

Обхід контуру виконується у довільно обраному напрямку, наприклад за ходом годинникової стрілки.

ЕРС та падіння напруги, що збігаються за напрямом з напрямом обходу, беруться з однаковими знаками.

1.6. Розрахунок складних електричних кіл за допомогою законів Кірхгофа

Розрахувати струми у всіх вітках електричного кола складної конфігурації можна за допомогою законів Кірхгофа. Нехай електричне коло має u вузлів, n незалежних контурів та b віток з невідомими струмами. Тоді для визначення b струмів треба скласти $u - 1$ рівнянь першого закону Кірхгофа та $b - (u - 1)$ рівнянь другого закону Кірхгофа. Напрями струмів у вітках та напрями обходу незалежних контурів вибирають довільно.



$$\text{вузол } a: I_1 - I_2 - I_3 = 0;$$

$$\text{вузол } b: I_6 - I_1 - I_4 = 0;$$

$$\text{вузол } c: I_4 + I_2 - I_5 = 0.$$

$$\text{контур I: } I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_4 R_4 = E_1 - E_2 - E_4;$$

$$\text{контур II: } I_3 R_3 - I_5 R_5 - I_2 R_2 = E_2 - E_3;$$

$$\text{контур III: } I_4 R_4 + I_5 R_5 + I_6 R_6 = E_4 - E_6.$$

Спільний розв'язок рівнянь (1.16) та (1.17) дає можливість знайти всі шість невідомих струмів. Якщо в результаті розв'язку цих рівнянь буде одержане від'ємне значення для якогось з струмів, то це означає, що справжній напрям цього струму протилежний вибраному за додатний.

3.1 Застосування законів Кірхгофа

Задана схема кола і параметри її окремих елементів.

Потрібно визначити струми в гілках і потужності джерел і приймачів енергії для заданої складної схеми(рис. 3.1)

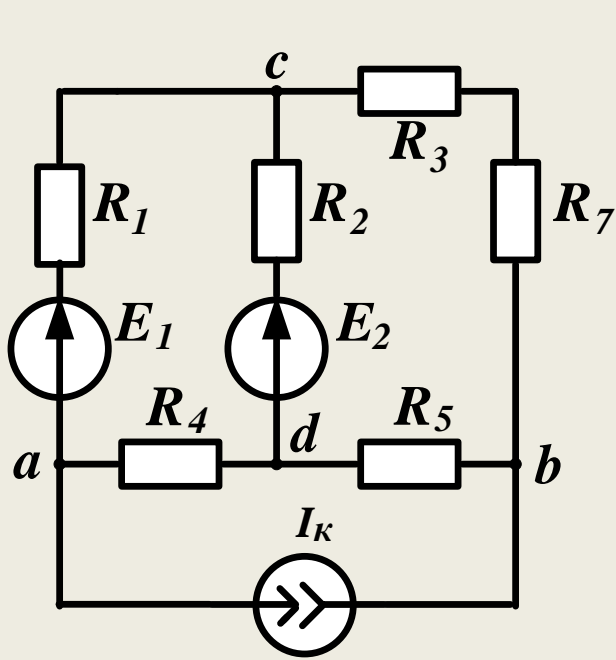


Рисунок 3.1
Початкова схема

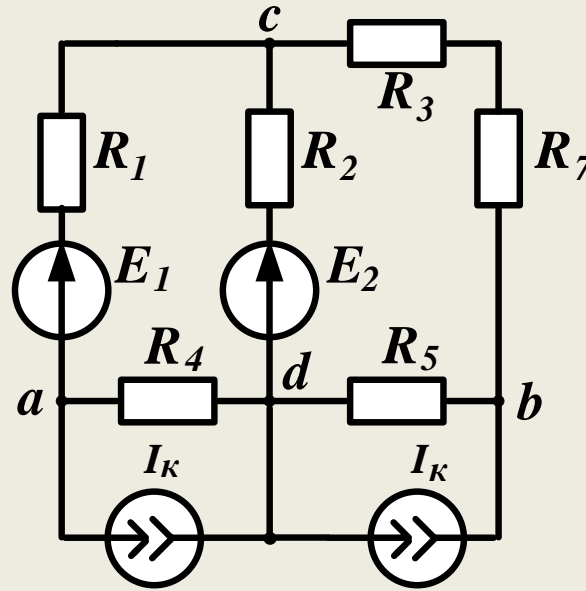


Рисунок 3.2
Перетворення
джерел струму

Джерела струму
перетворюються в
джерела ЕРС E_{k4} та E_{k5}

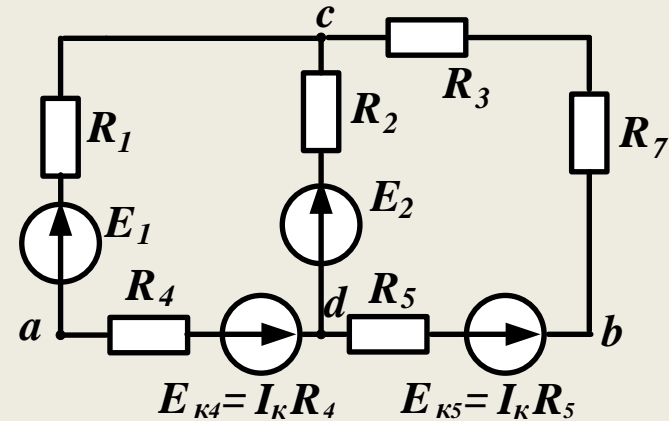


Рисунок 3.3 Заміна
джерел струму

Схема рисунок 3.3 содержит $n=2$ (c, d) вузлів та $m=3$ гілок з невизначеними струмами.

3.1 Застосування законів Кірхгофа

Послідовність (алгоритм) розрахунку

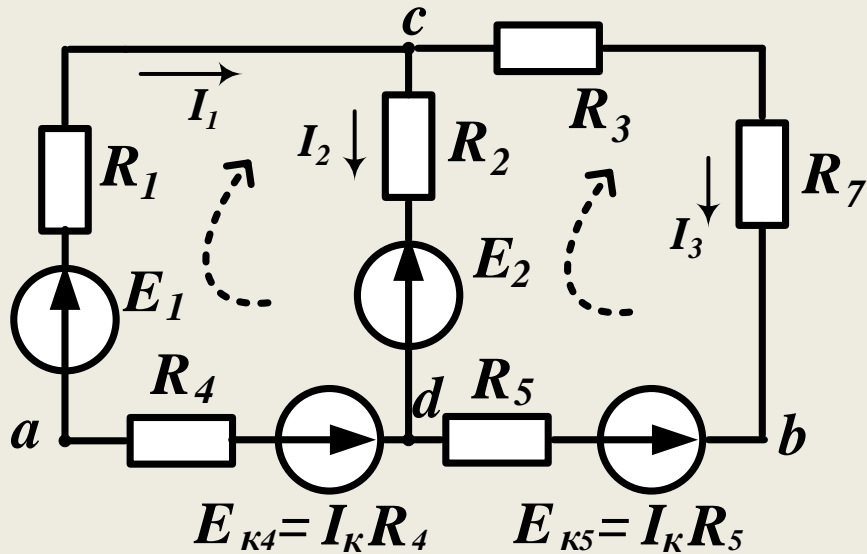


рис. 3.3.

1) Задаються (довільно) позитивними напрямками струмів (I_1, I_2, I_3) в ветвях схеми (рис. 3.3)

2) Складається ($n-1$) рівнянь для вузлів за першим законом Кірхгофа

Вузол c
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

3) Відсутні $m-(n-1)$ рівнянь складаються за другим законом Кірхгофа.

Контур a-c-d
$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_1 R_4 = E_1 - E_2 - E_{k4}$$

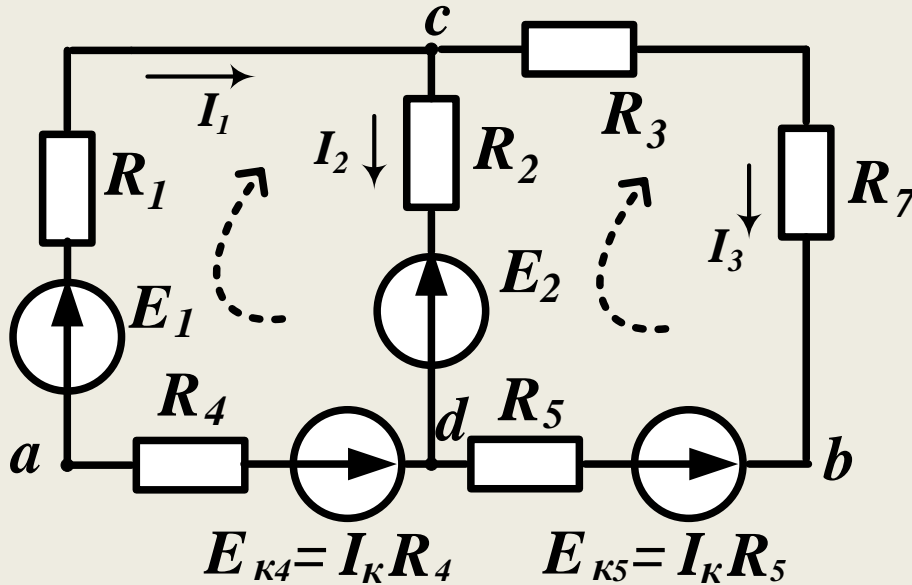
Контур c-b-d
$$I_3 R_3 + I_3 R_7 + I_3 R_5 - I_2 R_2 = E_2 - E_{k5}$$

Правило вибору контурів для складання рівнянь

Кожен наступний контур повинен включати в себе хоча б одну нову гілку, чи не охоплену попередніми рівняннями.

Баланс потужності

Для перевірки правильності розрахунків складається рівняння балансу потужності.



$$\sum P_{\text{ист}} = \sum P_{\text{нагр}}$$

рис. 3.3.

$$\sum P_{\text{ист}} = E_1 I_1 - E_{K4} I_1 - E_2 I_2 - E_{K5} I_3$$

$$\sum P_{\text{нагр}} = I_1^2 (R_1 + R_4) + I_2^2 R_2 + I_3^2 (R_3 + R_5 + R_7)$$

3.2 Метод контурних струмів

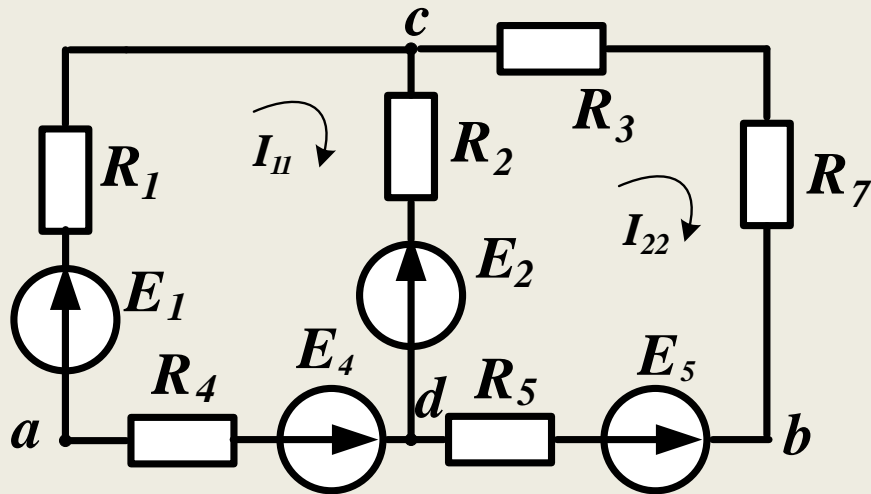


Рисунок 3.4
Початкова схема

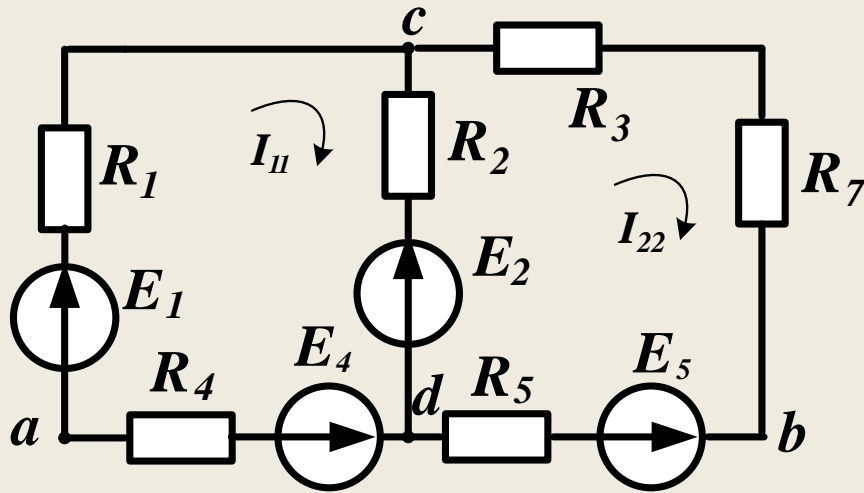
Послідовність (алгоритм) розрахунку

1) Задаються (довільно) позитивними напрямками контурних струмів в контурах схеми (I_{11} , I_{22}).

Контури слід вибирати так, щоб вони не включали в себе гілки з джерелами струму.

2) Складаються система контурних $m - (n - 1)$ рівнянь по 2-му закону Кірхгофа для обраних контурів з контурними струмами I_{11} , I_{22} .

3.2 Метод контурних струмів



В узагальненій формі система контурних рівнянь має вигляд:

$$I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} = E_{11}$$

$$I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} = E_{22}$$

Рисунок 3.4 Початкова схема

Тут введені такі позначення

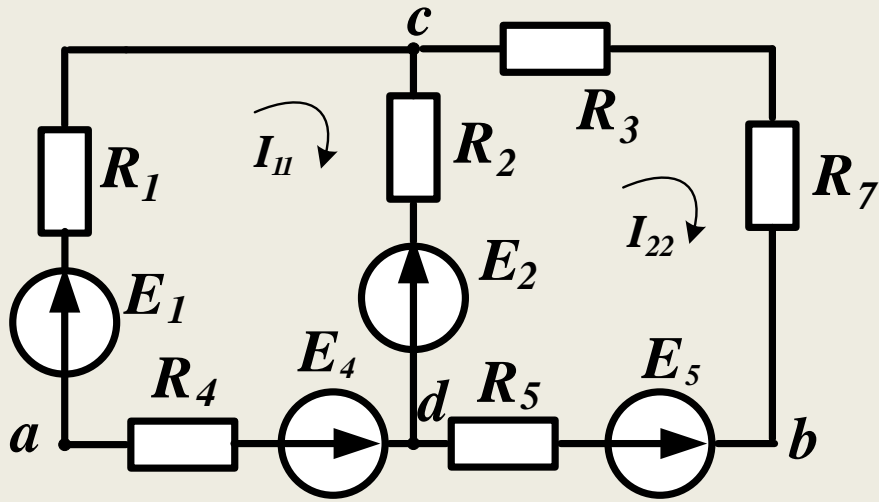
$$R_{11} = R_1 + R_4 + R_2$$

– власні опору контурів

$$R_{22} = R_3 + R_2 + R_5 + R_7$$

Які рівні сумі опорів всіх елементів контуру за якими відповідний контурний струм;

3.2 Метод контурних струмів



$R_{12}=R_{21}= -R_2$ – взаємне опору між контурів

Воно негативно- якщо контурні струми в гілці збігаються

Воно негативно - якщо контурні струми в гілки спрямовані зустрічно

Рисунок 3.4 Початкова схема

$$E_{11} = E_1 - E_2 - E_4 \quad \text{– контурні ЕРС}$$

$$E_{22} = E_2 - E_5$$

Які дорівнюють сумі алгебри ЕРС відповідного контуру

3) Вибираються позитивні напрямки струмів в гілках вихідної схеми (рис. 3.4) (I_1, I_2, I_3) у відповідності з напрямком контурних струмів

$$I_1 = I_{11} \quad I_3 = I_{22} \quad I_2 = I_{11} - I_{22}$$

3.3 Метод вузлових потенціалів

У цьому методі потенціал одного з вузлів схеми приймають рівним нулю, а потенціали інших $(n-1)$ вузлів вважають невідомими, підлягають визначенню.

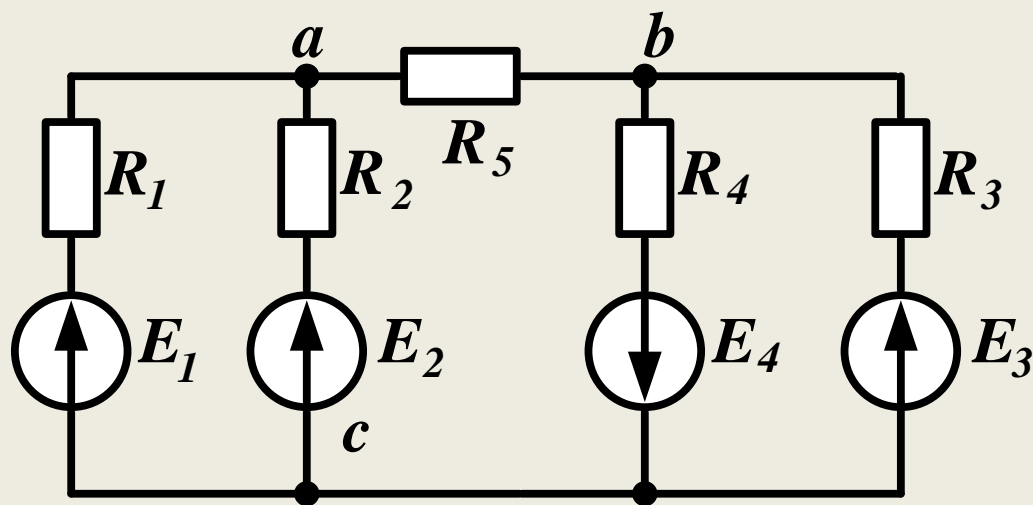


Рисунок 3.5

Нехай потрібно виконати розрахунок режиму в заданій складній схемі рис. 3.5.

Параметри окремих елементів схеми задані.

Послідовність (алгоритм) розрахунку

1) Приймають потенціал одного з вузлів схеми рівним нулю, а потенціали інших $(n-1)$ вузла вважають невідомими, підлягають визначенню.

Потенціал вузла "с" приймається рівним нулю.

3.3 Метод вузлових потенціалів

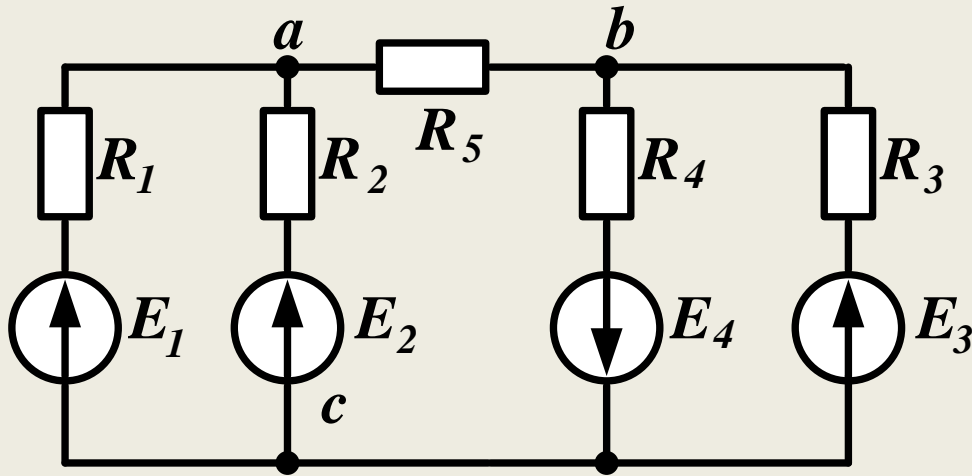


Рисунок 3.5

2) Записується система вузлових рівнянь

$$\varphi_a G_{aa} + \varphi_b G_{ab} = I_{aa}$$

$$\varphi_a G_{ba} + \varphi_b G_{bb} = I_{bb}$$

3) Визначаються коефіцієнти вузлових рівнянь.

Тут вводяться такі позначення:

$$G_{aa} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} \quad G_{bb} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \quad \text{— власні провідності вузлів}$$

Які рівні сумам провідностей всіх гілок, що сходяться в даному вузлі, завжди позитивні

3.3 Метод вузлових потенціалів

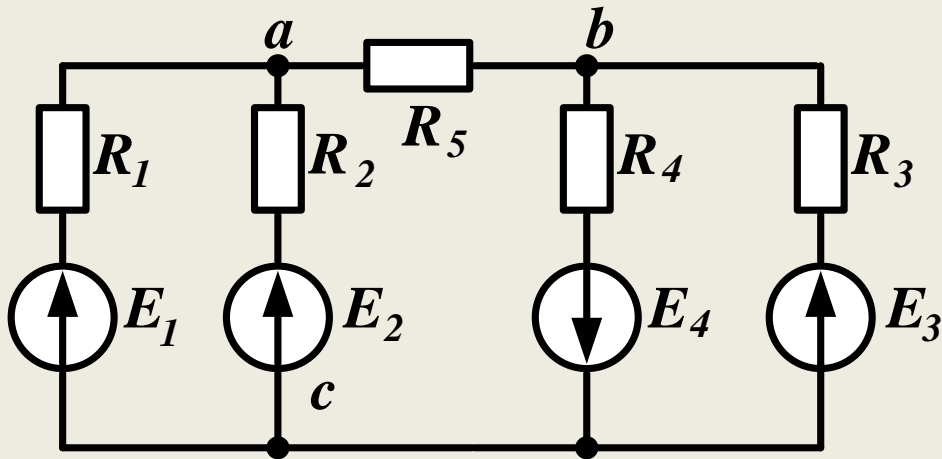


Рисунок 3.5

$$G_{ab} = G_{ba} = -\frac{1}{R_5}$$

– взаємні провідності між суміжними вузлами (a, b)

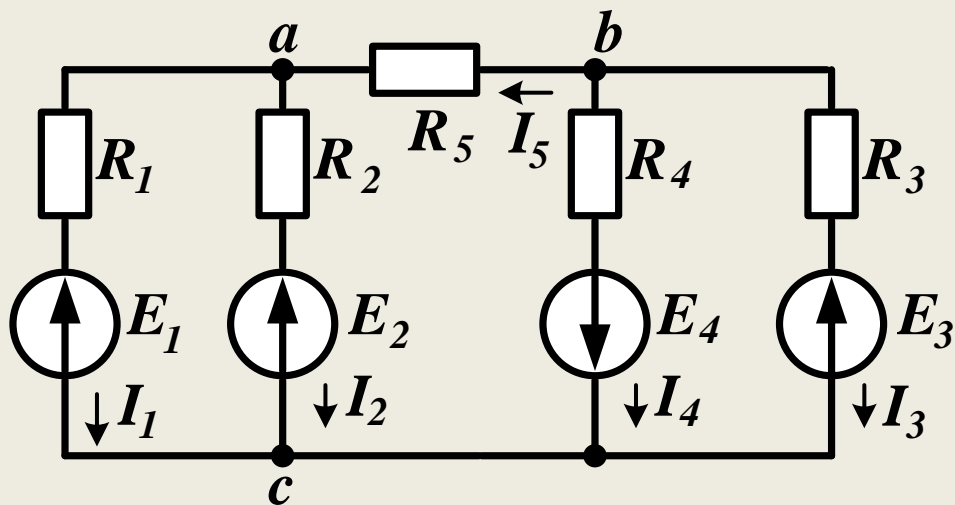
Які рівні сумі провідностей гілок, що з'єднують ці вузли, завжди негативні

$$I_{aa} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \quad I_{bb} = \frac{E_3}{R_3} - \frac{E_4}{R_4} \quad \text{– вузлові струми вузлів}$$

Які дорівнює алгебраїчній сумі доданків E/R від усіх гілок, що сходяться у вузлі (знак "+", якщо джерело діє до вузла, і знак «-», якщо джерело діє від вузла).

4) В результаті рішення системи вузлових рівнянь визначаються невідомі потенціали вузлів φ_a, φ_b .

3.3 Метод вузлових потенціалів



5) Вибираються позитивні напрямки струмів в гілках вихідної схеми

$$I_1 \quad I_2 \quad I_3 \quad I_4 \quad I_5.$$

Рисунок 3.6 Початкова схема

Струми гілок визначаються з потенційних рівнянь гілок через потенціали вузлів φ_a , φ_b .

$$I_1 = \frac{\varphi_a - \varphi_c - E_1}{R_1}, \quad I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_c - E_2}{R_2}, \quad I_3 = \frac{\varphi_b - \varphi_c - E_3}{R_3},$$

$$I_4 = \frac{\varphi_b - \varphi_c + E_4}{R_4}, \quad I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R_5}$$

3.4 Метод двох вузлів

Метод двох вузлів є окремим випадком методу вузлових потенціалів при числі вузлів у схемі $n=2$.

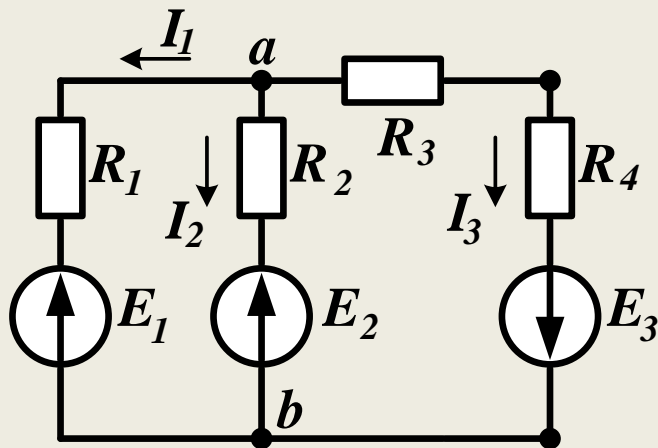


Рисунок 3.7
Метод двох вузлів

Нехай потрібно виконати розрахунок струмів в заданій схемі (рис. 3.4).

Потенціал вузла “ b ” приймається рівним нулю $\varphi_b = 0$

Тоді рівняння для вузла “ a ” за методом вузлових потенціалів матиме вигляд: $\varphi_a G_{aa} = I_{aa}$,

$$U_{ab} = \frac{I_{aa}}{G_{aa}} = \frac{\sum \frac{E_n}{R_n}}{\sum \frac{1}{R_n}},$$

$$U_{ab} = \frac{I_{aa}}{G_{aa}} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3 + R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}},$$

$$I_1 = \frac{\varphi_a - \varphi_b - E_1}{R_1}, \quad I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_b - E_2}{R_2}, \quad I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_3}{R_3 + R_4},$$

На прикладі кіл постійного струму розглянемо ряд методів, справедливих для лінійних кіл, які часто використовують при аналізі з метою скорочення обчислень.

Метод накладання (суперпозиції)

•Цей метод оснований на принципі накладання, який формулюється так:

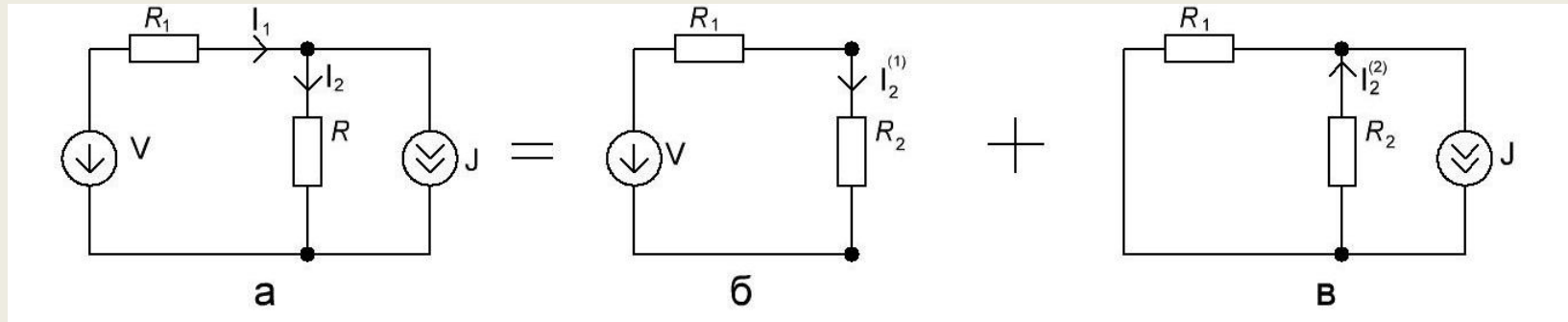
Реакція лінійного кола при одночасній дії декількох незалежних зовнішніх дій дорівнює сумі реакцій, викликаних кожною дією зокрема (за умови відсутності інших дій).

•Із принципу накладання випливає, що струм чи напруга будь-якої гілки лінійного електричного кола, яке містить, крім пасивних компонентів, джерела струму та напруги, дорівнює сумі часткових струмів чи напруг, викликаних дією кожного незалежного джерела окремо.

- При визначенні часткових струмів чи напруг, спричинених i -м джерелом, усі інші джерела замінюються їх внутрішніми опорами (ідеальні джерела струму вимикаються, а ідеальні джерела напруги замінюються коротким замиканням).
- Метод накладання зводить задачу аналізу складного кола, яке містить декілька джерел енергії, до декількох простіших задач, які містять лише одне незалежне джерело.

Звернемо увагу на те, що метод накладання можна застосовувати лише для визначення струмів та напруг електричного кола, проте він непридатний для визначення величин, які не є лінійними функціями струмів чи напруг, наприклад, для визначення потужності, споживаної будь-якою ділянкою кола.

Розглянемо приклад застосування методу накладання для визначення струму I_2 у колі постійного струму, схема якого зображена на рисунку а :



Подамо струм I_2 як суму двох часткових струмів: струму $I_2^{(1)}$, спричиненого джерелом напруги V (рис. б), та струму $I_2^{(2)}$, спричиненого джерелом струму J (рис. в).

$$I_2^{(1)} = V / (R_1 + R_2)$$

$$J \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = I_2^{(2)} \cdot R_2, \quad I_2^{(2)} = J \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Враховуючи умовні додатні напрями струмів $I_2^{(1)}$, $I_2^{(2)}$ та I_2 ,

$$\text{визначаємо струм } I_2 : \quad I_2 = I_2^{(1)} - I_2^{(2)} = (V - JR_1) / (R_1 + R_2)$$

3.5 Метод накладання

Принцип накладання

Принцип (теорема) накладання свідчить, що струм будь-якої гілки (напруга на елементі) складної схеми, що містить кілька джерел, дорівнює алгебраїчній сумі часткових струмів (напрэг), що виникають у цій гілці (на цьому елементі) від дії кожного незалежного джерела окремо.

Сутність методу накладання полягає в тому, що в складній схемі з декількома джерелами послідовно розраховуються часткові струми від кожного джерела окремо

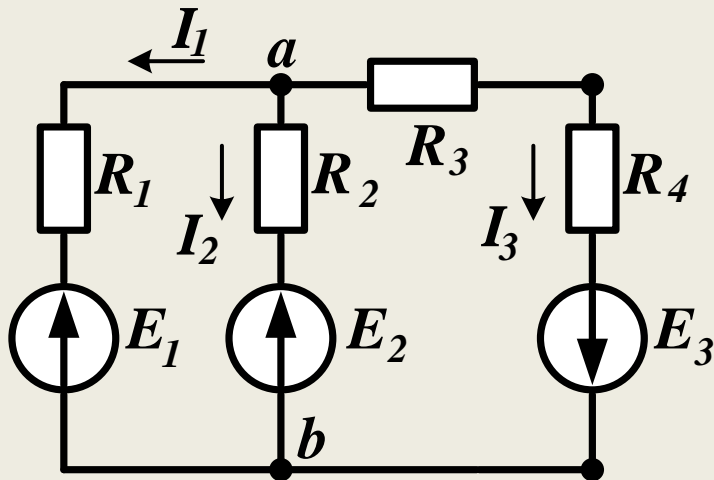


Рисунок 3.8 Метод накладання.
Початкова схема

Розрахунок часткових струмів виконують, як правило, методом перетворення схеми.

Дійсні струми визначаються шляхом алгебраїчного додавання часткових струмів з урахуванням їх напрямків.

Задана схема кола (рис. 3.8) і параметри її елементів

Потрібно визначити струми в гілках схеми методом накладання

3.5 Метод накладання

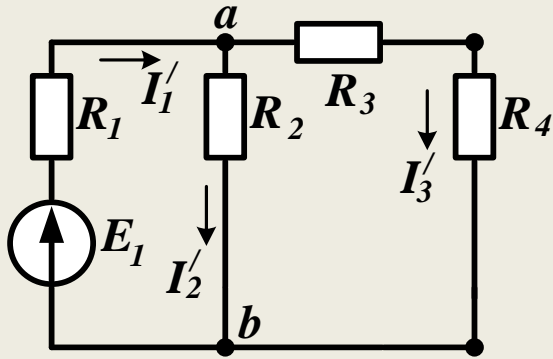


Рисунок 3.9 Діє E_1

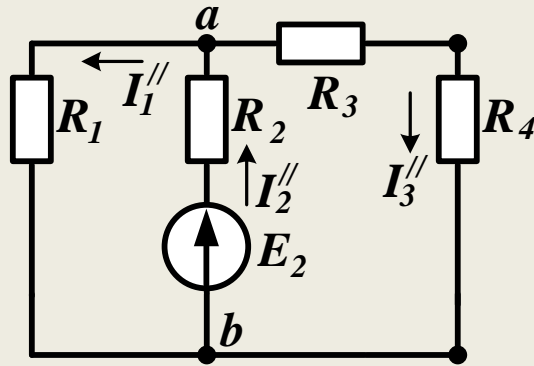


Рисунок 3.10 Діє E_2

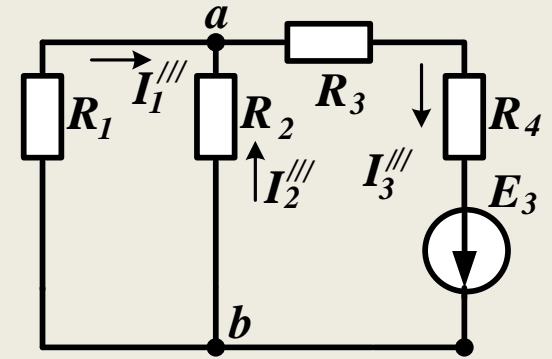


Рисунок 3.11 Діє E_3

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}}$$

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1(R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}}$$

$$I_3''' = \frac{E_3}{R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$U_{ab}' = E_1 - I_1' R_1$$

$$U_{ab}'' = E_2 - I_2'' R_2$$

$$U_{ab}''' = E_3 - I_3''' (R_3 + R_4)$$

$$I_2' = \frac{U_{ab}'}{R_2} \quad I_3' = \frac{U_{ab}'}{R_3 + R_4}$$

$$I_1'' = \frac{U_{ab}''}{R_1} \quad I_3'' = \frac{U_{ab}''}{R_3 + R_4}$$

$$I_1''' = \frac{U_{ab}'''}{R_1} \quad I_2''' = \frac{U_{ab}'''}{R_2}$$

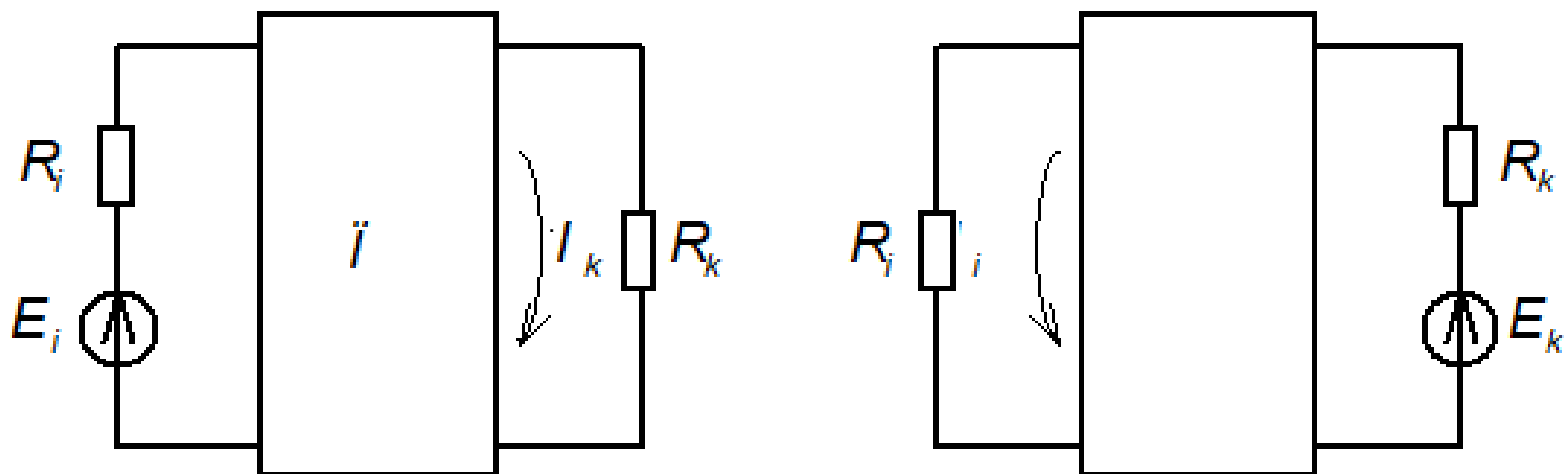
Потім визначаються струми у вихідній схемі (рис. 3.8)

$$I_1 = -I_1' + I_1'' - I_1'''$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' - I_2'''$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' + I_3'''$$

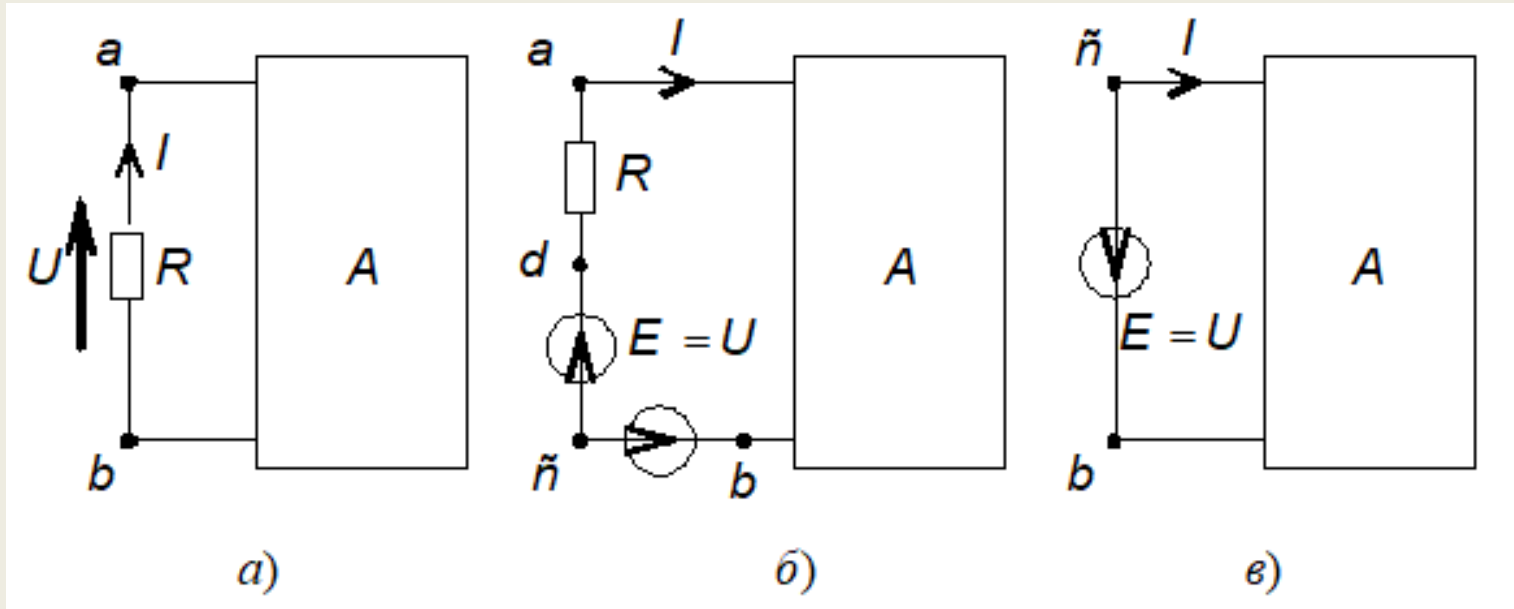
Принцип взаємності встановлює наступне: якщо в електричному колі джерело ЕРС E , включене у i -ту вітку, викликає у k -й вітці струм I , то такий самий струм I буде протікати в i -й вітці, якщо джерело ЕРС E перенести у вітку k (рис. 1.16). Це твердження дійсне, коли джерело ЕРС E – єдине в схемі (на рис. 1.16 схема всього кола, крім віток i та k , зображена в вигляді прямокутника \bar{I}).



$$E_i = E_k = E$$

Якщо ЕРС, що включаються у гілки різне, то $\frac{E_i}{I_k} = \frac{E_k}{I_i}$

Теорема компенсації. Струми в електричному колі не зміняться, якщо будь-яку ділянку кола замінити ЕРС, по величині рівній напрузі на цій ділянці та направлений протилежно напрямку струму на даній ділянці кола.



$$U_{ac} = -IR + E = 0$$

$$\varphi_a = \varphi_c$$

Об'єднаємо точки *a* та *c*, в результаті одержимо схему рис. в, еквівалентну схемі, зображеній на рис. а.

3.5 Метод накладання

Принцип накладання

Принцип (теорема) накладання свідчить, що струм в будь-якої гілки (напруга будь елементі) складної схеми, що містить кілька джерел, дорівнює алгебраїчній сумі часткових струмів (напруг), що виникають у цій гілці (на цьому елементі) від незалежного дії кожного джерела окремо.

Сутність методу накладання полягає в тому, що в складній схемі з декількома джерелами послідовно розраховуються часткові струми від кожного джерела окремо

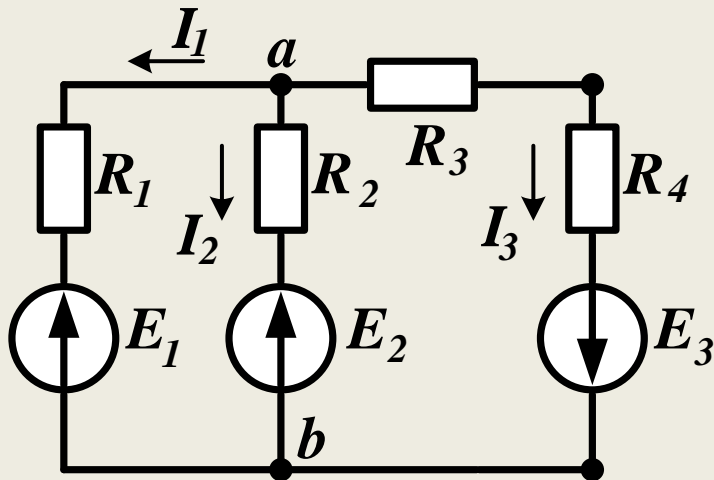


Рисунок 3.8 Метод накладання.
Початкова схема

Розрахунок часткових струмів виконують, як правило, методом перетворення схеми.

Дійсні струми визначаються шляхом алгебраїчного додавання часткових струмів з урахуванням їх напрямків.

Задана схема кола (рис. 3.5) і параметри її елементів

Потрібно визначити струми в гілках схеми методом накладання

3.5 Метод накладання

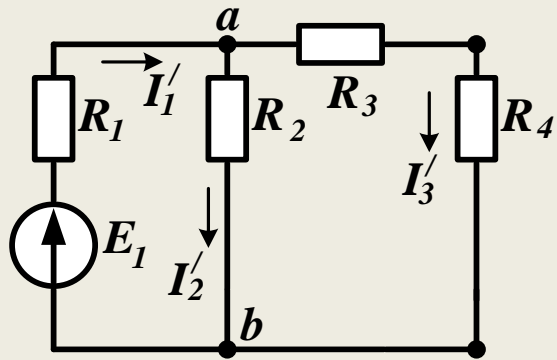


Рисунок 3.9 Діє E_1

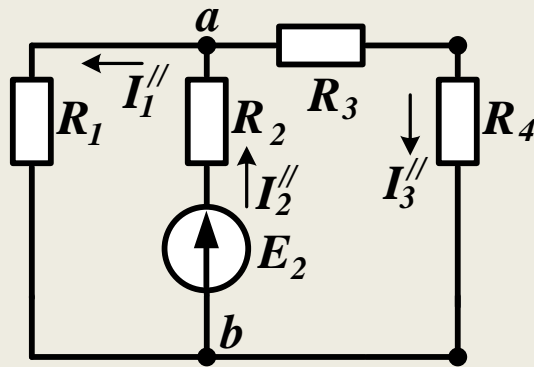


Рисунок 3.10 Діє E_2

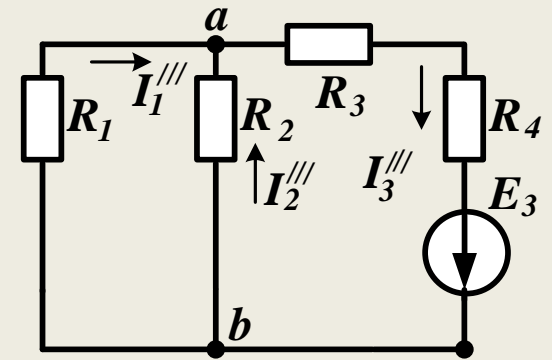


Рисунок 3.11 Діє E_3

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2(R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}}$$

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1(R_3 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_4}}$$

$$I_3''' = \frac{E_3}{R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$U_{ab}' = E_1 - I_1' R_1$$

$$U_{ab}'' = E_2 - I_2'' R_2$$

$$U_{ab}''' = E_3 - I_3''' (R_3 + R_4)$$

$$I_2' = \frac{U_{ab}'}{R_2} \quad I_3' = \frac{U_{ab}'}{R_3 + R_4}$$

$$I_1'' = \frac{U_{ab}''}{R_1} \quad I_3'' = \frac{U_{ab}''}{R_3 + R_4}$$

$$I_1''' = \frac{U_{ab}'''}{R_1} \quad I_2''' = \frac{U_{ab}'''}{R_2}$$

Потім визначаються струми у вихідній схемі (рис. 3.8)

$$I_1 = -I_1' + I_1'' - I_1''' \quad I_2 = I_2' - I_2'' - I_2''' \quad I_3 = I_3' + I_3'' + I_3'''$$

3.5 Метод накладання

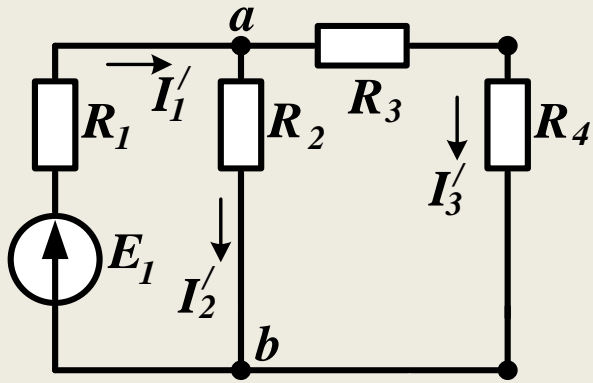


Рисунок 3.9 Діє E_1

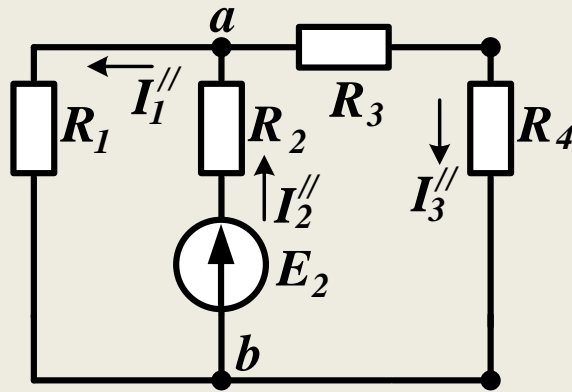


Рисунок 3.10 Діє E_2

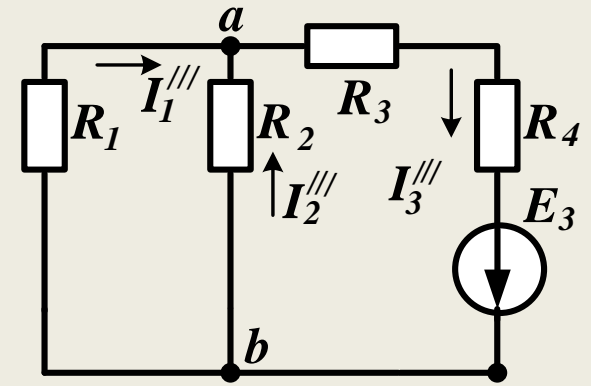


Рисунок 3.11 Діє E_3

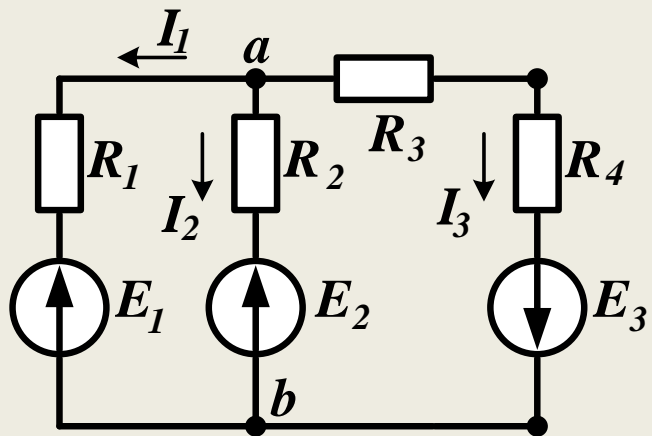


Рисунок 3.8 Початкова схема

Потім визначаються струми у вихідній схемі (рис. 3.8)

$$I_1 = -I_1' + I_1'' - I_1'''$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' - I_2'''$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' + I_3'''$$

Теорема про еквівалентний генератор (активний двополюсник).

- Відомо два варіанти теореми про еквівалентний генератор:
 1. **Теорема про еквівалентне джерело напруги (Теорема Тевенена):** *струм у довільній гілці аб лінійного електричного кола не зміниться, якщо решту кола замінити ідеалізованим джерелом напруги з послідовно увімкнутим внутрішнім опором. Напруга ідеалізованого джерела дорівнює напрузі між точками а і б при розімкнутій гілці аб, а внутрішній опір джерела дорівнює входному опоріві пасивного кола між виводами а і б за відсутності гілки аб.*

По відношенню до виділеної гілки а-б активний двополюсник можна замінити еквівалентним генератором, ЕРС якого дорівнює напрузі холостого ходу на полюсах гілки а-б, а внутрішній опір дорівнює входному опоріві двополюсника відносно затискачів а-б при розімкнутій ділянці а-б кола (рис. б).

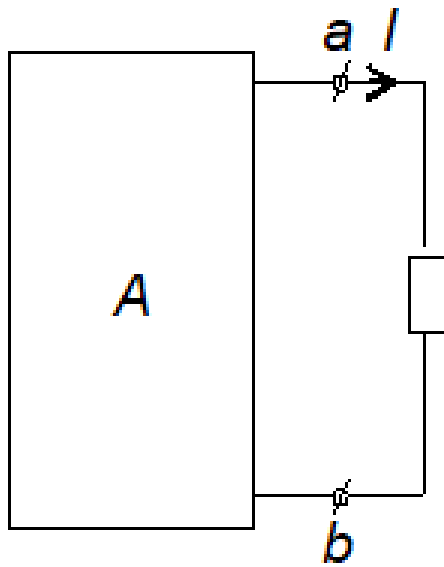
2. Теорема про еквівалентне джерело струму (Теорема Нортон): *струм у довільній гілці **аб** лінійного електричного кола не зміниться, якщо решту кола замінити ідеалізованим джерелом струму з паралельно під'єднаним внутрішнім опором. Струм ідеалізованого еквівалентного джерела дорівнює струмові між виводами **а** і **б** при їх короткому замиканні, а внутрішній опір джерела дорівнює вхідному комплексному опорі пасивного кола між виводами **а** і **б** за відсутності гілки **аб**. (рис. в).*

•Із наведених теорем випливає, що цей метод передбачає виділення у лінійному колі однієї гілки і заміну решти кола автономним активним двополюсником (АД), параметри якого визначають на підставі згаданих теорем.

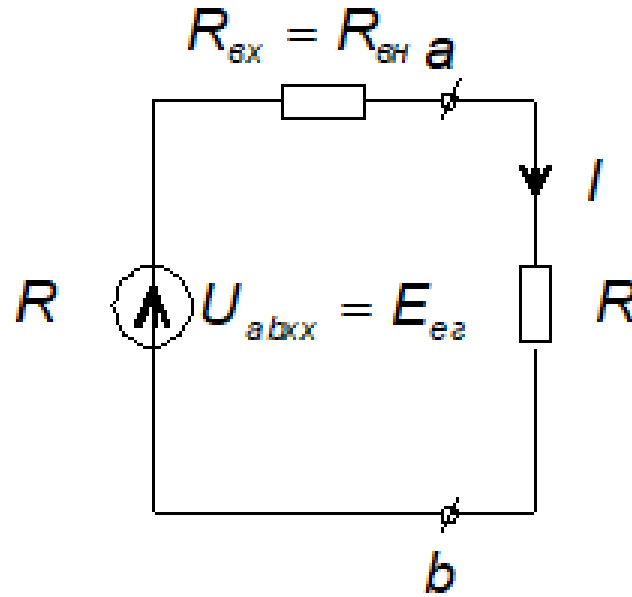
•Зауважимо, що внутрішній опір активного двополюсника є однаковим для обох варіантів представлення активного двополюсника (як джерело напруги і як джерело струму).

Теорема Тевенена

Теорема Норттона

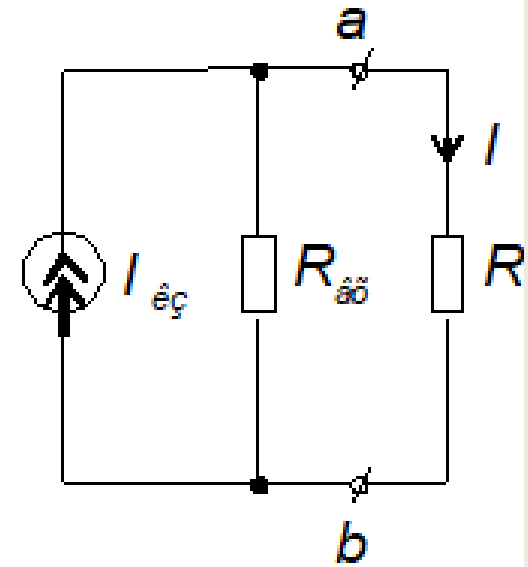


a)



б)

$$I = \frac{U_{abxx}}{R_{вх} + R}$$



в)

$$I = \frac{I_{кз} R_{вх}}{R_{вх} + R}$$

$$I_{кз} = \frac{U_{abxx}}{R_{вх}}$$

3.6 Метод еквівалентного генератора

Метод розрахунку струму у виділеній гілці складної схеми

Послідовність розрахунку

- 1) Зі схеми видаляється гілка, в якій треба знайти струм.
- 2) Виконується розрахунок решти схеми будь - яким методом і визначається напруга холостого ходу між точками підключення віддаленої гілки.
- 3) Для отриманої схеми після видалення гілки, всі джерела ЕРС E виключають, залишаючи замість них провідники, а гілки з джерелами струму I_k видаляють зі схеми.
- 4) Методом еквівалентних перетворень для отриманої пасивної схеми щодо точок підключення віддаленої гілки визначається $R_{ab.bx}$.
- 5) Складається схема заміщення еквівалентного генератора ЕРС, наведена на рисунку 3.12.
- 6) Виконується розрахунок цієї схеми маюнок 3.12 і знаходиться шуканий струм за наступною формулою:

$$I_n = \frac{E_E}{R_{ab.gb} + R_n}$$

Рисунок 3.12
Схема заміщення
еквівалентного
генератора

3.6 Метод еквівалентного генератора

Метод розрахунку струму у виділеній гілці складної схеми

Послідовність розрахунку

- 1) Зі схеми видаляється гілка, в якій треба знайти струм.
- 2) Виконується розрахунок решти схеми будь - яким методом і визначається напруга холостого ходу між точками підключення віддаленої гілки.
- 3) Для отриманої схеми після видалення гілки, всі джерела ЕРС E виключають, залишаючи замість них провідники, в гілці з джерелами струму I_k видаляють зі схеми.
- 4) Методом еквівалентних перетворень для отриманої пасивної схеми щодо точок підключення віддаленої гілки визначається $R_{ab.вх}$.
- 5) Складається схема заміщення еквівалентного генератора ЕРС, наведена на рисунку 3.12.

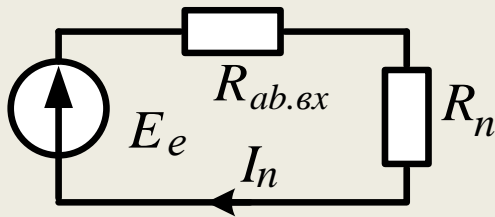


Рисунок 3.12
Схема заміщення
еквівалентного
генератора

- 6) Виконується розрахунок цієї схеми маюнок 3.12 і знаходиться шуканий струм за наступною формулою:

$$I_n = \frac{E_E}{R_{ab.об} + R_n}$$

3.6 Метод еквівалентного генератора

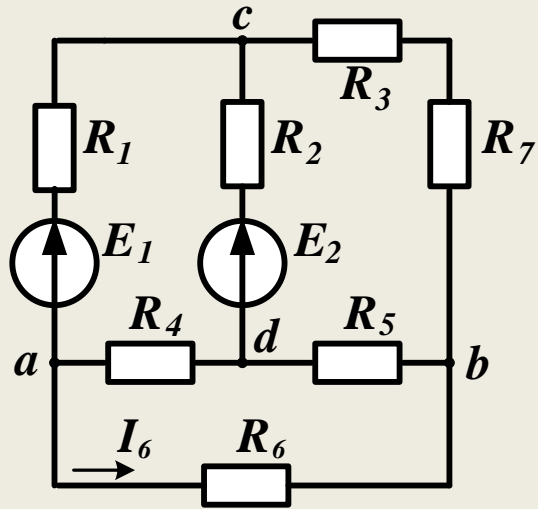


Рисунок 3.13

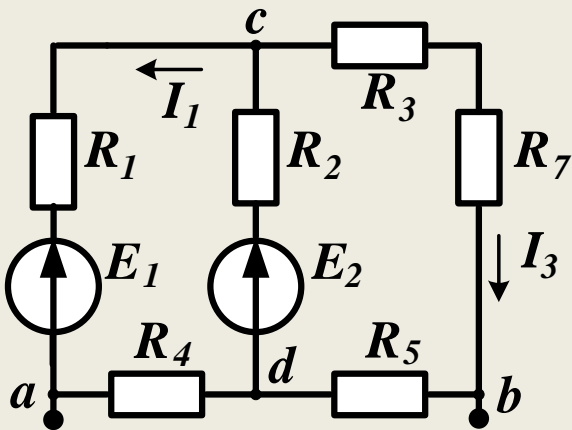


Рисунок 3.14

Визначити струм в гілці з шостим резистором методом еквівалентного генератора (рис. 3.13).

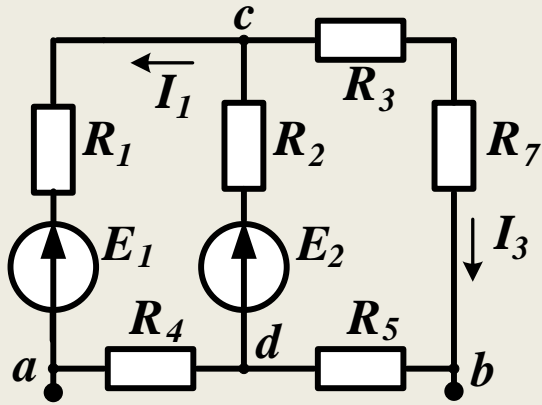
1) Зі схеми (рис. 3.13) віддаляється гілка з резистором R_6 , в якій треба знайти струм.

2) У схемі, наведеній на рисунку 3.14 позначаються позитивні напрямки струмів в гілках I_1 та I_3 .

3) Напряга між вузлами U_{cd} знаходиться за методом двох вузлів

$$U_{cd} = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_4} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1 + R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_5 + R_7}}$$

3.6 Метод еквівалентного генератора



4) Струми в гілках I_1 і I_3 визначаються за законом Ома

$$I_1 = \frac{U_{cd} - E_1}{R_1 + R_4}$$

$$I_3 = \frac{U_{cd}}{R_3 + R_5 + R_7}$$

5) потенціали точок “ a ”, “ b ” виражаються через струми I_1 і I_3 потенціал точки “ d ”.

$$\varphi_a = \varphi_d + I_1 R_4$$

$$\varphi_b = \varphi_d + I_3 R_5$$

6) Записується вираження для определения U_{ab}

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$$

3.6 Метод еквівалентного генератора

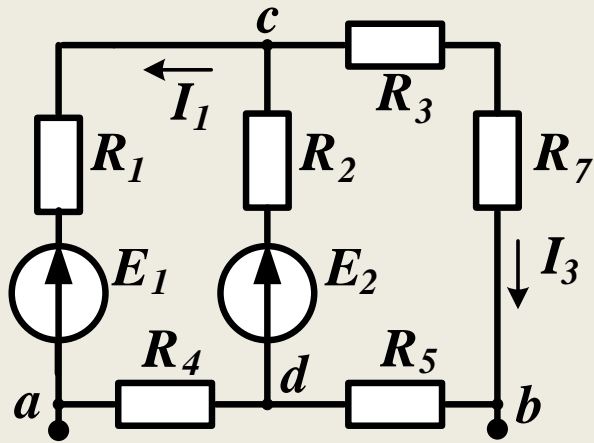


Рисунок 3.14

7) Складається схема для визначення вхідного опору $R_{ав.вх}$.

При цьому зі схеми (рис. 3.14) виключаються всі джерела ЕРС E , залишаючи замість них провідники (рис. 3.15).

8) Зірка резисторів, що складається з R_2 , R_4 , R_5 , замінюється трикутником резисторів R_{ab} , R_{ac} , R_{cb} (рис. 3.16)

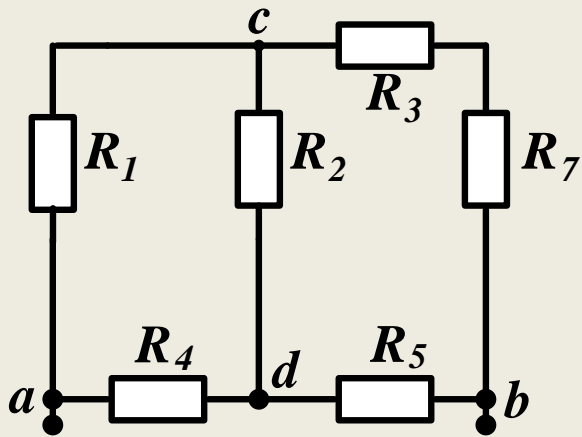


Рисунок 3.15

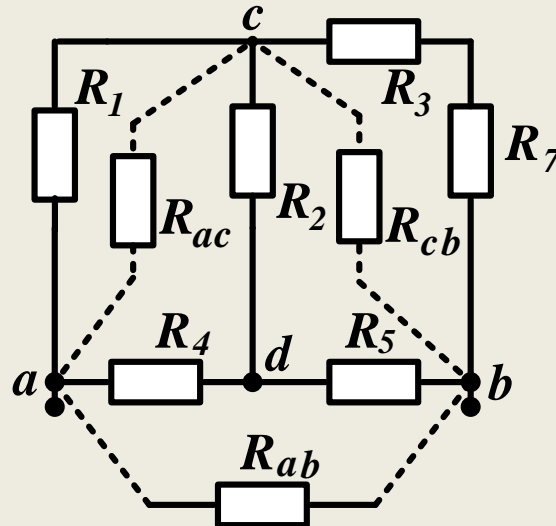


Рисунок 3.16

$$R_{ab} = R_5 + R_4 + \frac{R_5 R_4}{R_2}$$

$$R_{cb} = R_2 + R_5 + \frac{R_2 R_5}{R_4}$$

$$R_{ac} = R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_5}$$

3.6 Метод еквівалентного генератора

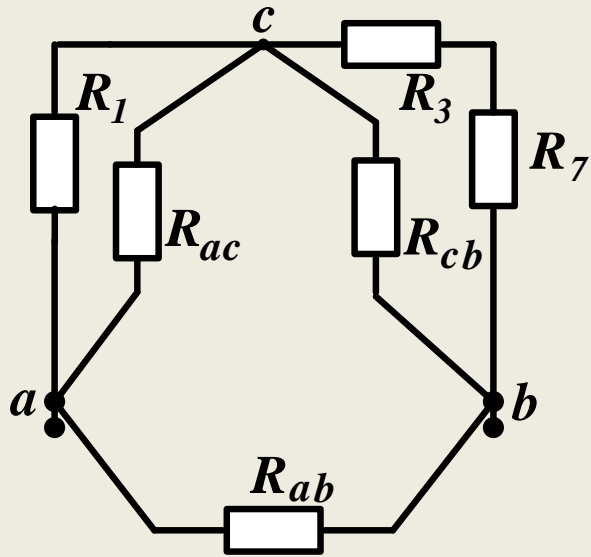


Рисунок 3.17

9) Після еквівалентної заміни зірки резисторів трикутником отримаємо схему, наведену на рисунку 3.17.

Записується вираз для визначення $R_{ab.bx}$

$$R_{ab.bx} = \frac{R_{ab} \left(\frac{R_1 R_{ac}}{R_1 + R_{ac}} + \frac{(R_3 + R_7) R_{cb}}{R_3 + R_7 + R_{cb}} \right)}{R_{ab} + \frac{R_1 R_{ac}}{R_1 + R_{ac}} + \frac{(R_3 + R_7) R_{cb}}{R_3 + R_7 + R_{cb}}}$$

10) Записується вираз для визначення струму I_6

$$I_6 = \frac{U_{ab}}{R_6 + R_{ab.bx}}$$