Розділ 7

Перетворення аналогових сигналів на цифрові

У першій половині XX століття при реєстрації і обробці інформації використовувалися вимірювальні прилади і пристрої аналогового типу, що працюють в реальному масштабі часу. Ситуація змінилася з розповсюдженням мікропроцесорної техніки та ЕОМ. Цифрова реєстрація і обробка інформації виявилася досконалішою і точнішою, більш універсальною, багатофункціональною та гнучкою. Потужність і простота цифрової обробки сигналів настільки переважають над аналоговою, що перетворення аналогових за природою сигналів в цифрову форму давно стало виробничим стандартом.

7.1 Квантування аналогових сигналів

Під ***дискретизацією*** сигналів розуміють перетворення функцій безперервних змінних у функції дискретних змінних, по яких початкові безперервні функції можуть бути відновлені із заданою точністю. Роль дискретних відліків виконують, як правило, квантовані значення функцій в дискретній шкалі ко-

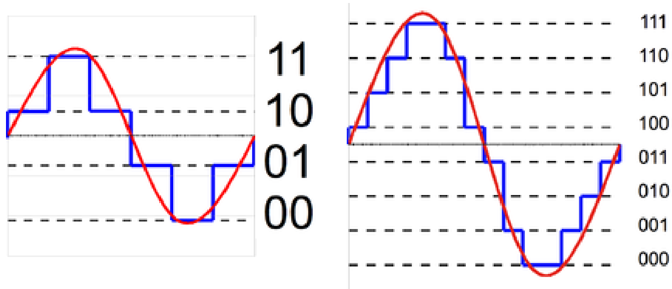

Рис. 7.1 – Квантування одного і того ж сигналу різною розрядністю. Ліворуч — 2 біти, праворуч — 3 біти

ординат. Під ***квантуванням*** розуміють перетворення безперервної по значеннях величини у величину з дискретною шкалою значень з кінцевої множини дозволених, які називають *рівнями квантування*. Суть квантування полягає в заміні незліченної множини можливих значень функції, в загальному випадку випадкових, зліченною множиною цифрових відліків. При цьому виконується округлення миттєвих значень вхідної функції $s(t_i)$ в моменти часу t_i до найближчих значень

$$q_i(t_i) = \Delta s \left[\frac{s(t_i)}{\Delta s} + \frac{1}{2} \right],$$

де Δs — крок квантування шкали цифрових відліків, а квадратні дужки $[\ldots]$ означають цілу частину виразу в них.

Квантування з постійним кроком Δs називається рівномірним.

Якщо рівні квантування нумеровані, то результатом перетворення є число, яке може бути виражене в будь-якій числовій системі. Округлення з певною розрядністю миттєвих значень безперервної аналогової величини з рівномірним кроком по аргументу є простим випадком дискретизації і квантування сигналів при їх перетворенні в цифрові сигнали (рис. 7.1).

Для більшості завдань обробки даних зазвичай потрібно значно менше інформації, чим її поступає від вимірювальних перетворювачів у вигляді безперервного аналогового сигналу. При статистичних флуктуаціях вимірюваних величин та обмеженій похибці засобів вимірювань інформація про величину сигналу завжди обмежена. Раціональне виконання дискретизації та квантування початкових даних дає можливість зменшити витрати на зберігання та обробку інформації. Використання цифрових сигналів дозволяє застосовувати методи кодування інформації з можливістю подальшого виявлення і виправлення помилок при передачі, а також цифрова форма сигналів полегшує уніфікацію операцій перетворення інформації на всіх етапах її обробки.

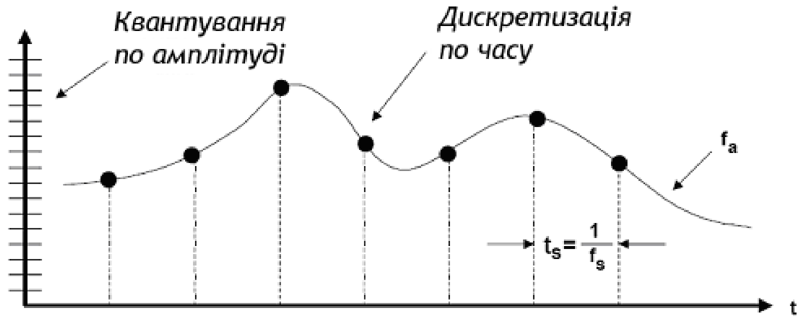

Рис. 7.2 – Дискретизація аналогового сигналу по часу та квантування його по амплітуді

Сутність дискретизації аналогових сигналів полягає в тому, що безперервність в часі аналогової функції $s(t)$ замінюється послідовністю коротких імпульсів, амплітудні значення яких c_n визначаються за допомогою вагових функцій, або безпосередньо вибірками (відліками) миттєвих значень сигналу $s(t)$ в моменти часу t_n (рис. 7.2). Представлення сигналу $s(t)$ на інтервалі T

сукупністю дискретних значень c_n записується у вигляді:

$$(c_1, c_2, \dots c_n) = \mathbb{A}\left[s(t)\right],$$

де $\mathbb{A}$ — оператор дискретизації. Операція відновлення сигналу $s(t)$ записується у вигляді:

$$s'(t) = \mathbb{B}\left[(c_1, c_2, \dots c_n)\right].$$

Вибір операторів $\mathbb{A}$ і $\mathbb{B}$ визначається необхідною точністю відновлення сигналу. Найбільш простими є лінійні оператори. У загальному випадку:

$$c_n = \int q_n(t)s(t)\,dt, \tag{7.1}$$

де $q_n(t)$ — система вагових функцій.

Вибірка безперервних аналогових даних повинна здійснюватися через інтервал дискретизації $t_s = \frac{1}{f_s}$, який необхідно ретельно вибирати для точного представлення первинного аналогового сигналу. Чим більше число відліків (вищі частоти дискретизації), тим більш точним буде представлення сигналу в цифровому вигляді, тоді як у разі малого числа відліків (низькі частоти дискретизації) може бути досягнуте критичне значення частоти дискретизації, при якому втрачається інформація про сигнал.

Відліки у виразі (7.1) пов'язані з операцією інтеграції, що забезпечує високу завадостійкість дискретизації. Проте через складність технічної реалізації "зваженої"інтеграції, вона використовується достатньо рідко, при високих рівнях завад. Ширшого поширення набули методи, при яких сигнал $s(t)$ замінюється сукупністю його миттєвих значень $s(t_n)$ в моменти часу t_n. Роль вагових функцій в цьому випадку виконують так звані ґратчасті) функції. Відрізок часу Δt між сусідніми відліками називають кроком дискретизації. Дискретизація називається *рівномірною* з частотою $f_d = \frac{1}{\Delta t}$, якщо значення Δt залишається сталим по всьому діапазону перетворення сигналу. При *нерівномірній* дискретизації значення Δt між вибірками може змінюватися за певною програмою або залежно від зміни яких-небудь параметрів сигналу. У подальшому буде розглядатися лише рівномірна дискретизація.

7.2 Спектр дискретизованого сигналу. Теорема Котельникова–Найквіста

Явища, що виникають при дискретизації, зручно розглядати шляхом аналізу зміни спектру в процесі дискретизації і подальшої обробки сигналів.

Головна вимога до частоти дискретизації визначається так званою *теоремою відліків*, або ***теоремою Віттакера–Найквіста–Котельникова–Шеннона*** (частіше її називають просто теоремою Котельникова–Найквіста), яка свідчить, що якщо безперервний сигнал $s(t)$ має спектр, обмежений частотою f_{max}, то він може бути однозначно і без втрат відновлений за своїми дискретними відліками, узятими з частотою $f_d = 2 \cdot f_{max}$, або, по-іншому, за відліками, узятими з періодом

$$T_d = \frac{1}{2 \cdot f_{max}}.$$

Теорему відліків можна сформулювати зворотним чином:

Для того, щоб відновити сигнал за його відліками без втрат, необхідно, щоб частота дискретизації була хоча б у два рази більша за максимальну частоту первинного неперервного сигналу:

$$f_d \geq 2 \cdot f_{max}.$$

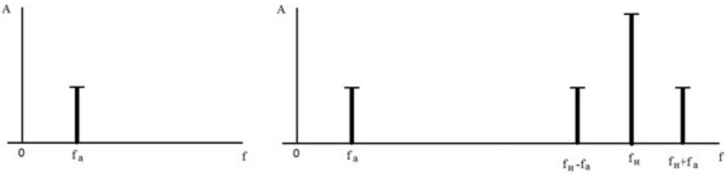

Рис. 7.3 – Спектр синусоїдального сигналу (ліворуч) та спектр його дискретизованого образу (праворуч)

Теорема відліків розглядає ідеальний випадок, коли сигнал почався нескінченно давно й ніколи не закінчиться, а також не має в часовій характеристиці точок розриву. Саме це має на увазі поняття «спектр, обмежений частотою f_{max}».

Реальні сигнали скінченні у часі і, звичайно, мають у часовій характеристиці розриви, відповідно їх спектр нескінченний. У такому випадку повне відновлення сигналу неможливе і з теореми відліків випливають 2 наслідки:

- Будь-який аналоговий сигнал може бути відновлений з якою завгодно точністю за своїми дискретними відліками, узятими із частотою $f_d > 2f_{max}$, де f_{max} — максимальна частота, якою обмежений спектр реального сигналу.
- Якщо максимальна частота в сигналі перевищує половину частоти переривання, то способу відновити сигнал з дискретного в аналоговий без спотворення не існує.

Для простоти як початковий аналоговий сигнал $s(t)$ можна розглядати гармонійне коливання з частотою f_a. Спектр такого коливання зображений на рис. 7.3 і має вид одиночної вертикальної лінії на частоті f_a. Відомо, що спектр гармонійного високочастотного коливання з частотою f_s при гармонійній амплітудній модуляції набуває дві додаткові бічні складові (рис. 7.3, праворуч).

Після дискретизації вхідного гармонійного коливання $s(t)$ з частотою $f_s > 2f_a$ отримаємо послідовність нескінченно корот-

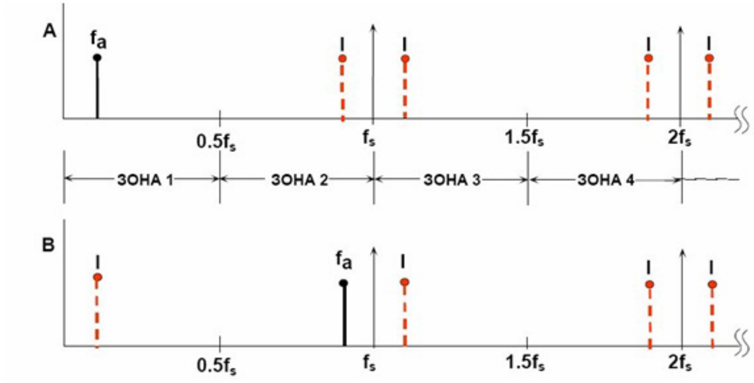

Рис. 7.4 – Спектр дискретизованого синусоїдального сигналу

ких імпульсів (у ідеалі) з амплітудою змінних по синусоїдальному закону з нульовою постійною складовою. Спектр такої послідовності представлений на рис. 7.4.

Ділянки спектра з кроком $0,5f_s$ називають зонами Найквіста. Перша частотна зона Найквіста визначається як смуга спектру від 0 до $f_s/2$. Частотний спектр роздільний на нескінченне число зон Найквіста, кожна по $0,5f_s$.

7.3 Аналого-цифрові перетворювачі

Аналого-цифрові перетворювачі (АЦП) призначені для перетворення аналогового сигналу (зазвичай напруги) в цифрову форму (послідовність цифрових значень напруги, виміряних з рівними проміжками часу). Одним з найважливіших параметрів АЦП є розрядність його вихідних даних. Саме цей параметр забезпечує відношення сигнал/шум перетворення і зрештою динамічний діапазон цифрового сигналу. Розрядність АЦП прагнуть збільшувати для збільшення відношення сигнал/шум. Відношення сигнал/шум АЦП у дБ можна визначити по формулі:

$$SN = n \cdot 6 + 3,5,$$

де n — кількість двійкових розрядів на виході АЦП.

Не менш важливим параметром АЦП є час отримання на його виході наступного відліку цифрового сигналу. Отримати одночасно високу швидкість перетворення і велику розрядність є дуже складним завданням, для вирішення якої було розроблено велику кількість видів АЦП. Коротко оозглянемо їх основні характеристики та області застосування.

Найбільш швидкісним видом АЦП є *паралельні*. У цих видах АЦП великі потоки даних передаються в паралельному вигляді. Це приводить до того, що паралельні АЦП мають велику кількість зовнішніх виводів і в результаті габарити мікросхем паралельних АЦП достатньо великі. Ще однією особливістю паралельних АЦП є значний струм споживання. Перераховані недоліки даного виду АЦП є платою за високу швидкість перетворення аналогового сигналу в цифрову форму його представлення. Швидкість перетворення в паралельних АЦП досягає 500 мільйонів відліків в секунду (500 MSPS). По теоремі Котельникова максимальна частота вхідного сигналу може досягати 250 МГц. Як приклад можна назвати мікросхему AD6641-500 фірми Analog Devices або мікросхему ISLA214P50 фірми Intersil.

Для досягнення ще вищих швидкостей перетворення використовують паралельне з'єднання декількох паралельних АЦП, що працюють по черзі. При цьому для того, щоб забезпечити передачу даних до мікросхеми, яка їх обробляє, доводиться використовувати декілька паралельних шин (по одній на кожен АЦП). Як приклад подібного виду аналого-цифрових перетворювачів можна назвати мікросхему АЦП MAX109 фірми Maxim Integrated, що забезпечує швидкість перетворення до 2,2 GSPS.

Трохи більш економічним видом АЦП є *послідовно-паралельні* АЦП. У цих видах АЦП в процесі аналого-цифрового перетворення беруть участь і цифро-аналогові перетворювачі. Висока швидкість подачі на вихід відліків аналогового сигналу реалізується за рахунок конвеєрної обробки. В результаті для послідовно-паралельних АЦП швидкість перетворення і швидкість видачі на вихід чергового цифрового відліку не співпадають. Як приклад можна назвати мікросхеми AD6645 і AD9430 фірми Analog Devices.

Найпоширенішим видом АЦП в даний час є АЦП *послідовного наближення*. Не дивлячись на те, що в даних видах аналого-цифрових перетворювачів неможлива конвеєрна обробка даних, а значить час перетворення і період видачі даних на виході АЦП співпадають, даний вид АЦП володіє достатньою швидкодією для роботи в широкому діапазоні задач.

7.4 Дискретне перетворення Фур'є

Дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) береться від оцифрованого сигналу та являє собою сукупність чисел (вибірку), які є коефіцієнтами ряду Фур'є. В загальному випадку ці числа — комплексні. З початкової вибірки $\{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{N-1}\}$ шляхом використання формули для ДПФ отримується вибірка $\{X_0, X_1, X_2, \ldots, X_{N-1}\}$, де N — розмір початкової вибірки, або загальна кількість відліків дискретизації.

Коефіцієнти ряду Фур'є при ДПФ визначаються як

$$X_k = \sum_{n=1}^{N-1} x_n \cdot e^{-i2\pi kn} = \qquad (7.2)$$
$$= \sum_{n=1}^{N-1} x_n \cdot \left[\cos(2\pi kn/N) - i\sin(2\pi kn/N)\right],$$

Розглянемо короткий приклад застосування ДПФ. Нехай $N = 4$ і маємо такі відліки: $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2-i \\ -i \\ -1+2i \end{pmatrix}$ Покажемо, як обчислюється ДПФ у цьому випадку. Згідно формули (7.2) отримаємо:

$$X_0 = e^{-i2\pi 0\cdot 0/4} \cdot 1 + e^{-i2\pi 0\cdot 1/4} \cdot (2-i) + \\ + e^{-i2\pi 0\cdot 2/4} \cdot (-i) + e^{-i2\pi 0\cdot 3/4} \cdot (-1+2i) = 2$$

$$X_1 = e^{-i2\pi 1\cdot 0/4} \cdot 1 + e^{-i2\pi 1\cdot 1/4} \cdot (2-i) + \\ + e^{-i2\pi 1\cdot 2/4} \cdot (-i) + e^{-i2\pi 1\cdot 3/4} \cdot (-1+2i) = -2-2i$$

$$X_2 = e^{-i2\pi 2\cdot 0/4} \cdot 1 + e^{-i2\pi 2\cdot 1/4} \cdot (2-i) + \\ + e^{-i2\pi 2\cdot 2/4} \cdot (-i) + e^{-i2\pi 2\cdot 3/4} \cdot (-1+2i) = -2i$$

$$X_3 = e^{-i2\pi 3\cdot 0/4} \cdot 1 + e^{-i2\pi 3\cdot 1/4} \cdot (2-i) + \\ + e^{-i2\pi 3\cdot 2/4} \cdot (-i) + e^{-i2\pi 3\cdot 3/4} \cdot (-1+2i) = 4+4i$$

Таким чином, отримані наступні коефіцієнти ряду Фур'є.

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2-2i \\ -2i \\ 4+4i \end{pmatrix}$$