

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**В.М. Бондарчук, Р.М. Головня,
С.П. Давидчук, С.П. Семенець**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
З МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ**

**Для здобувачів вищої освіти
освітнього рівня «бакалавр»**

**ЧАСТИНА 3
ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ
РІВНЯННЯ. РЯДИ**

Житомир -2021

УДК 517. 1.(075)

Б-30

*Рекомендовано до друку Науково-методичною радою
Державного університету «Житомирська політехніка»
(протокол № 00 від 0 травня 2021 року)*

РЕЦЕНЗЕНТИ:

І. А. Сверчевська, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики Житомирського державного університету імені Івана Франка;

П. П. Москвін, доктор фізико-математичних наук, завідувач кафедри фізики та вищої математики Державного університету «Житомирська політехніка»

Б 30 **Методичні рекомендації до лабораторних робіт з математичного аналізу:** [для здобувачів вищої освіти освітнього рівня «бакалавр»]. **Ч. 3. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Ряди/ В.М. Бондарчук, Р.М. Головня, С.П. Давидчук, С.П. Семенець.** – Житомир : РВВ «Житомирська політехніка», 2021. – 68 с.

Методичні рекомендації підготовлено для здобувачів вищої освіти освітнього рівня «бакалавр». Посібник містить добірку завдань з наступних розділів: «Інтегральне числення функцій однієї змінної», «Звичайні диференціальні рівняння», «Ряди». Пропонується для розв'язування під час проведення лабораторних робіт і самопідготовки студентів при дистанційній та очній формі навчання. Включає методичні вказівки та індивідуальні завдання, що слугують покращанню самостійної та індивідуальної роботи здобувачів вищої освіти.

УДК 517. 1.(075)

Зміст

| | |
|--|----|
| Передмова | 4 |
| Лабораторна робота №1. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування..... | 6 |
| Лабораторна робота №2. Невизначений інтеграл. Інтегрування окремих класів елементарних функцій | 16 |
| Лабораторна робота №3. Визначений інтеграл | 23 |
| Лабораторна робота №4. Застосування визначеного інтеграла .. | 27 |
| Лабораторна робота №5. Невласні інтеграли | 30 |
| Контрольна робота № 1. Інтегральне числення функцій однієї змінної | 34 |
| Лабораторна робота №6. Диференціальні рівняння першого порядку: з відокремлюваними змінними та однорідні | 35 |
| Лабораторна робота №7. Диференціальні рівняння першого порядку: лінійні та Бернуллі..... | 38 |
| Лабораторна робота №8. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку | 42 |
| Лабораторна робота №9. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку..... | 48 |
| Контрольна робота №2. Диференціальні рівняння | 52 |
| Лабораторна робота №10. Числові ряди | 53 |
| Лабораторна робота №11. Знакозмінні ряди. Функціональні ряди | 58 |
| Лабораторна робота №12. Степеневі ряди та їх застосування ... | 62 |
| Контрольна робота №3. Ряди | 65 |
| Підсумкове заняття | 66 |
| Корисні посилання | 67 |

Передмова

Математичний аналіз — фундаментальний розділ математики, що бере свій початок від кінця XVII століття, коли Ісааком Ньютоном та Готфрідом Лейбніцем було строго сформульовано теорію нескінченно малих і тим самим створено апарат диференційного та інтегрального числення. Сучасний математичний аналіз охоплює теорію функцій, теорії границь і рядів, диференційне та інтегральне числення, диференціальні рівняння та диференціальну геометрію. Математичний аналіз став свого часу одним із рушіїв науково-технічної революції, а сьогодні перетворився на надзвичайно потужний інструмент для дослідників природничих наук.

Традиційно математичний аналіз поряд із іншими розділами математики входить у загальний курс вищої математики в більшості технічних вишів України. Для тих же спеціальностей, що потребують підвищеного вміння користуватися математичним апаратом, наприклад, для майбутніх фахівців у сфері ІТ, математичний аналіз викладається окремим курсом.

Даний посібник орієнтований у першу чергу на дистанційну форму навчання і створений на основі вже набутого досвіду роботи авторів у змішаному режимі навчання з переходами з аудиторної форми на дистанційну і навпаки.

У посібнику наведено чіткі інструкції по плануванню та проведенню лабораторних робіт з математичного аналізу для здобувачів вищої освіти освітнього рівня «бакалавр», що вивчають відповідні розділи дисципліни «Математичний аналіз». Індивідуальні завдання для самостійного виконання залежно від діючої форми навчання виконуються в аудиторії або у вигляді домашнього завдання і можуть бути корисними при вивченні відповідних тем дисципліни «Вища математика»

студентами всіх спеціальностей, що навчаються на технічних факультетах університету.

Основним допоміжним літературним джерелом виступає навчальний посібник «Практикум з вищої математики» за редакцією В.О. Ковалю (Практикум з вищої математики: Навч. посібн. / За ред. В.О. Ковалю. – Житомир: ЖДТУ, 2008. – 448с.), розроблений викладачами кафедри.

Підбір завдань і планування занять відповідають діючим робочим навчальним планам для спеціальностей 121 “Інженерія програмного забезпечення”, 122 “Комп’ютерні науки”.

Лабораторна робота №1. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п. 1, 2 ст. 230, 234.
3. Розглянути наступні приклади (Практикум): № 30, 31, 33 ст. 236,237; № 41, 42, 46, 47 ст. 239, 240.
4. Виконати самостійно вправи (ст. 244): № 59, 64, 67, 72.
5. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п.3 (ст. 246).
6. Розглянути наступні приклади: № 88, 91, 93 ст. 247, 248.
7. Виконати самостійно вправи (ст. 254): №№: 111, 113, 119, 123.
8. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п.4 (ст. 255).
9. Розглянути наступні приклади: №131, 133, 136, 137 ст. 255-258.
10. Виконати самостійно вправи (ст. 259): №№: 142, 146.
11. Виконати Індивідуальне Завдання № 1 (ІЗ 1. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Обчислити інтеграли.

$$1.1. \int \frac{3+\sqrt[3]{x^2}-2x}{\sqrt{x}} dx.$$

$$1.2. \int \frac{2x^2+3\sqrt{x}-1}{2x} dx.$$

$$1.3. \int \frac{3\sqrt{x}+4x^2-5}{2x} dx.$$

$$1.4. \int \frac{2\sqrt{x}-x^2+3}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

$$1.5. \int \frac{\sqrt[4]{x}-2x+5}{x^2} dx.$$

$$1.6. \int \frac{2x^3-\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}} dx.$$

$$1.7. \int (\sqrt[3]{x}-\frac{2\sqrt[4]{x}}{x}+3)dx.$$

$$1.8. \int \frac{2x^3-\sqrt{x^5}+1}{\sqrt{x}} dx.$$

$$1.9. \int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx.$$

$$1.10. \int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{x^2} dx.$$

$$1.11. \int \frac{\sqrt[6]{x^5} - 5x^2 + 3}{x} dx.$$

$$1.12. \int (x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 1) dx.$$

$$1.13. \int (x^2 - \frac{\sqrt{x}}{x} - 3) dx.$$

$$1.14. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2x^5 + 3}{x} dx.$$

$$1.15. \int (\frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4) dx.$$

$$1.16. \int \frac{\sqrt{x^3} - 3x^4 + 2}{x} dx.$$

$$1.17. \int (2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x}) dx.$$

$$1.18. \int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx.$$

$$1.19. \int \frac{3x^2 - \sqrt{x^2} + 7}{x^2} dx.$$

$$1.20. \int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx.$$

$$1.21. \int (\sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4) dx.$$

$$1.22. \int \frac{\sqrt{x} - 2x^3 + 6}{x} dx.$$

$$1.23. \int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx.$$

$$1.24. \int (\sqrt{x} - \frac{3x^2}{\sqrt{x^3}} + 2) dx.$$

$$1.25. \int (\sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^5} + 2) dx.$$

$$1.26. \int \frac{\sqrt[7]{x^6} - 2x^2 + 3}{x} dx.$$

$$1.27. \int (\frac{\sqrt[3]{x}}{x} - \frac{2}{x^3} + 1) dx.$$

$$1.28. \int (\frac{2x^2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 6) dx.$$

$$1.29. \int (\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{7}{x^3} + 5) dx.$$

$$1.30. \int (\frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2) dx.$$

Завдання 2. Обчислити інтеграли.

$$2.1. \int \sqrt{3+xd} dx.$$

$$2.2. \int \sqrt[3]{1+xd} dx.$$

$$2.3. \int \sqrt[3]{(1+x)^2} dx .$$

$$2.4. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x}} .$$

$$2.5. \int \frac{dx}{\sqrt{(1-x)^3}} .$$

$$2.6. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2+x}} .$$

$$2.7. \int (1-4x)^7 dx .$$

$$2.8. \int (1+4x)^5 dx .$$

$$2.9. \int (1-3x)^4 dx .$$

$$2.10. \int \sqrt{1+3x} dx .$$

$$2.11. \int \sqrt{5-4x} dx .$$

$$2.12. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}} .$$

$$2.13. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}} .$$

$$2.14. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}} .$$

$$2.15. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2-5x}} .$$

$$2.16. \int \sqrt[5]{3-2x} dx .$$

$$2.17. \int \sqrt[4]{1+3x} dx .$$

$$2.18. \int \sqrt[3]{1+3x} dx .$$

$$2.19. \int \frac{dx}{\sqrt{(3-x)^5}} .$$

$$2.20. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{3+x}} .$$

$$2.21. \int \frac{dx}{(2+x)^3} .$$

$$2.22. \int \sqrt[3]{5-2x} dx .$$

$$2.23. \int \sqrt{5-4x} dx .$$

$$2.24. \int \sqrt[5]{(6-5x)^2} dx .$$

$$2.25. \int \sqrt[4]{2-5x} dx .$$

$$2.26. \int \sqrt[3]{4-2x} dx .$$

$$2.27. \int \sqrt{3-4x} dx .$$

$$2.28. \int \sqrt[5]{3+2x} dx .$$

$$2.29. \int \sqrt[4]{(3+5x)^3} dx .$$

$$2.30. \int \sqrt[3]{(2-x)^2} dx .$$

Завдання 3. Обчислити інтеграли.

3.1. $\int \frac{\sqrt{3}dx}{9x^2 - 3}$

3.2. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 + 3}}$

3.3. $\int \frac{dx}{9x^2 + 3}$

3.4. $\int \frac{9dx}{\sqrt{9x^2 - 3}}$

3.5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 9x^2}}$

3.6. $\int \frac{dx}{7x^2 - 4}$

3.7. $\int \frac{3dx}{\sqrt{7x^2 - 4}}$

3.8. $\int \frac{dx}{5x^2 + 3}$

3.9. $\int \frac{dx}{5x^2 - 3}$

3.10. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 5x^2}}$

3.11. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 + 3}}$

3.12. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 7x^2}}$

3.13. $\int \frac{\sqrt{5}dx}{\sqrt{3 - 4x^2}}$

3.14. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 9}}$

3.15. $\int \frac{dx}{2x^2 + 7}$

3.16. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 1}}$

3.17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5 - 4x^2}}$

3.18. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5 - 3x^2}}$

3.19. $\int \frac{3xdx}{4x^2 + 1}$

3.20. $\int \frac{4xdx}{\sqrt{3 - 4x^2}}$

3.21. $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 5x^2}}$

3.22. $\int \frac{dx}{2x^2 - 5}$

$$3.23. \int \frac{dx}{\sqrt{7x^2 - 3}}.$$

$$3.24. \int \frac{dx}{5x^2 + 2}.$$

$$3.25. \int \frac{dx}{2x^2 + 3}.$$

$$3.26. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 + 1}}.$$

$$3.27. \int \frac{dx}{2x^2 + 9}.$$

$$3.28. \int \frac{dx}{\sqrt{9 - 2x^2}}.$$

$$3.29. \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 + 2}}.$$

$$3.30. \int \frac{dx}{5x^2 - 4}.$$

Завдання 4. Обчислити інтеграли.

$$4.1. \int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt[3]{\ln^2(2x+1)}}.$$

$$4.2. \int \frac{\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}{x-1} dx.$$

$$4.3. \int \frac{dx}{(1-x)\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}.$$

$$4.4. \int \frac{dx}{(1-x)\sqrt{\ln^3(1-x)}}.$$

$$4.5. \int \frac{\ln^3(1-x)}{x-1} dx.$$

$$4.6. \int \frac{\sqrt{\ln(2x-1)}}{2x-1} dx.$$

$$4.7. \int \frac{\sqrt[3]{\ln(3x+1)}}{3x+1} dx.$$

$$4.8. \int \frac{dx}{(x+1)\ln^2(x+1)}.$$

$$4.9. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt[3]{\ln(x+1)}}.$$

$$4.10. \int \frac{dx}{(x+1)\ln^2(x+1)}.$$

$$4.11. \int \frac{\sqrt{\ln^5(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.12. \int \frac{\sqrt[7]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.13. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.14. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt[5]{\ln(x+1)}}.$$

$$4.15. \int \frac{dx}{(x+1)^5 \sqrt{\ln(x+1)}}.$$

$$4.16. \int \frac{dx}{(x+2) \sqrt{\ln(x+2)}}.$$

$$4.17. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.18. \int \frac{dx}{(x-3) \ln^4(x-3)}.$$

$$4.19. \int \frac{\sqrt{\ln^5(x+1)}}{x+1} dx.$$

$$4.20. \int \frac{\ln^3(x-5)}{x-5} dx.$$

$$4.21. \int \frac{dx}{(x+1)^3 \sqrt{\ln(x+1)}}.$$

$$4.22. \int \frac{dx}{(x-3) \ln^4(x-3)}.$$

$$4.23. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+3)}}{x+3} dx.$$

$$4.24. \int \frac{\sqrt[3]{\ln^4(x-5)}}{x-5} dx.$$

$$4.25. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+3)}}{x+3} dx.$$

$$4.26. \int \frac{\ln^5(x-8)}{x-8} dx.$$

$$4.27. \int \frac{\ln(3x+5)}{3x+5} dx.$$

$$4.28. \int \frac{dx}{(x-4) \ln^5(x-4)}.$$

$$4.29. \int \frac{\ln^6(x+9)}{x+9} dx.$$

$$4.30. \int \frac{\ln(3x+5)}{3x+5} dx.$$

Завдання 5. Обчислити інтеграли.

$$5.1. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^6 3x}}{1+9x^2} dx.$$

$$5.2. \int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$5.3. \int \frac{\arccos^2 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

$$5.4. \int \frac{\operatorname{arctg}^3 2x}{1+4x^2} dx.$$

$$5.5. \int \frac{\sqrt[3]{\arccos^2 x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$5.6. \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^3 x}.$$

$$5.7. \int \frac{\arccos^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx .$$

$$5.9. \int \frac{\arcsin^5 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx .$$

$$5.11. \int \frac{\arccos^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx .$$

$$5.13. \int \frac{\arccos 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx .$$

$$5.15. \int \frac{\arcsin^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx .$$

$$5.17. \int \frac{\sqrt[3]{\arctg 2x}}{1+4x^2} dx .$$

$$5.19. \int \frac{\sqrt{\arctg^3 x}}{1+x^2} dx .$$

$$5.21. \int \frac{dx}{(1+x^2)\arctg^5 x} .$$

$$5.23. \int \frac{\sqrt[3]{\arccos 2x}}{\sqrt{1-4x^2}} dx .$$

$$5.25. \int \frac{\arcsin^2 5x}{\sqrt{1-25x^2}} dx .$$

$$5.27. \int \frac{\arctg^8 3x}{1+9x^2} dx .$$

$$5.8. \int \frac{\sqrt[3]{\arctg^2 x}}{1+x^2} dx .$$

$$5.10. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^4 x} .$$

$$5.12. \int \frac{\arctg^7 3x}{1+9x^2} dx .$$

$$5.14. \int \frac{\arcsin^4 x}{\sqrt{1-x^2}} dx .$$

$$5.16. \int \frac{dx}{(1+x^2)\arctg^7 x} .$$

$$5.18. \int \frac{\arccos^6 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx .$$

$$5.20. \int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{\arctg x}} .$$

$$5.22. \int \frac{\arccos^7 x dx}{\sqrt{1-x^2}} .$$

$$5.24. \int \frac{\arctg^4 5x}{1+25x^2} dx .$$

$$5.26. \int \frac{dx}{\sqrt{1-25x^2} \arcsin 5x} .$$

$$5.28. \int \frac{\arccos^2 7x}{\sqrt{1-49x^2}} dx .$$

$$5.29. \int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{arctg}^3 x}}{1+x^2} dx.$$

$$5.30. \int \frac{\operatorname{arccotg}^4 8x}{1+64x^2} dx.$$

Завдання 6. Обчислити інтеграли.

$$6.1. \int \frac{dx}{4x^2 - 5x + 4}.$$

$$6.2. \int \frac{dx}{x^2 - 4x + 10}.$$

$$6.3. \int \frac{dx}{2x^2 - 7x + 1}.$$

$$6.4. \int \frac{dx}{2x^2 + x - 6}.$$

$$6.5. \int \frac{dx}{5x^2 + 2x + 7}.$$

$$6.6. \int \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}.$$

$$6.7. \int \frac{dx}{2x^2 - 11x + 2}.$$

$$6.8. \int \frac{dx}{2x^2 + x + 2}.$$

$$6.9. \int \frac{dx}{3x^2 - 12x + 3}.$$

$$6.10. \int \frac{dx}{2x^2 + 3x + 2}.$$

$$6.11. \int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}.$$

$$6.12. \int \frac{dx}{2x - 3 - 4x^2}.$$

$$6.13. \int \frac{dx}{3x^2 - 8x - 3}.$$

$$6.14. \int \frac{dx}{8 - 2x - x^2}.$$

$$6.15. \int \frac{dx}{5x - x^2 - 6}.$$

$$6.16. \int \frac{dx}{\sqrt{4 + 8x - x^2}}.$$

$$6.17. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 - 4x + 1}}.$$

$$6.18. \int \frac{dx}{\sqrt{2 - 3x - 2x^2}}.$$

$$6.19. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 8}}.$$

$$6.20. \int \frac{dx}{\sqrt{2 + 8x - 2x^2}}.$$

$$6.21. \int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - 2x^2}}.$$

$$6.22. \int \frac{dx}{2 - 2x - 3x^2}.$$

$$6.23. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x-x^2}} .$$

$$6.24. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2-10x+4}} .$$

$$6.25. \int \frac{dx}{\sqrt{2x+3-x^2}} .$$

$$6.26. \int \frac{dx}{4x^2-8x+3} .$$

$$6.27. \int \frac{dx}{\sqrt{1+2x-x^2}} .$$

$$6.28. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-x+4}} .$$

$$6.29. \int \frac{dx}{\sqrt{2+4x-3x^2}} .$$

$$6.30. \int \frac{dx}{4x^2+2x+4} .$$

Завдання 7. Обчислити інтеграли.

$$7.1. \int (x-7) \cos 2x dx .$$

$$7.2. \int (x-4) \sin 2x dx .$$

$$7.3. \int (x-5) \cos x dx .$$

$$7.4. \int (x-4) \cos 2x dx .$$

$$7.5. \int (x+8) \sin 3x dx .$$

$$7.6. \int (x+2) \sin \frac{x}{2} dx .$$

$$7.7. \int (x+4) \cos \frac{x}{2} dx .$$

$$7.8. \int (x-9) \sin \frac{x}{2} dx .$$

$$7.9. \int \ln(x-5) dx .$$

$$7.10. \int \operatorname{arctg} 2x dx .$$

$$7.11. \int x^2 e^{-x} dx .$$

$$7.12. \int \operatorname{arctg} 4x dx .$$

$$7.13. \int \arcsin 5x dx .$$

$$7.14. \int x \operatorname{arctg} x dx .$$

$$7.15. \int x^2 e^{3x} dx .$$

$$7.16. \int x \cos(x+4) dx .$$

$$7.17. \int \arcsin 2x dx .$$

$$7.18. \int (x^2-3)e^x dx .$$

$$7.19. \int x e^{-4x} dx .$$

$$7.20. \int \arcsin 3x dx .$$

$$7.21. \int x \sin(x-2) dx .$$

$$7.22. \int x \cos(x+4) dx .$$

$$7.23. \int x \sin(x-5) dx .$$

$$7.24. \int x \cos(x+6) dx .$$

$$7.25. \int \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx .$$

$$7.26. \int \ln(x+8) dx .$$

$$7.27. \int \ln(2x-1) dx .$$

$$7.28. \int \arccos \frac{x}{5} dx .$$

$$7.29. \int \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx .$$

$$7.30. \int \arccos \frac{x}{3} dx .$$

Лабораторна робота №2. Невизначений інтеграл. Інтегрування окремих класів елементарних функцій

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п. 5 ст. 260.
3. Розглянути наступні приклади (Практикум): № 151-158 ст. 260-265.
4. Виконати самостійно вправи (ст. 267): № 161, 163, 165, 166, 168.
5. Виконати Індивідуальне Завдання № 2 (ІЗ 2. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Обчислити інтеграли.

$$1.1. \int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} dx .$$

$$1.2. \int \frac{x+6}{3x^2+x+1} dx .$$

$$1.3. \int \frac{2x-1}{3x^2-2x+6} dx .$$

$$1.4. \int \frac{x dx}{2x^2+x+5} dx .$$

$$1.5. \int \frac{x+5}{x^2+x-2} dx .$$

$$1.6. \int \frac{3x-2}{5x^2-3x+2} dx .$$

$$1.7. \int \frac{x+4}{2x^2-6x-8} dx .$$

$$1.8. \int \frac{x+4}{2x^2-7x+1} dx .$$

$$1.9. \int \frac{5x-2}{2x^2-5x+2} dx .$$

$$1.10. \int \frac{4x-1}{4x^2-4x+5} dx .$$

$$1.11. \int \frac{x+1}{2x^2+x+1} dx .$$

$$1.12. \int \frac{x+1}{3x^2-2x-3} dx .$$

$$1.13. \int \frac{4x+8}{4x^2+6x-13} dx .$$

$$1.14. \int \frac{5x+1}{x^2-4x+1} dx .$$

$$1.15. \int \frac{xdx}{2x^2 + 2x + 5} dx .$$

$$1.16. \int \frac{2x-13}{\sqrt{3x^2 - 3x - 16}} dx .$$

$$1.17. \int \frac{x-3}{\sqrt{2x^2 - 4x - 1}} dx .$$

$$1.18. \int \frac{x-1}{\sqrt{3x^2 - x + 5}} dx .$$

$$1.19. \int \frac{2x+1}{\sqrt{1+x-3x^2}} dx .$$

$$1.20. \int \frac{2x+5}{\sqrt{4x^2 + 8x + 9}} dx .$$

$$1.21. \int \frac{2x-10}{\sqrt{1+x-x^2}} dx .$$

$$1.22. \int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x+x^2}} dx .$$

$$1.23. \int \frac{3x+4}{\sqrt{x^2 + 6x + 13}} dx .$$

$$1.24. \int \frac{3x-1}{\sqrt{2x^2 - 5x + 1}} dx .$$

$$1.25. \int \frac{5x+2}{\sqrt{x^2 + 3x - 4}} dx .$$

$$1.26. \int \frac{x-4}{\sqrt{2x^2 - x + 7}} dx .$$

$$1.27. \int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2 - 3x + 4}} dx .$$

$$1.28. \int \frac{4x+1}{\sqrt{2+x-x^2}} dx .$$

$$1.29. \int \frac{5x-3}{\sqrt{2x^2 + 4x - 5}} dx .$$

$$1.30. \int \frac{3x+2}{\sqrt{4+2x-x^2}} dx .$$

Завдання 2. Обчислити інтеграли.

$$2.1. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx .$$

$$2.2. \int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx .$$

$$2.3. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx .$$

$$2.4. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx .$$

$$2.5. \int \sqrt{4-x^2} dx .$$

$$2.6. \int \frac{\sqrt{x^2+9}}{x} dx .$$

$$2.7. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx.$$

$$2.8. \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx.$$

$$2.9. \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}.$$

$$2.10. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^4} dx.$$

$$2.11. \int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

$$2.12. \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^5}}.$$

$$2.13. \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx.$$

$$2.14. \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}.$$

$$2.15. \int x^3 \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$2.16. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{(x^2-1)^3}}.$$

$$2.17. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-1}}.$$

$$2.18. \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx.$$

$$2.19. \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2-1}}.$$

$$2.20. \int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^4} dx.$$

$$2.21. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+9}}.$$

$$2.22. \int x^2 \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$2.23. \int x^3 \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$2.24. \int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^4} dx.$$

$$2.25. \int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}}.$$

$$2.26. \int \frac{\sqrt{x^2+9}}{x^4} dx.$$

$$2.27. \int \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}} dx.$$

$$2.28. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}.$$

$$2.29. \int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx.$$

$$2.30. \int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2} dx.$$

Завдання 3. Обчислити інтеграли.

$$3.1. \int \frac{3x^2 + 20x + 9}{(x^2 + 4x + 3)(x + 5)} dx.$$

$$3.2. \int \frac{43x - 67}{(x - 1)(x^2 - x - 12)} dx.$$

$$3.3. \int \frac{8x dx}{(x^2 + 6x + 5)(x + 3)}.$$

$$3.4. \int \frac{6x^2 + 6x - 6}{(x + 1)(x^2 + x - 2)} dx.$$

$$3.5. \int \frac{37x - 85}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx.$$

$$3.6. \int \frac{3x^2 + 3x - 24}{(x^2 - x - 2)(x - 3)} dx.$$

$$3.7. \int \frac{3x^2 - 15}{(x - 1)(x^2 + 5x + 6)} dx.$$

$$3.8. \int \frac{x^2 - 19x + 6}{(x - 1)(x^2 + 5x + 6)} dx.$$

$$3.9. \int \frac{4x^2 + 32x + 52}{(x^2 + 6x + 5)(x + 3)} dx.$$

$$3.10. \int \frac{6x dx}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$3.11. \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx.$$

$$3.12. \int \frac{6x^2}{(x - 1)(x^2 + 3x + 2)} dx.$$

$$3.13. \int \frac{6x^4}{(x^2 - 1)(x + 2)} dx.$$

$$3.14. \int \frac{x^2 + x + 2}{x^3 + x^2} dx.$$

$$3.15. \int \frac{2x^2 + 12x - 6}{(x + 1)(x^2 + 8x + 15)} dx.$$

$$3.16. \int \frac{6x - 2x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx.$$

$$3.17. \int \frac{3x^2 - 17x + 2}{(x - 1)(x^2 + 5x + 6)} dx.$$

$$3.18. \int \frac{4x^2}{(x^2 - 2x + 1)(x + 1)} dx.$$

$$3.19. \int \frac{2x^2 - 2x - 1}{x^2 - x^3} dx.$$

$$3.20. \int \frac{2x^2 - 5x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx.$$

$$3.21. \int \frac{3x - x^2 - 2}{x(x+1)^2} dx.$$

$$3.22. \int \frac{x^3 - 3}{(x-1)(x^2 - 1)} dx.$$

$$3.23. \int \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + 2x^2 + x} dx.$$

$$3.24. \int \frac{4x dx}{(x^2 - 1)(x+1)}.$$

$$3.25. \int \frac{7x^2 - 17x}{(x-2)(x^2 - 2x - 3)} dx.$$

$$3.26. \int \frac{3x^2 + 2}{x(x+1)^2} dx.$$

$$3.27. \int \frac{x+5}{x^3 - x^2 - x+1} dx.$$

$$3.28. \int \frac{3x^2 - 7x + 2}{(x^2 - x)(x-1)} dx.$$

$$3.29. \int \frac{2x^2 - 26}{(x^2 + 4x + 3)(x+5)} dx.$$

$$3.30. \int \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx.$$

Завдання 4. Обчислити інтеграли.

$$4.1. \int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+3}}.$$

$$4.2. \int \frac{xdx}{\sqrt{x+3}}.$$

$$4.3. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-3}}.$$

$$4.4. \int \frac{xdx}{2 + \sqrt{x+4}}.$$

$$4.5. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+1}}.$$

$$4.6. \int \frac{x+1}{x\sqrt{x+2}} dx.$$

$$4.7. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+4}}.$$

$$4.8. \int \frac{\sqrt{x+2}}{x-3} dx.$$

$$4.9. \int \frac{dx}{\sqrt{x+3}}.$$

$$4.10. \int \frac{dx}{\sqrt{x(x+3)}}.$$

$$4.11. \int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}} dx.$$

$$4.12. \int \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}.$$

$$4.13. \int \frac{\sqrt{x} dx}{x-1}.$$

$$4.14. \int \frac{dx}{3 + \sqrt{x+5}}.$$

4.15. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-1}}$.

4.16. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-7}}$.

4.17. $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx$.

4.18. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-7}}$.

4.19. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-4}}$.

4.20. $\int \frac{\sqrt{x+4}}{x} dx$.

4.21. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+2}}$.

4.22. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+10}$.

4.23. $\int \frac{dx}{\sqrt{x(x-1)}}$.

4.24. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-2}}$.

4.25. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-2}}$.

4.26. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-2}}$.

4.27. $\int \frac{x-1}{x\sqrt{x-2}} dx$.

4.28. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+6}}$.

4.29. $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x-6}}$.

4.30. $\int \frac{dx}{2+\sqrt{x-8}}$.

Завдання 5. Обчислити інтеграли.

5.1. $\int \frac{dx}{5+2\sin x+3\cos x}$.

5.2. $\int \frac{dx}{5-4\sin x+2\cos x}$.

5.3. $\int \frac{3\sin x-2\cos x}{1+\cos x} dx$.

5.4. $\int \frac{dx}{5+3\cos x-5\sin x}$.

5.5. $\int \frac{dx}{5\cos x+10\sin x}$.

5.6. $\int \frac{dx}{3+2\cos x-\sin x}$.

5.7. $\int \frac{dx}{5-3\cos x}$.

5.8. $\int \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}$.

- 5.9. $\int \frac{dx}{3+5\cos x}$.
- 5.10. $\int \frac{dx}{2\sin x+3\cos x+3}$.
- 5.11. $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$.
- 5.12. $\int \frac{dx}{8+4\cos x}$.
- 5.13. $\int \frac{dx}{3\sin x-4\cos x}$.
- 5.14. $\int \frac{dx}{7\sin x-3\cos x}$.
- 5.15. $\int \frac{dx}{2+4\sin x+3\cos x}$.
- 5.16. $\int \frac{dx}{4\cos x+3\sin x}$.
- 5.17. $\int \frac{2-\sin x+3\cos x}{1+\cos x} dx$.
- 5.18. $\int \frac{dx}{5+\sin x+3\cos x}$.
- 5.19. $\int \frac{dx}{4\sin x+3\cos x+5}$.
- 5.20. $\int \frac{7+6\sin x-5\cos x}{1+\cos x} dx$.
- 5.21. $\int \frac{dx}{3+\cos x+\sin x}$.
- 5.22. $\int \frac{6\sin x+\cos x}{1+\cos x} dx$.
- 5.23. $\int \frac{dx}{3\cos x-4\sin x}$.
- 5.24. $\int \frac{dx}{5+3\cos x}$.
- 5.25. $\int \frac{dx}{4\sin x-6\cos x}$.
- 5.26. $\int \frac{dx}{3+5\sin x+3\cos x}$.
- 5.27. $\int \frac{dx}{\cos x-3\sin x}$.
- 5.28. $\int \frac{dx}{4-4\sin x+3\cos x}$.
- 5.29. $\int \frac{dx}{3\sin x-\cos x}$.
- 5.30. $\int \frac{dx}{2-3\cos x+\sin x}$.

Лабораторна робота №3. Визначений інтеграл

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за конспектом
2. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 7. п. 1-3 ст. 269-273
3. Розглянути наступні приклади (Практикум): № 1, 6, 11,13, 23, 25 ст. 269-276
4. Виконати самостійно вправи: № 7, 8 ст.271; № 18, 20 ст. 275; № 28, 31 ст. 278
5. Виконати Індивідуальне Завдання № 3 (ІЗ 3. Номер варіанта – номер за списком групи)

Завдання 1. Обчислити інтеграл за формулою Ньютона-Лейбніца.

Завдання 2. Обчислити інтеграл, використовуючи відповідну заміну змінної.

Завдання 3. Обчислити інтеграл за формулою інтегрування частинами.

Варіант 1

$$1.1. \int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{4 dx}{x^2 + 5} \quad 2.1. \int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt{1+x^2} dx \quad 3.1. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (x-7) \cos 2x dx .$$

Варіант 2

$$1.2. \int_{-3}^0 \frac{3 dx}{\sqrt{25+5x}} \quad 2.2. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6+1}} \quad 3.2. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \arccos \frac{x}{3} dx .$$

Варіант 3

$$1.3. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{7 dx}{4 \sin^2 3x} \quad 2.3. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^3 + 2} \quad 3.3. \int_1^2 (3x+5) e^{3x} dx .$$

Варіант 4

$$1.4. \int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}} \quad 2.4. \int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx \quad 3.4. \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} (x-4) \cos 2x dx .$$

Вариант 5

1.5. $\int_{-\pi}^{\pi} 3 \sin \frac{x}{2} dx$ 2.5. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$. 3.5. $\int_0^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} 2x dx$.

Вариант 6

1.6. $\int_3^8 6\sqrt{x+1} dx$ 2.6. $\int_0^1 \frac{3x dx}{x^2 + 1}$. 3.6. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (x+2) \sin \frac{x}{2} dx$.

Вариант 7

1.7. $\int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{6}} 12 \operatorname{ctg} 3x dx$ 2.7. $\int_0^{-3} \frac{4x dx}{\sqrt{25+3x^2}}$. 3.7. $\int_6^7 \ln(x-5) dx$.

Вариант 8

1.8. $\int_0^1 \frac{2 dx}{\sqrt{4-3x}}$ 2.8. $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4+4}}$. 3.8. $\int_0^2 (4x-9)3^x dx$.

Вариант 9

1.9. $\int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2-9}$ 2.9. $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx$. 3.9. $\int_0^{\pi} (3x+4) \cos \frac{x}{2} dx$.

Вариант 10

1.10. $\int_1^e \left(3 + \frac{2}{x}\right) dx$ 2.10. $\int_0^1 \frac{x^3}{x^8+1} dx$. 3.10. $\int_1^e x^3 \ln x dx$.

Вариант 11

1.11. $\int_1^2 \frac{3 dx}{2\sqrt{x^2+16}}$ 2.11. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{1 - \cos x}$. 3.11. $\int_{-1}^2 (2x-5)e^{-x} dx$.

Вариант 12

1.12. $\int_0^{\frac{5}{2}} \frac{7 dx}{\sqrt{8-x^2}}$ 2.12. $\int_2^5 \frac{(x-2) dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$. 3.12. $\int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{9}} 6 \operatorname{arctg} 3x dx$.

Вариант 13

1.13. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{3 \cos^2 5x}$ 2.13. $\int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx$. 3.13. $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{2}} (x+3) \sin 2x dx$.

Варіант 14

$$1.14. \int_3^5 \frac{5 dx}{3-x^2} \quad 2.14. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cos x dx \quad 3.14. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} 4x \operatorname{arctg} x dx .$$

Варіант 15

$$1.15. \int_{-\pi}^{\pi} \left(2x + \cos \frac{x}{3} \right) dx \quad 2.15. \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx \quad 3.15. \int_1^3 (5x+2) \ln x dx .$$

Варіант 16

$$1.16. \int_0^7 \sqrt[3]{x+1} dx \quad 2.16. \int_0^{1/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad 3.16. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (3x+4) \cos x dx .$$

Варіант 17

$$1.17. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (3x - 2 \operatorname{tg} x) dx \quad 2.17. \int_0^1 3x^2 e^{x^3} dx \quad 3.17. \int_0^1 \arccos x dx .$$

Варіант 18

$$1.18. \int_{-2}^2 \frac{4 dx}{11+x^2} \quad 2.18. \int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad 3.18. \int_0^1 (2x-3) e^x dx .$$

Варіант 19

$$1.19. \int_{-1}^0 (4 + \sqrt[3]{x^2}) dx \quad 2.19. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^6} \quad 3.19. \int_{\frac{1}{2}}^1 (6x+7) e^{2x} dx .$$

Варіант 20

$$1.20. \int_1^3 \left(4 + \frac{2}{x^2} \right) dx \quad 2.20. \int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx \quad 3.20. \int_1^4 \sqrt{x} \ln x dx .$$

Варіант 21

$$1.21. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 dx}{5 \cos^2 x} \quad 2.21. \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}} \quad 3.21. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (3x-2) \sin x dx .$$

Варіант 22

$$1.22. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{3x-2}} \quad 2.22. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} x \sqrt{x^2+1} dx \quad 3.22. \int_1^3 (2x+5) e^x dx .$$

Варіант 23

$$1.23. \int_0^1 (3x^2 - 2^x) dx \quad 2.23. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{4-3x^2}}. \quad 3.23. \int_2^4 x \ln(x-1) dx.$$

Варіант 24

$$1.24. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} \quad 2.24. \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{12 \operatorname{ctg} 3x}{\sin^2 3x} dx. \quad 3.24. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \cos x dx.$$

Варіант 25

$$1.25. \int_0^1 (3e^x - 2\sqrt{7x}) dx \quad 2.25. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^3 x dx. \quad 3.25. \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arccotg} x dx.$$

Варіант 26

$$1.26. \int_1^2 (4x+9)^3 dx \quad 2.26. \int_1^{\sqrt{2}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}. \quad 3.26. \int_{-7}^1 \ln(x+8) dx.$$

Варіант 27

$$1.27. \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{8}} (4x - 3 \operatorname{tg} 2x) dx \quad 2.27. \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx. \quad 3.27. \int_1^2 \ln(2x-1) dx.$$

Варіант 28

$$1.28. \int_0^{\frac{\pi}{6}} (4x + 3 \cos 5x) dx \quad 2.28. \int_{-1}^0 \frac{2x^2 dx}{4x^3 - 9}. \quad 3.28. \int_{1/2}^1 \arccos x dx.$$

Варіант 29

$$1.29. \int_1^2 \frac{6 dx}{x^2 - 9} \quad 2.29. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x dx. \quad 3.29. \int_0^3 (x-5) 2^x dx.$$

Варіант 30

$$1.30. \int_1^2 \left(3x + \frac{4}{x^3} \right) dx \quad 2.30. \int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \frac{x dx}{\cos^2(x^2)}. \quad 3.30. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (x-4) \sin x dx.$$

Лабораторна робота №4. Застосування визначеного інтеграла

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п. 5.1 ст. 289.
3. Розглянути наступні приклади (Практикум): № 71, 73, 75, 80, 82 ст. 291-299.
4. Виконати самостійно вправи (ст. 299): № 83, 85, 90, 92, 94.
5. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п.5.2 (ст. 300).
6. Розглянути наступні приклади: № 96, 97, 98, 100 ст. 301-303.
7. Виконати самостійно вправи (ст. 304): №№: 104, 106, 107.
8. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п.5.3 (ст. 305).
9. Розглянути наступні приклади: № 109, 111 ст. 306-307.
10. Виконати самостійно вправи (ст. 308): №№: 115, 118.
11. Виконати Індивідуальне Завдання № 4 (ІЗ 4. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Обчислити площу фігури, обмеженої заданими лініями.

1.1. $y = x^2 - 2x + 4, y = 3x - 2$. **1.2.** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = 0, x = 1, x = 2$.

1.3. $y = x^2 - 3x + 2, y = x + 2$. **1.4.** $y = x^2 - 2, y = 3x + 2$.

1.5. $y = x^2, y = 3 - x$. **1.6.** $y = x^2 + 1, y = x - 1, x = 0, x = 3$.

1.7. $y = \frac{1}{1+x^2}, y = x, x = 0, x = 2$. **1.8.** $y = \sqrt{x}, y = x^3$.

1.9. $y = 2x^2, y = x + 6$ **1.10.** $y = e^x, y = x, x = -1, x = 1$.

1.11. $y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x$. **1.12.** $y = \frac{1}{1+x^2}, y = \frac{x^2}{2}$.

1.13. $y = \frac{1}{3+x^2}, y = \frac{x^2}{4}$. **1.14.** $y = \sqrt{4-x^2}, y = 0, x = 0, x = 1$.

1.15. $y = 2\sqrt{x}, y = 2x^2$. **1.16.** $y = 3^x, y = 0, x = 1, x = 2$.

- 1.17.** $y^2 = 9x, y = 3x$. **1.18.** $y = 6x - x^2 + 3, y = x^2 + 3$.
1.19. $x = \sqrt{4 - y^2}, x = 0, y = 0, y = 1$. **1.20.** $y^2 = 4x, x^2 = 4y$.
1.21. $y = 3x^2 - 1, y = 4x + 3$. **1.22.** $y = 2x - x^2, y = 0, x = 0, x = 3$.
1.23. $y = -2x^2 + 1, y = -2x - 3$. **1.24.** $y = (x - 1)^2, y^2 = x - 1$.
1.25. $y = x^3, y = 1, x = 0$. **1.26.** $y = x + 1, y = \cos x, y = 0$.
1.27. $xy = 6, x + y - 7 = 0$. **1.28.** $x^2 = 4y, y = \frac{8}{x^2 + 4}$.
1.29. $y = x^2, y = 2 - x^2$. **1.30.** $y = \sqrt[3]{x} + 2, y = \frac{1}{2}x + 2$.

Завдання 2. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням фігури Φ навколо вказаної осі координат.

- 2.1.** $\Phi: y^2 = 4 - x, x = 0, Oy$.
2.2. $\Phi: y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{2}, Ox$.
2.3. $\Phi: y^2 = 9x, y = -x, Oy$.
2.4. $\Phi: y^2 = 2x, x = \frac{3}{2}, Ox$.
2.5. $\Phi: y = x^3, y = 0, x = 2, Oy$.
2.6. $\Phi: y = 2x - x^2, y = 2 - x, Ox$.
2.7. $\Phi: y = 4x - x^2, y = x, Ox$.
2.8. $\Phi: y^2 = x, x^2 = y, Ox$.
2.9. $\Phi: y^2 + x - 4 = 0, x = 0, Ox$.
2.10. $\Phi: y = x^2, 8x = y^2, Oy$.
2.11. $\Phi: y^2 = 4x, x^2 = 4y, Ox$.
2.12. $\Phi: y = 2 - x, x^2 + y^2 = 4, Ox$.
2.13. $\Phi: y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \pi, Ox$.
2.14. $\Phi: y = e^x, x = 0, y = 0, x = 1, Ox$.
2.15. $\Phi: y^2 = \frac{4}{3}x, x = 3, Ox$.
2.16. $\Phi: y = 2x - x^2, y = 0, Ox$.

- 2.17. $\Phi: y = \frac{x^3}{3}, x = -2, x = 2, Ox.$
- 2.18. $\Phi: xy = 4, y = 1, y = 2, x = 0, Ox.$
- 2.19. $\Phi: y = \frac{x^2}{4} - 1, y = 0, Ox.$
- 2.20. $\Phi: y^2 = x, y = \frac{x}{2}, Ox.$
- 2.21. $\Phi: xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox.$
- 2.22. $\Phi: y^2 = \frac{3}{2}x, x^2 + y^2 = 1, Ox.$
- 2.23. $\Phi: y = 2 - x^2, y = x^2, Ox.$
- 2.24. $\Phi: y = 8 - x^2, y = x^2, Ox.$
- 2.25. $\Phi: y = \operatorname{tg}x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}, Ox.$
- 2.26. $\Phi: y = x^3, x = 0, y = 8, Oy.$
- 2.27. $\Phi: y = 2^x, y = 4^x, x = 1, Ox.$
- 2.28. $\Phi: 2y = x^2, 2x + 2y - 3 = 0, Ox.$
- 2.29. $\Phi: y = x - x^2, y = 0, Ox.$
- 2.30. $\Phi: y = 2 - \frac{x^2}{2}, x + y = 2, Oy.$

Лабораторна робота №5. Невласні інтеграли

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п. 4.1 ст. 279.
3. Розглянути наступні приклади (Практикум): № 33, 34, 35, 37, 38 ст. 279, 280.
4. Виконати самостійно вправи (ст. 244): № 44, 48, 49, 50, 53.
5. Опрацювати теоретичний матеріал з "Практикуму з математики": Розділ 6. п.4.2 (ст. 284).
6. Розглянути наступні приклади: № 54, 56, 60, 61 ст. 285-288.
7. Виконати самостійно вправи (ст. 288): №№: 62, 64, 65, 68, 69.
8. Виконати Індивідуальне Завдання № 5 (ІЗ 5. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання. Обчислити невластний інтеграл або встановити його розбіжність.

Варіант 1

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}, \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx.$$

Варіант 2

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} \frac{\arctg 2x}{\pi(1+4x^2)} dx, \quad \text{б) } \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}.$$

Варіант 3

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4 + 1}}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{e^x}{x^2} dx.$$

Варіант 4

$$\text{а) } \int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}, \quad \text{б) } \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^5}}.$$

Варіант 5

$$\text{а) } \int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}, \quad \text{б) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt[7]{\cos^2 x}} dx.$$

Варіант 6

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}, \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{4}}^1 \frac{dx}{20x^2-9x+1}.$$

Варіант 7

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx, \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{(1-x)\ln^2(1-x)}.$$

Варіант 8

$$\text{a) } \int_4^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^2-4x+1}}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{2}{3}} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx.$$

Варіант 9

$$\text{a) } \int_{-\infty}^{-1} \frac{7dx}{x^2-4x}, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{x dx}{1-x^2}.$$

Варіант 10

$$\text{a) } \int_{-1}^{+\infty} \frac{x dx}{x^2+4x+5}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1-\sin 3x)^5}} dx.$$

Варіант 11

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{5 \operatorname{arctg} 2x}{3(1+4x^2)} dx, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

Варіант 12

$$\text{a) } \int_{\frac{1}{3}}^{+\infty} \frac{dx}{(1+9x^2)\operatorname{arctg}^2 3x}, \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}.$$

Варіант 13

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{4x^2+4x+5}, \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}.$$

Варіант 14

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx.$$

Вариант 15

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}.$$

Вариант 16

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{(2x-1)^2}.$$

Вариант 17

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}, \quad \text{б) } \int_0^1 x \ln x dx.$$

Вариант 18

$$\text{a) } \int_{-\infty}^{-3} \frac{x dx}{(x^2+1)^2}, \quad \text{б) } \int_{-\frac{3}{4}}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}.$$

Вариант 19

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{3 dx}{x(1+\ln^2 x)}, \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}.$$

Вариант 20

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x \sin x dx, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{9x^2-9x+2}.$$

Вариант 21

$$\text{a) } \int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2-4x}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt{\cos x}}.$$

Вариант 22

$$\text{a) } \int_{1/\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2) \arctg^3 x}, \quad \text{б) } \int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}.$$

Вариант 23

$$\text{a) } \int_{-\infty}^0 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}, \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}.$$

Варіант 24

$$\text{a) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2x)}, \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{64 - x^6}}.$$

Варіант 25

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx, \quad \text{б) } \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1 - 2x}}.$$

Варіант 26

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} x \cos x dx, \quad \text{б) } \int_2^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 - 4}}.$$

Варіант 27

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}, \quad \text{б) } \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{\sqrt{3x - x^2 - 2}}.$$

Варіант 28

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{16x^4 + 1}, \quad \text{б) } \int_0^4 \frac{3x dx}{\sqrt[4]{(16 - x^2)^3}}.$$

Варіант 29

$$\text{a) } \int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x - 1)^2}, \quad \text{б) } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1 - 4x}}.$$

Варіант 30

$$\text{a) } \int_3^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}, \quad \text{б) } \int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 - 1}}.$$

Контрольна робота № 1. Інтегральне числення функцій однієї змінної

Зразок завдань контрольної роботи № 1

Час виконання – 1 год 20 хв

1. $\int (\sqrt{x} - 4)(3x + 1) dx$

2. $\int \frac{7x^2 + x + 24}{(x + 1)(x^2 + 9)} dx$

3. $\int \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 4x - 4}} dx$

4. $\int \sin^4 2x dx$

5. $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2}$

6. $\int_{-\pi}^0 (2x + \pi) \cos 2x dx$

Лабораторна робота №6. Диференціальні рівняння першого порядку: з відокремлюваними змінними та однорідні

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 9. Пункти 1-3 (ст. 366-373).
3. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №1 ст.367; №№8-13 ст, 369-372; №№20-25 ст. 374-378.
4. Розв'язати самостійно вправи: №№4,6 ст. 368; №№ 14, 16, 17,19 ст. 372; №№ 26, 28, 30, 31 ст. 378.
5. Виконати Індивідуальне Завдання №6 (ІЗ 6. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Знайти загальний інтеграл диференціального рівняння з відокремлюваними змінними.

Завдання 2. Знайти загальний розв'язок однорідного диференціального рівняння.

Варіант 1

1.1. $4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx$.

2.1. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$.

Варіант 2

1.2. $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$.

2.2. $xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}$.

Варіант 3

1.3. $\sqrt{4+y^2} dx - ydy = x^2 ydy$.

2.3. $y' = \frac{x+y}{x-y}$.

Варіант 4

1.4. $\sqrt{3+y^2} dx - ydy = x^2 ydy$.

2.4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y$.

Варіант 5

1.5. $6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$.

2.5. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3$.

Варіант 7

1.7. $x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{2+x^2} dy = 0$.

2.7. $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$.

Варіант 9

1.9. $20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx$

2.9. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4$.

Варіант 11

1.11. $x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0$.

2.11. $y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}$.

Варіант 13

1.13. $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$.

2.13. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6$.

Варіант 15

1.15. $x\sqrt{4+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0$.

2.15. $y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}$.

Варіант 6

1.6. $y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$.

2.6. $xy' = \frac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}$.

Варіант 8

1.8. $(e^{2x} + 5) dy + ye^{2x} dx = 0$.

2.8. $xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y$.

Варіант 10

1.10. $y(4 + e^x) dy - e^x dx = 0$.

2.10. $xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}$.

Варіант 12

1.12. $\sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0$.

2.12. $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$.

Варіант 14

1.14. $(e^x + 8) dy - ye^x dx = 0$.

2.14. $xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}$.

Варіант 16

1.16. $\sqrt{5+y^2} + y'y\sqrt{1-x^2} = 0$.

2.16. $xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$.

Варіант 17

1.17. $6xdx - ydy = yx^2dy - 3xy^2dx$.

2.17. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8$.

Варіант 19

1.19. $(1 + e^x)y' = ye^x$.

2.19. $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}$.

Варіант 21

1.21. $6xdx - 2ydy = 2yx^2dy - 3xy^2dx$.

2.21. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12$.

Варіант 23

1.23. $(3 + e^x)yy' = e^x$.

2.23. $y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}$.

Варіант 25

1.25. $xdx - ydy = yx^2dy - xy^2dx$.

2.25. $4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5$.

Варіант 27

1.27. $\sqrt{5 + y^2}dx + 4(x^2y + y)dy = 0$.

2.27. $y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}$.

Варіант 29

1.29. $3(x^2y + y)dy + \sqrt{2 + y^2}dx = 0$.

2.29. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10$.

Варіант 18

1.18. $y \ln y + xy' = 0$.

2.18. $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}$.

Варіант 20

1.20. $\sqrt{1 - x^2}y' + xy^2 + x = 0$.

2.20. $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y$.

Варіант 22

1.22. $y(1 + \ln y) + xy' = 0$.

2.22. $xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}$.

Варіант 24

1.24. $\sqrt{3 + y^2} + \sqrt{1 - x^2}yy' = 0$.

2.24. $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$.

Варіант 26

1.26. $(1 + e^x)yy' = e^x$.

2.26. $xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}$.

Варіант 28

1.28. $2x + 2xy^2 + \sqrt{2 - x^2}y' = 0$.

2.28. $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$.

Варіант 30

1.30. $2xdx - ydy = yx^2dy - xy^2dx$.

2.30. $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y$.

Лабораторна робота №7. Диференціальні рівняння першого порядку: лінійні та Бернуллі

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 9. Пункти 4-5 (ст. 378-384)
3. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№32-35, 37 ст, 379-383; №№44,45 ст. 385
4. Розв'язати самостійно вправи: №№38-40, 42-43 ст. 384; №№46-48 ст. 386
5. Виконати Індивідуальне Завдання №7 (ІЗ 7. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Знайти розв'язок задачі Коші лінійного диференціального рівняння.

Завдання 2. Визначити тип диференціального рівняння першого порядку та розв'язати його, **якщо** воно є лінійним рівнянням або рівнянням Бернуллі.

Завдання 3. Визначити тип диференціального рівняння першого порядку та розв'язати його, **якщо** воно є лінійним рівнянням або рівнянням Бернуллі.

Варіант 1

1.1. $y' - y/x = x^2$, $y(1) = 0$.

2.1. $xy' = 1 + y^2$.

3.1. $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$.

Варіант 3

1.3. $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$, $y(0) = 0$.

2.3. $y' = \frac{x^2 y + y}{\sqrt{4 + y^2}}$.

3.3. $y' + \frac{2}{x} y = x^3$.

Варіант 2

1.2. $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$, $y(\pi/2) = 0$

2.2. $\sqrt{1-x^2} y' + xy^2 + x = 0$.

3.2. $xy' = y + x \cos^2 \frac{y}{x}$.

Варіант 4

1.4. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$, $y(\pi/4) = 1/2$

2.4. $x + xy + y'(y + xy) = 0$,

3.4. $y' + \frac{y}{x} = \sin x$.

Вариант 5

1.5. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x$, $y(-1) = 3/2$.

2.5. $(y - x^2 y)' y' = 4x - 5xy^2$.

3.5. $y' - \text{yctg } x = 2x \sin x$.

Вариант 7

1.7. $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

2.7. $y' \text{tg} x = y$.

3.7. $xy' = y + 2x \text{tg} \frac{3y}{x}$.

Вариант 9

1.9. $y' + \frac{y}{2x} = x^2$, $y(1) = 1$.

2.9. $e^{2x} (2y - 1) y' = y$.

3.9. $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$.

Вариант 11

1.11. $y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5$, $y(2) = 4$.

2.11. $(1 + e^x) y y' = e^x$.

3.11. $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$.

Вариант 13

1.13. $y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}$, $y(1) = 1$.

2.13. $(e^x + 8) y' = ye^x$.

3.13. $y' + \frac{y}{x} = 3x$.

Вариант 6

1.6. $y' - \frac{x}{x+1} y = e^x (x+1)$, $y(0) = 1$

2.6. $xy' = y(1 + \ln y)$.

3.6. $xy' = y + x \sin^2 \frac{2y}{x}$.

Вариант 8

1.8. $y' + \frac{y}{x} = \sin x$, $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$.

2.8. $(e^{2x} + 5) y' = ye^{2x}$.

3.8. $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1 + x^2$.

Вариант 10

1.10. $y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}$, $y(0) = \frac{2}{3}$.

2.10. $(x+4) y' = y^2 - 1$.

3.10. $y' = 3 \cos^2 \frac{2y}{x} + \frac{y}{x}$.

Вариант 12

1.12. $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$, $y(1) = e$.

2.12. $\sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0$.

3.12. $y' - \frac{2}{x+1} y = e^x (x+1)^2$.

Вариант 14

1.14. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$, $y(1) = 4$.

2.14. $2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0$.

3.14. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$.

Вариант 15

1.15. $y' + \frac{2}{x}y = x^3, y(1) = -5/6.$

2.15. $y' \operatorname{ctg} x = y^4.$

3.15. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}.$

Вариант 17

1.17. $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2, y(1) = 3.$

2.17. $\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2} yy' = 0.$

3.17. $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y.$

Вариант 19

1.19. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1.$

2.19. $xy' + y = y^2.$

3.19. $xy' + 2\sqrt{xy} = y.$

Вариант 21

1.21. $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, y(0) = \frac{2}{3}.$

2.21. $xy' - 2y = yx^3.$

3.21. $xy' - y = y \ln \frac{y}{x}.$

Вариант 23

1.23. $y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2, y(0) = 1$

2.23. $y \ln y + xy' = 0.$

3.23. $xy' = y + 2x \sin^2 \frac{3y}{x}.$

Вариант 16

1.16. $y' + \frac{y}{x} = 3x, y(1) = 1.$

2.16. $y'y\sqrt{1-x^2} = \sqrt{5+y^2}.$

3.16. $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}.$

Вариант 18

1.18. $y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1, y(1) = 1.$

2.18. $(3+e^x)yy' = e^x.$

3.18. $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}.$

Вариант 20

1.20. $y' + 2xy = -2x^3, y(1) = e^{-1}.$

2.20. $yy'\sqrt{1+x^2} = x\sqrt{1+y^2}.$

3.20. $xy' = y\left(1 + \ln \frac{y}{x}\right).$

Вариант 22

1.22. $y' + xy = -x^3, y(0) = 3.$

2.22. $y' = \frac{y}{\sqrt{x^2+1}}.$

3.22. $y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$

Вариант 24

1.24. $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x, y(0) = 1.$

2.24. $(2x - xy^2)dx = (y + yx^2)dy.$

3.24. $y' - \frac{x}{x+1}y = e^x(x+1).$

Варіант 25

1.25. $y' - 2y/(x+1) = (x+1)^3,$

$y(0) = 1/2.$

2.25. $y' \sin x = y \ln y.$

3.25. $xy' = xe^{-\frac{y}{x}} + y.$

Варіант 27

1.27. $y' - 4xy = -4x^3, y(0) = -\frac{1}{2}.$

2.27. $yy' = e^x (4 + y^2).$

3.27. $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$

Варіант 29

1.29. $y' - 3x^2 y = \frac{x^2(1+x^3)}{3}, y(0) = 0$

2.29. $y' \operatorname{ctg} y = x^3.$

3.29. $y' - \frac{y}{x} = x^2$

Варіант 26

1.26. $y' - y \cos x = -\sin 2x, y(0) = 3.$

2.26. $y' = 2\sqrt{y} \ln x.$

3.26. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x.$

Варіант 28

1.28. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, y(1) = 1.$

2.28. $\sqrt{4-x^2} y' = 3x + xy^2.$

3.28. $y' + \frac{y}{2x} = x^2.$

Варіант 30

1.30. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, y(1) = 1.$

2.30. $(1+e^x)yy' = e^x.$

3.30. $y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$

Лабораторна робота №8. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Ковалю В.О.: Розділ 9. Пункти 7-8 (ст. 398-402).
3. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№81-82, ст. 399; №№ 86-87, ст. 402; №№88,89 ст. 404.
4. Розв'язати самостійно вправи: №№83-84 ст. 400; №№ 90-93 ст. 405.
5. Виконати Індивідуальне Завдання №8 (ІЗ 8. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Розв'язати задачу Коші.

Завдання 2. Знайти загальний інтеграл диференціального рівняння.

Завдання 3. Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння, що допускає зниження порядку.

Варіант 1

1.1. $y''' = \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$.

2.1. $(1 - x^2)y'' - xy' = 2$.

3.1. $y'' = y'e^y$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Варіант 2

1.2. $y''' = 1/x$, $y(1) = 1/4$, $y'(1) = y''(1) = 0$.

2.2. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$.

3.2. $(y')^2 + 2yy'' = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Варіант 3

1.3. $y'' = 1/\cos^2 x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3/5$.

2.3. $x^3 y'' + x^2 y' = 1$.

3.3. $yy'' + (y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Варіант 4

1.4. $y''' = 6/x^3$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 5$, $y''(1) = 1$.

2.4. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$.

3.4. $y'' + 2y(y')^3 = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1/3$.

Варіант 5

1.5. $y'' = 4 \cos 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$.

2.5. $y''x \ln x = y'$.

3.5. $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$, $y(1) = \pi/2$, $y'(1) = 2$.

Варіант 6

1.6. $y'' = 1/(1+x^2)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

2.6. $xy'' - y' = x^2 e^x$.

3.6. $2yy'' = (y')^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Варіант 7

1.7. $xy''' = 2$, $y(1) = 1/2$, $y'(1) = y''(1) = 0$.

2.7. $y''x \ln x = 2y'$.

3.7. $yy'' - (y')^2 = y^4$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Варіант 8

1.8. $y''' = e^{2x}$, $y(0) = \frac{9}{8}$, $y'(0) = \frac{1}{4}$, $y''(0) = -\frac{1}{2}$.

2.8. $x^2 y'' + xy' = 1$.

3.8. $y'' = -\frac{1}{(2y^3)}$, $y(0) = 1/2$, $y'(0) = \sqrt{2}$.

Варіант 9

1.9. $y''' = \cos^2 x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1/8$, $y''(0) = 0$.

2.9. $y'' = -x/y$.

3.9. $y'' = 1 - (y')^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Варіант 10

1.10. $y'' = 1/\sqrt{1-x^2}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$.

2.10. $xy'' = y'$.

3.10. $(y'')^2 = y'$, $y(0) = 2/3$, $y'(0) = 1$.

Вариант 11

1.11. $y'' = \frac{1}{\sin^2 2x}$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$, $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

2.11. $y'' = y' + x$.

3.11. $2yy'' - (y')^2 + 1$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.

Вариант 12

1.12. $y'' = x + \sin x$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 0$.

2.12. $xy'' = y' + x^2$.

3.12. $y'' = 2 - y$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

Вариант 13

1.13. $y'' = \operatorname{arctg} x$, $y(0) = y'(0) = 0$.

2.13. $xy'' = y' \ln(y'/x)$.

3.13. $y'' = \frac{1}{y^3}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Вариант 14

1.14. $y'' = \operatorname{tg} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$, $y(0) = 1/2$, $y'(0) = 0$.

2.14. $xy'' + y' = \ln x$.

3.14. $yy'' - 2(y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Вариант 15

1.15. $y'' = e^{x/2} + 1$, $y(0) = 8$, $y'(0) = 5$, $y''(0) = 2$.

2.15. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$.

3.15. $y'' = y' + (y')^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Вариант 16

1.16. $y'' = x/e^{2x}$, $y_0(0) = 1/4$, $y'(0) = -1/4$.

2.16. $y'' + 2x(y')^2 = 0$.

3.16. $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Вариант 17

1.17. $y'' = \sin^2 3x$, $y(0) = -\pi^2/16$, $y'(0) = 0$.

2.17. $2xy'y'' = (y')^2 + 1$.

3.17. $y''(1+y) = 5(y')^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Вариант 18

1.18. $y''' = x \sin x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$.

2.18. $y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1)$.

3.18. $y''(2y+3) - 2(y')^2 = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.

Вариант 19

1.19. $y''' \sin^4 x = \sin 2x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

2.19. $y''' + y'' \operatorname{tg} x = \sec x$.

3.19. $4(y'')^2 = 1 + (y')^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Вариант 20

1.20. $y'' = \cos x + e^{-x}$, $y(0) = -e^{-\pi}$, $y'(0) = 1$.

2.20. $y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x$.

3.20. $2(y')^2 = (y-1)y''$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

Вариант 21

1.21. $y'' = \sin^3 x$, $y(\pi/2) = -7/9$, $y'(\pi/2) = 0$.

2.21. $y'' + 4y' = 2x^2$.

3.21. $1 + (y')^2 = yy''$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Вариант 22

1.22. $y''' = \sqrt{x} - \sin 2x$, $y(0) = -1/8$, $y'(0) = \frac{1}{8} \cos 2$, $y''(0) = \frac{1}{2}$.

2.22. $xy'' - y' = 2x^2 e^x$.

3.22. $y'' + y(y')^3 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Вариант 23

1.23. $y'' = \frac{1}{\cos^2(x/2)}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

2.23. $x(y'' + 1) + y' = 0$.

3.23. $yy'' - (y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Вариант 24

1.24. $y'' = 2 \sin x \cos^2 x$, $y(0) = -5/9$, $y'(0) = -2/3$.

2.24. $y'' + 4y' = \cos 2x$.

3.24. $yy'' - (y')^2 = y^2 \ln y$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Вариант 25

1.25. $y'' = 2 \sin^2 x \cos x$, $y(0) = 1/9$, $y'(0) = 1$.

2.25. $y'' + y' = \sin x$.

3.25. $y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)(y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Вариант 26

1.26. $y'' = 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

2.26. $x^2 y'' = (y')^2$.

3.26. $y''(1 + y) = (y')^2 + y'$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

Вариант 27

1.27. $y'' = \operatorname{arctg} x$, $y(0) = y'(0) = 0$.

2.27. $xy'' = y' \ln(y'/x)$.

3.27. $y'' = \frac{1}{y^3}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Вариант 28

1.28. $y'' = \operatorname{tg} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$, $y(0) = 1/2$, $y'(0) = 0$.

2.28. $xy'' + y' = \ln x$.

3.28. $yy'' - 2(y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Вариант 29

1.29. $y''' = e^{x/2} + 1$, $y(0) = 8$, $y'(0) = 5$, $y''(0) = 2$.

2.29. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$.

3.29. $y'' = y' + (y')^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Вариант 30

1.30. $y'' = x/e^{2x}$, $y_0(0) = 1/4$, $y'(0) = -1/4$.

2.30. $y'' + 2x(y')^2 = 0$.

3.30. $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Лабораторна робота №9. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 9. Пункт 9 (ст. 406).
3. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№94-96, ст. 406; №№ 99, ст, 407.
4. Розв'язати самостійно вправи: №№102-103, 105-106 ст. 408.
5. З посібника «Вища математика» Юрик, Дубовик: Опрацювати теоретичний матеріал: Глава 8. Параграф 3. П. 3.2, 3.3. ст. 461,466; Параграф 4. П. 4.1, 4.2. ст. 470,473. Розглянути приклади: 1-5 на ст.475,476.
6. Виконати Індивідуальне Завдання № 9 (ІЗ 9. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання. Знайти загальний розв'язок лінійного диференціального рівняння другого порядку.

1. $y'' - 2y' + 3y = f(x)$, якщо
 - а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (2x - 1)e^{2x}$
 - в) $f(x) = 3\sin x$.
2. $y'' - 2y' + 5y = f(x)$, якщо
 - а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (3x + 1)e^{-x}$
 - в) $f(x) = 4\cos x$.
3. $y'' - 2y' - 8y = f(x)$, якщо
 - а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (5x - 3)e^{-2x}$
 - в) $f(x) = 2\sin x$.
4. $y'' - 12y' + 36y = f(x)$, якщо
 - а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (x - 4)e^{3x}$
 - в) $f(x) = 5\cos x$.

5. $y'' - 3y' + 2y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (34 - 12x)e^{-x}$
в) $f(x) = 2 \sin 3x$.
6. $y'' - 6y' + 10y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (7x - 4)e^{-x}$
в) $f(x) = 4 \cos 2x$.
7. $y'' + 5y' - 6y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (3x - 5)e^{-2x}$
в) $f(x) = 3 \sin 4x$.
8. $y'' + 6y' + 10y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (2x + 5)e^{3x}$
в) $f(x) = \cos 5x$.
9. $y'' - 3y' + 2y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (5x + 3)e^{2x}$
в) $f(x) = 5 \sin 2x$.
10. $y'' + 6y' + 9y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (48x + 8)e^x$
в) $f(x) = 3 \cos 4x$.
11. $y'' + 4y' + 8y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (4x - 3)e^{2x}$
в) $f(x) = 3 \sin x$.
12. $y'' - 5y' - 6y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (3x - 2)e^x$
в) $f(x) = 3 \cos 2x$.
13. $y'' - 8y' + 12y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
б) $f(x) = (16x - 2)e^{3x}$
в) $f(x) = 7 \sin 3x$.

14. $y'' + 8y' + 25y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (x+3)e^{5x}$
 в) $f(x) = 3\sin 4x$.
15. $y'' - 9y' + 20y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (8x-5)e^{-2x}$
 в) $f(x) = 3\cos 5x$.
16. $y'' - 4y' + 3y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (2x-5)e^{5x}$
 в) $f(x) = 4\sin x$.
17. $y'' + 2y' + 2y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (-4x+3)e^{3x}$
 в) $f(x) = 2\cos x$.
18. $y'' + 2y' - 24y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (3x+7)e^{2x}$
 в) $f(x) = \sin 2x$.
19. $y'' + 6y' + 13y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (5x+3)e^{-x}$
 в) $f(x) = 4\cos 5x$.
20. $y'' + 5y' + 4y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (3x-4)e^{4x}$
 в) $f(x) = 5\sin 2x$.
21. $y'' - 4y' + 29y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (5x+2)e^{5x}$
 в) $f(x) = 3\sin 6x$.
22. $y'' - 4y' + 5y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 б) $f(x) = (2x-3)e^x$
 в) $f(x) = \cos 2x$.

23. $y'' - 6y' + 9y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (3x + 5)e^{4x}$
 - в) $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$.
24. $y'' + 9y' + 8y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (9x - 7)e^{2x}$
 - в) $f(x) = \frac{1}{3} \cos 2x$.
25. $y'' + 8y' + 25y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (x + 3)e^{5x}$
 - в) $f(x) = 3 \sin 4x$.
26. $y'' - 9y' + 20y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (8x - 5)e^{-2x}$
 - в) $f(x) = 3 \cos 5x$.
27. $y'' - 4y' + 3y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (2x - 5)e^{5x}$
 - в) $f(x) = 4 \sin x$.
28. $y'' + 2y' + 2y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (-4x + 3)e^{3x}$
 - в) $f(x) = 2 \cos x$.
29. $y'' + 2y' - 24y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (3x + 7)e^{2x}$
 - в) $f(x) = \sin 2x$.
30. $y'' - 4y' + 5y = f(x)$, якщо
- а) $f(x) = 0$
 - б) $f(x) = (2x - 3)e^x$
 - в) $f(x) = \cos 2x$.

Контрольна робота №2. Диференціальні рівняння

Зразок завдань контрольної роботи

$$1) \frac{x^2}{\sqrt{2x+3}} = (2x - xy^2)y'$$

$$2) y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{2 \sin x}{x^2}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$3) x^2 y' = 4x^2 - 3xy + 2y^2$$

$$4) y''(1 + \ln x) + \frac{1}{x} y' = 2 + \ln x, \quad y(1) = \frac{1}{2}, \quad y'(1) = 1$$

$$5) 16y'' - 24y' + 9y = 25$$

Час виконання завдань – 1 година 20 хвилин

Лабораторна робота №10. Числові ряди

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 10. Пункт 1 (ст. 414).
3. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№1-3, ст. 414, 415
4. Розв'язати самостійно вправи: №№ 4-6 ст. 415.
5. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 10. Пункти 2.2-2.3 (ст. 418-420).
6. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№13,16,17, ст. 419; №№ 22, 23, 25, ст. 420.
7. Розв'язати самостійно вправи: №№ 18, 21, 26, 29 ст. 420, 421.
8. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 10. Пункти 2.4-2.5 (ст. 422-424).
9. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№30,31,33, ст. 422; №№40,42, ст. 424.
10. Розв'язати самостійно вправи: №№ 34,36,37,43,47 ст. 423, 425.
11. Виконати Індивідуальне Завдання № 10 (ІЗ 10. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Довести збіжність ряду, користуючись означенням збіжності ряду та знайти його суму.

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$$

$$1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}.$$

$$1.3. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}.$$

$$1.5. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)}.$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}.$$

$$1.7. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}.$$

$$1.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}.$$

$$1.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}.$$

$$1.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+8)}.$$

$$1.15. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}.$$

$$1.17. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}.$$

$$1.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}.$$

$$1.21. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}.$$

$$1.23. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}.$$

$$1.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}.$$

$$1.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}.$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}.$$

$$1.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}.$$

$$1.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}.$$

$$1.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}.$$

$$1.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{14^n}.$$

$$1.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{20^n}.$$

$$1.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 4^n}{20^n}.$$

$$1.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}.$$

$$1.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 3^n}{21^n}.$$

$$1.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 8^n}{24^n}.$$

$$1.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 3^n}{24^n}.$$

Завдання 2. Користуючись ознакою порівняння, дослідити збіжність ряду.

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \arctg \frac{1}{2^n}.$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{n(n^2+2)}.$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{3^{n+1}}.$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - n - 1}{7n^3 + 3n^2 + 4n}.$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2 + 2}.$$

$$2.6. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n}.$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \sqrt{n+1}}{n^3 + 2}.$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{2n^2}}.$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{3n+2}{n^3 + 4}.$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)\sqrt{n}}{n^2 + 4}.$$

$$2.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 9)^5}{(n^3 + 1)^6}.$$

$$2.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+3}.$$

$$2.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n\sqrt{n}}{n+4}.$$

$$2.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^3}.$$

$$2.23. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n \ln n}{n^2 - 3}.$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n+2}{n(n+3)}.$$

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^3 - 1}.$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{n(n-1)(n^2 + 3)}.$$

$$2.14. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n\sqrt{n+1}}{n^2(n+3)}.$$

$$2.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}.$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}.$$

$$2.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arccos \frac{n+1}{n}}{n^2 + 2}.$$

$$2.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{n-1}{n}}{\sqrt[3]{n^3 - 3n}}.$$

$$2.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sin \frac{\pi n}{2}}{n^2}.$$

Завдання 3. Застосовуючи ознаку Д'Аламбера, дослідити ряд на збіжність.

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}.$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n (n+1)!}.$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^n \left(\frac{1}{n}\right)^7.$$

$$3.4. \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}.$$

$$3.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}.$$

$$3.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6L(n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9L(2n+3)}.$$

$$3.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7.$$

$$3.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}.$$

$$3.11. \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}.$$

$$3.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n (n+3)!}.$$

$$3.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}.$$

$$3.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)}{(n+1)!}.$$

$$3.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}.$$

$$3.21. \sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \sin \frac{\pi}{4^n}.$$

$$3.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n \cdot 7^n}}.$$

$$3.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 7 \cdot 13L (6n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4L (n+1)}.$$

$$3.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}.$$

$$3.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}.$$

$$3.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 6 \cdot 11L (5n-4)}{3 \cdot 7 \cdot 11L (4n-1)}.$$

$$3.16. \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{5^n}.$$

$$3.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}.$$

$$3.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8L (3n-1)}{3 \cdot 7 \cdot 11L (4n-1)}.$$

$$3.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}.$$

$$3.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9L (4n-3)}{1 \cdot 4 \cdot 7L (3n-1)}.$$

Завдання 4. Користуючись радикальною ознакою Коші, дослідити ряд на збіжність.

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n}.$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}.$$

$$4.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1}\right)^n.$$

$$4.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+2))^n}.$$

$$4.5. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arcsin} \frac{1}{2^n}\right)^{3n}.$$

$$4.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-8}\right)^{2n}.$$

$$4.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n}\right)^n.$$

$$4.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n}.$$

$$4.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}.$$

$$4.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}.$$

$$4.13. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n} \right)^{n^2}.$$

$$4.15. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n} \right)^{3n}.$$

$$4.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{3n}}.$$

$$4.19. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3^n} \right)^n.$$

$$4.21. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 - n - 1}{7n^2 + 3n + 4} \right)^n.$$

$$4.23. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3n} \right)^{2n}.$$

$$4.10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n} \right)^{3n}.$$

$$4.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 4n + 5}{6n^2 - 3n - 1} \right)^n.$$

$$4.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n} \right)^{3n}.$$

$$4.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}.$$

$$4.18. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n} \right)^{n^2}.$$

$$4.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}.$$

$$4.22. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n.$$

$$4.24. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{5n}.$$

Лабораторна робота №11. Знакозмінні ряди. Функціональні ряди

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 10. Пункт 2.1 (ст. 416)
3. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№ 8, 9, ст. 416, 417.
4. Розв'язати самостійно вправи: №№ 10, 12 ст. 418.
5. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 10. Пункти 3.1-3.2 (ст. 425-426).
6. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№ 49, 50, ст. 426; №№ 51, 52, ст. 427.
7. Розв'язати самостійно вправи: №№ 54, 55, 59, 60 ст. 428.
8. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Практикум з вищої математики» за редакцією Коваля В.О.: Розділ 10. Пункти 4-5.1 (ст. 428-432).
9. Розглянути наступні приклади з «Практикуму»: №№ 61, 62 ст. 428; №№ 70, 71, ст. 432.
10. Розв'язати самостійно вправи: №№ 68, 69 ст. 431; №№ 72, 74 ст. 433.
11. Виконати Індивідуальне Завдання № 11 (ІЗ 11. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Користуючись інтегральною ознакою Коші, дослідити ряд на збіжність або розбіжність.

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{4n^2+1} \right)^2.$$

$$1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)\ln(3n+2)}.$$

$$1.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln^3(2n+1)}.$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}.$$

$$1.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4)\ln^2(3n+4)}.$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}.$$

$$1.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7+n}{49+n^2} \right)^2.$$

$$1.9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}.$$

$$1.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6+n}{36+n^2}.$$

$$1.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}}.$$

$$1.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+5) \ln(10n+5)}.$$

$$1.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln(n+3) \ln(\ln(n+3))}.$$

$$1.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+2n) \ln^5(3+2n)}.$$

$$1.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(9n-4) \ln^2(9n-4)}.$$

$$1.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)}.$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \ln(3n-1)}.$$

$$1.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2) \ln(5n-2)}.$$

$$1.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[7]{(3+7n)^{10}}}.$$

$$1.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln(n+2)}.$$

$$1.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}}.$$

$$1.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2}.$$

$$1.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{(4+9n)^5}}.$$

$$1.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+n}{9+n^2-2n}.$$

$$1.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^3}}.$$

Завдання 2. Дослідити на збіжність знакозмінний ряд. З'ясувати чи є ряд абсолютно або умовно збіжним.

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}.$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

$$2.3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{6n+5}.$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

$$2.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}.$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)n}.$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \sqrt[3]{n}}.$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n-1}.$$

$$2.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)3^n}.$$

$$2.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n}.$$

$$2.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

$$2.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}.$$

$$2.23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}.$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}.$$

$$2.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}.$$

$$2.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n}.$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2+1}.$$

$$2.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}.$$

$$2.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\ln(n+1)}.$$

$$2.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}.$$

Завдання 3. Знайти область збіжності ряду.

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2+1}.$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}.$$

$$3.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}.$$

$$3.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1}.$$

$$3.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$$

$$3.11. \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n.$$

$$3.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}.$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+1} n}.$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{2^{n-1} \cdot 3^n}.$$

$$3.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}.$$

$$3.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$

$$3.8. \sum_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n.$$

$$3.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n (n^2+1)}.$$

$$3.12. \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}.$$

$$3.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}.$$

$$3.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$$

$$3.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(0,1)^n x^{2n}}{n}.$$

$$3.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n}.$$

$$3.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}.$$

$$3.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}.$$

$$3.18. \sum_{n=1}^{\infty} (\lg x)^n.$$

$$3.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^3 \sqrt{3^n}}.$$

$$3.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}.$$

$$3.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}}.$$

Лабораторна робота №12. Степеневі ряди та їх застосування

План роботи

1. Опрацювати матеріал лекції за темою заняття.
2. Опрацювати теоретичний матеріал з посібника «Вища математика» Юрик, Дубовик. Пункти 2.4-2.6 (ст. 521-527).
3. Розглянути наступні приклади з вказаного посібника на ст. 528-530.
4. Виконати Індивідуальне Завдання № 12 (ІЗ 12. Номер варіанта – номер за списком групи).

Завдання 1. Використовуючи розвинення підінтегральної функції в степеневий ряд, обчислити вказані інтеграли з точністю до 0,001.

$$1.1. \int_0^{0,25} \ln(1 + \sqrt{x}) dx.$$

$$1.2. \int_0^1 \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{2}\right) dx.$$

$$1.3. \int_0^{0,2} \sqrt{x} e^{-x} dx.$$

$$1.4. \int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx.$$

$$1.5. \int_0^{0,2} \sqrt{x} \cos x dx.$$

$$1.6. \int_0^{0,5} \ln(1 + x^3) dx.$$

$$1.7. \int_0^1 x^2 \sin x dx.$$

$$1.8. \int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

$$1.9. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^2} dx.$$

$$1.10. \int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^5}.$$

$$1.11. \int_0^1 \sqrt[3]{1 + \frac{x^2}{4}} dx.$$

$$1.12. \int_{0,1}^{0,5} \frac{\sin x^2}{x} dx.$$

$$1.13. \int_{0,05}^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx.$$

$$1.14. \int_0^{0,5} x^2 \cos 3x dx.$$

$$1.15. \int_0^{0,5} \ln(1 + x^2) dx.$$

$$1.16. \int_0^{0,4} \sqrt{x} e^{-x/4} dx.$$

$$1.17. \int_{0,3}^{0,5} \frac{1 + \cos x}{x^2} dx.$$

$$1.19. \int_{0,1}^{0,8} \frac{1 - \cos x}{x} dx.$$

$$1.21. \int_{0,05}^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

$$1.23. \int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx.$$

$$1.25. \int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx.$$

$$1.27. \int_{0,01}^{0,5} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^2} dx.$$

$$1.29. \int_0^{0,5} e^{-x^2} dx.$$

$$1.18. \int_{0,1}^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2} dx.$$

$$1.20. \int_0^1 \sin x^2 dx.$$

$$1.22. \int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx.$$

$$1.24. \int_{0,1}^{0,25} \frac{e^{-2x^2}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$1.26. \int_0^1 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} \right) dx.$$

$$1.28. \int_0^{0,4} \sqrt{1-x^3} dx.$$

$$1.30. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx.$$

Завдання 2. Знайти розвинення в степеневий ряд (за степенями x) розв'язків диференціального рівняння. Записати три перших, відмінних від нуля, члени розв'язку.

$$2.1. y' = xy + e^y, y(0) = 0.$$

$$2.2. y' = x^2 y^2 + 1, y(0) = 1.$$

$$2.3. y' = x^2 + y^2, y(0) = \frac{1}{2}.$$

$$2.4. y' = x^3 + y^2, y(0) = \frac{1}{2}.$$

$$2.5. y' = x + y^2, y(0) = -1.$$

$$2.6. y' = x + x^2 + y^2, y(0) = 1.$$

$$2.7. y' = 2 \cos x - xy^2, y(0) = 1.$$

$$2.8. y' = e^x - y^2, y(0) = 0.$$

$$2.9. y' = x + y + y^2, y(0) = 1.$$

$$2.10. y' = x^2 + y^2, y(0) = 1.$$

$$2.11. y' = x^2 y^2 + y \sin x, y(0) = \frac{1}{2}. \quad 2.12. y' = 2y^2 + ye^x, y(0) = \frac{1}{3}.$$

$$2.13. y' = e^{3x} + 2xy^2, y(0) = 1.$$

$$2.14. y' = x + e^y, y(0) = 0.$$

$$2.15. y' = y \cos x + 2 \cos y, y(0) = 0. \quad 2.16. y' = x^2 + 2y^2, y(0) = 0,2$$

$$2.17. y' = x^2 + xy + y^2, y(0) = 0.$$

$$2.18. y' = e^{\sin x} + x, y(0) = 0.$$

$$2.19. y' = xy - y^2, y(0) = 0,2.$$

$$2.20. y' = 2x + y^2 + e^x, y(0) = 1.$$

2.21. $y' = x \sin x - y^2$, $y(0) = 1$.

2.23. $y' = x - 2y^2$, $y(0) = 0,5$.

2.25. $y' = xy + x^2 + y^2$, $y(0) = 1$.

2.27. $y' = ye^x$, $y(0) = 1$.

2.29. $y' = x^2 + e^y$, $y(0) = 0$.

2.22. $y' = 2x^2 - xy$, $y(0) = 0$.

2.24. $y' = xe^x + 2y^2$, $y(0) = 0$.

2.26. $y' = xy + e^x$, $y(0) = 0$.

2.28. $y' = 2 \sin x + xy$, $y(0) = 0$.

2.30. $y' = x^2 + y$, $y(0) = 1$.

Контрольна робота №3. Ряди

Зразок завдань контрольної роботи

Час виконання – 1 година 20 хвилин

1. Дослідити знакододатний ряд на збіжність:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sin \frac{\pi n}{2}}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{n(n-1)(n^2 + 3)}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}$;
г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(9n-4)\ln^2(9n-4)}$.

2. Дослідити знакозмінний ряд на абсолютну та умовну збіжність

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}.$$

3. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}$.

4. Використовуючи розвинення підінтегральної функції в

степеневий ряд, обчислити інтеграл $\int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx$ з точністю до

0,001.

5. Знайти розвинення в степеневий ряд за степенями x розв'язку диференціального рівняння $y' = x^2 + y$, $y(0) = 1$. Записати три перших, відмінних від нуля, члени розв'язку.

Підсумкове заняття

План роботи

1. Ознайомлення з рейтинговою підсумковою оцінкою.
2. Прийом заборгованостей (ІЗ, відпрацювання КР).
3. Консультування студентів стосовно підсумкового тестування.
4. Погодження та виставлення рейтингових оцінок.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

| За шкалою ECTS | За національною шкалою | | За шкалою Житомирської політехніки (в балах) |
|----------------|--|--------------|--|
| | для екзамену, курсового проекту (роботи), практики | для заліку | |
| A | відмінно | зараховано | 90-100 |
| B | добре | | 82-89 |
| C | | | 74-81 |
| D | | | 64-73 |
| E | задовільно | | 60-63 |
| FX | незадовільно | незараховано | 35-59 |
| F | | | 1-34 |

Корисні посилання

1. Бібліотека Державного університету «Житомирська політехніка». <https://lib.ztu.edu.ua/>
2. Державний університет "Житомирська політехніка" - Освітній портал <https://learn.ztu.edu.ua/>
 - 2.1. Сторінка «Математичний аналіз. 1 курс. ПЗ. КН» <https://learn.ztu.edu.ua/course/view.php?id=1895>
 - 2.2. Практикум з вищої математики: Навч. посібн. / За ред. В.О. Ковалю. – Житомир: ЖДТУ, 2008. – 448с. https://learn.ztu.edu.ua/pluginfile.php/27959/mod_resource/content/0/%D0%9F%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%BA%D1%83%D0%BC%20%D0%B7%20%D0%B2%D0%B8%D1%89%D0%BE%D1%97%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B8.pdf
3. Житомирська обласна універсальна наукова бібліотека ім. Олега Ольжича (<http://www.lib.zt.ua/>, 10014, м. Житомир, Новий бульвар, (0412) 37-84-33).
4. Національна бібліотека України ім. В.І. Вернадського (<http://www.nbuv.gov.ua/>, Київ, просп. 40-річчя).

Навчальне видання

**Василь Миколайович Бондарчук,
Руслан Миколайович Головня,
Сергій Петрович Давидчук,
Сергій Петрович Семенець**

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ЛАБОРАТОРНИХ
РОБІТ З МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ**

**Для здобувачів вищої освіти освітнього рівня
«бакалавр»**

ЧАСТИНА 3

**ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ.
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ. РЯДИ**

Надруковано з оригінал-макета авторів

Підписано до друку 00.00.21. Формат 60×90/16.

Папір офсетний.

Гарнітура Times New Roman. Друк ризографічний.

Ум. друк. арк. 4,2. Обл. вид. арк. 0,0. Наклад 100. Зам. 000.

РВВ «Житомирська політехніка»

**Державний університет «Житомирська політехніка»,
вулиця Чуднівська, 103, м. Житомир, 10005**