

Факультет комп'ютерно-інтегрованих технологій, мехатроніки і робототехніки
Кафедра метрології та інформаційно-виміральної техніки

Лекція 10

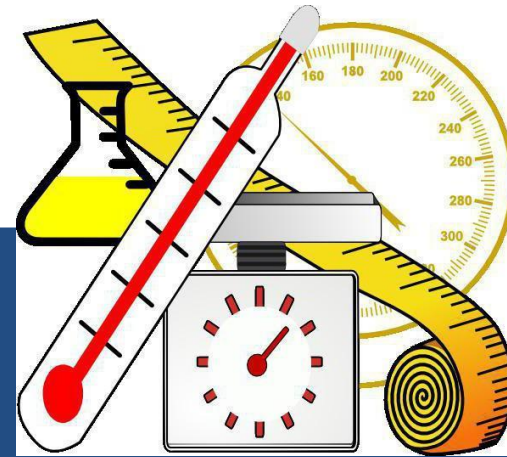
Тема: Похибки вимірювань



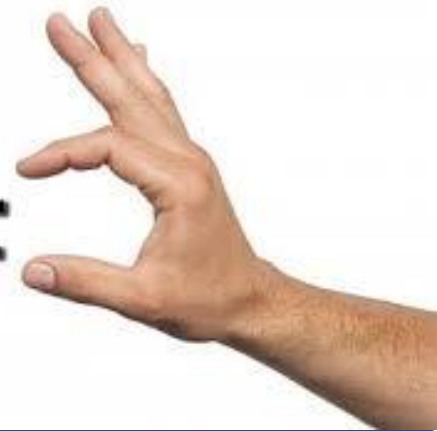
Лекція 10

Тема: Похибки вимірювань

1. Точність, правильність, збіжність результатів вимірювань.
2. Округлення результатів вимірювань.
3. Графік як засіб аналізу ряду результатів спостережень.



±



1. Точність, правильність, збіжність результатів вимірювань.

У зв'язку з наведеними короткими характеристиками різних за своєю природою похибок, зупинимося на спробах ввести деякі терміни, що характеризують результати вимірювань в залежності від виду похибок.

Так, М. Ф. Маліков розрізняє поняття «правильність» і «точність» результату вимірювання:

«Наявність систематичних похибок, визначає правильність вимірювань. Результати вимірювань остільки правильні, оскільки вони не спотворені систематичними похибками, і тим правильніше, ніж менше ці похибки».

«Наявність випадкових похибок визначає точність вимірювань. Результати вимірювань остільки точні, оскільки вони не спотворені випадковими похибками, і тим точніше, чим більше є підстав вважати ці похибки малими».



- В даний час, віддають перевагу визначати точність, як більш загальне поняття, що характеризується як випадковими, так і систематичними похибками. Таке визначення не виключає можливості застосовувати термін «правильність вимірювань», як відображаючий вплив систематичних похибок, і термін «збіжність вимірювань», як відображаючий вплив випадкових похибок.
- Необхідно відзначити, що на практиці далеко не завжди вдається чітко розмежувати систематичні і випадкові похибки.

Особливі труднощі представляє виділення систематичних похибок. *Слід вважати, що ряд систематичних за своєю природою похибок, ми не знаємо, і навіть не підозрюємо про їхнє існування. Іншими словами, вони ще не виявлені і невивчені.*

У зв'язку з цим, систематичні похибки, не вивчені і навіть деякі відомі, але важко піддаються обліку, іноді зараховують до випадкових. По суті, це не може бути визнано правильним, так як природа цих похибок різна.

Розглянемо обидві групи похибок для того, щоб краще виявити їх природу і вивчити методи їх обліку та виключення. *Тому, кажучи про випадкові похибки вимірів, будемо вважати, що систематичні похибки відсутні, тобто вони виключені або дуже малі. Так само, систематичні похибки будемо розглядати, вважаючи, що випадкові похибки відсутні.*

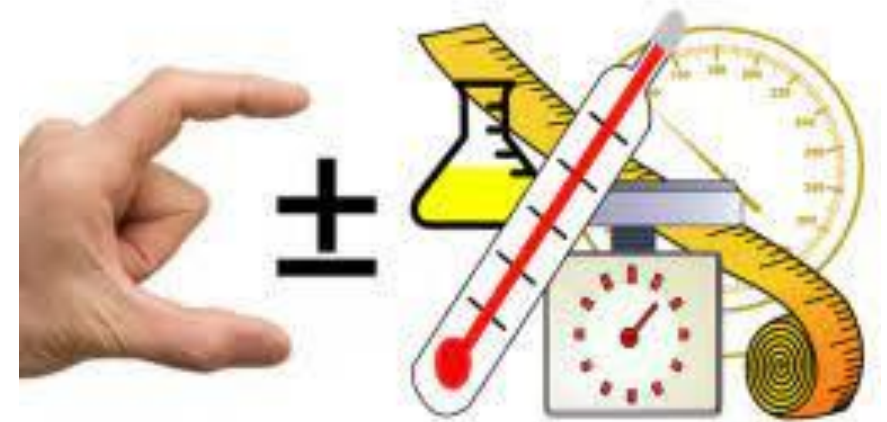


2. Округлення результатів вимірювань.

Похибки результату вимірювання фізичної величини дають уявлення про те, які цифри в його числовому значенні є сумнівними. Тому немає сенсу висловлювати похибку результату вимірювання великим числом.

Досить обмежитися однією значущою цифрою або двома, якщо друга є п'ятіркою. Дві значущі цифри утримуються в числових значеннях похибки тільки при відповідальних і точних вимірюваннях.

Округляти числове значення результату вимірювання слід відповідно з числовим розрядом значущої цифри похибки, тобто, числове значення результату вимірювання повинно закінчуватися цифрою того ж розряду, що і значення похибки.



Протягом тривалого часу користуються такими правилами округлення:

1. Зайві цифри в цілих числах замінюються нулями, а в десяткових дробах відкидаються. Якщо десятковий дріб в числовому значенні результату вимірювання закінчується нулями, то нулі відкидаються тільки до того розряду, який відповідає розряду похибки.

Приклад. Результат 1.070000, похибка ± 0.001 ; результат округлюють до 1,070.

2. Якщо перша (зліва направо) з замінних нулями, і відкинутих цифр менше 5, залишені цифри не змінюються.

Приклад. Число 148935 (перша з замінних нулями цифр дорівнює 3) може бути округлено до 148900; число 575,3455 (перша з відкинутих цифр дорівнює 4) - до 575,3.

3. Якщо перша з замінних нулями або відкинутих цифр дорівнює 5, а за нею не слідує ніяких цифр або йдуть нулі, то округлення проводиться до найближчого парного числа, тобто, якщо остання цифра в округленому числі парна або нуль, вона залишається без зміни, якщо вона непарна, - збільшується на одиницю.

Приклад. Число 1234.50 округлюють до 1234; число 8765,50 - до 8766; число 43210.50 - до 43210.

4. Якщо перша з замінних нулями або відкинутих цифр більше 5 або дорівнює 5, але за нею йде значуща цифра, то остання цифра збільшується на одиницю.

Приклад. Число 6783,6 округлюють до 6784, число 5499.7 - до 5500, число 12.34501 - до 12.35.

Третє правило обґрунтоване тим, що ймовірність появи парного закінчення дорівнює ймовірності появи непарного. В силу цього досягається, нібито, найбільша ймовірність того, що при арифметичній дії з округленими числами похибки, різних знаків взаємно компенсуються.

В даний час замість третього і четвертого правил пропонується наступне п'яте правило.

5. Якщо перша з замінних нулями або відкинутих цифр дорівнює або більше 5, то остання цифра збільшується на одиницю.

Причиною зміни правила округлення, стало широке поширення обчислювальних машин, побудованих на двійковій системі числення. Застосування правила округлення 5 до найближчого парного числа, вимагає введення одного зайвого числового розряду, що є не тільки не сильно економічним, але в ряді випадків і невиправданим.

Не слід думати, що питання округлення вирішується наведеними вище правилами. Так, при нормуванні тих чи інших показників, що характеризують властивості матеріалів або розміри, до округлення результатів вимірювань слід підходити особливо обережно. Наприклад, якщо встановлено, що проміжок між двома деталями не повинен перевищувати 4 мм, а вимірювання показали, що проміжок дорівнює 4,4 мм, то округляти до 4 мм неприпустимо. В даному випадку проміжок не задовольняє встановленій вимозі, а проміжок 3,6 мм цій вимозі задовольняв би.

Обмеження може мати місце, якщо вимога формулюється словами «має бути не менше».

Наприклад, товщина ізолюючого шару повинна бути не менше 4 мм. У цьому випадку товщина ізоляції 3,6 мм неприпустима, і округляти це число до 4 мм було б неправильним. **Взагалі ж кажучи, у всіх випадках при округленні слід вказувати допустиму похибку вимірювання. Ця похибка і є критерієм можливості округлення, якщо вона необхідна.**



Якщо число одиниць

1, 2, 3, 4

5, 6, 7, 8, 9



тоді число десятків

**не
змінюється**

**збільшується
на 1**

До або в процесі обчислення рекомендується аналізувати округлені цифри, так як необачно виконані округлення можуть спотворити результат.

Так, якщо перед множенням число 645,49 за першим правилом округлити до 645 і помножити на 9, то отримаємо 5805. При множенні без округлення отримаємо 5809,41, що після округлення дає 5809. Однак не варто робити зайвих обчислень, які потім будуть округлятися з відкиданням декількох цифр.

Найчастішою помилкою, є продовження ділення числа з приписуванням з права ряду нулів до діленого за правилами класичної арифметики.

Наприклад, при вимірюванні довжини окружності циліндра отримано, що вона дорівнює 798 см, потрібно визначити діаметр циліндра. Ділячи отримане число на Π (3,14), отримаємо 254,15 см. Розподіл можна продовжувати далі, але в дійсності зупинитися варто було б раніше, на 254, так як, вимірявши в сантиметрах довжину окружності і взявши округлене до трьох цифр значення Π , ми не повинні розраховувати, що діаметр можна визначити до міліметрів і тим більше, до долі міліметра.

Іноді можна зустріти числа, що позначають результат вимірювання, з останньою цифрою, знесеної вниз (опущеною), наприклад 345,4₆. Це означає, що 0,06 в даному числі є орієнтовним. Такий спосіб написання результату незручний, так як не дає уявлення про можливі відхилення від кінцевої цифри. Це може бути і $\pm 0,01$, і $\pm 0,03$. Тому в даний час, уникають знесення цифри під рядок, по можливості вказуючи похибку.

3.Графік як засіб аналізу ряду результатів спостережень

Результати ряду спостережень однієї і тієї ж величини являють собою набір чисел, що відрізняються один від одного. Різниця між результатами спостережень, що залишається після виключення систематичних похибок, пояснюється наявністю випадкових похибок. У первісному вигляді такої ряд можна оцінити тільки дуже наближено, тобто встановити, чи великий розкид похибок. Вловити ж будь-які закономірності цього ряду на око по числах дуже важко.

Однак при математичній обробці зникає одна ознака ряду результатів вимірювання - їх послідовність. Теорія випадкових похибок побудована на пропозиції, що кожне одиничне вимірювання самостійне і не залежить від інших, з послідовністю, не залежить від їх послідовності.

Насправді, відмовляючись від факторів послідовності, зрівнюючи правомірність кожного одиничного вимірювання, ми позбавляємося можливості оцінювати деякі характерні особливості всієї низки, зокрема, *ступінь дотримання вказівки про однакову ретельність спостережень, незмінності умов вимірювань та інші виявлення цих особливостей може допомогти графічне зображення ряду результатів спостережень в їх реальній послідовності.*



Приклади графічного аналізу з досвіду світових вимірів призводить П. М. Тиходієв

На рис. 10.1 нанесені результати 50 вимірювань в тій послідовності, в якій вони були отримані. По осі абсцис відкладені номери вимірювань по порядку, по осі ординат - результати вимірювань. Горизонтальна лінія в середині графіка відповідає середньому арифметичному даного ряду вимірів за умовами вимірювань похибки були визнані випадковими.

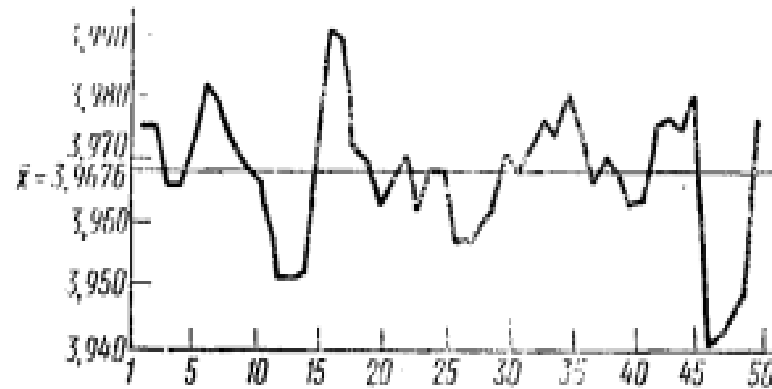


Рис. 10.1 .Результати 50 вимірювань в порядку, отриманих при досвіді

Однак графік за своїм характером має віддалену схожість із записом деяких неправильних коливань змінної періодичності і змінної амплітуди. Можна припустити, що ці коливання результатів відображають "коливання уваги" спостерігача, який не в змозі з увагою стежити за вимірюванням.

Більш наочно відображення фізіологічних властивостей органів чуття спостерігача можна побачити (імовірно) в результатах іншого ряду вимірювань (рис.10.2). Як бачимо, з 1-го по 16-е вимірювання числові значення результатів поступово зростали. Після 16 вимірювань була зроблена перерва в роботі. Результати вимірювань, отримані після перерви, меншими числовими значеннями, а потім знову зростають. Оскільки в цих світлових вимірах істотну роль грав очі спостерігача, то можна припускати, що така тенденція до зростання стала наслідком адаптації ока, поступово звикав, пристосовувався до умов вимірювань. Важко визначити, які виміри більш надійні: чи ті, що зроблені при спостереженні ще «не пристосувалися» оком, або ті, які зроблені «пристосувалися» оком.

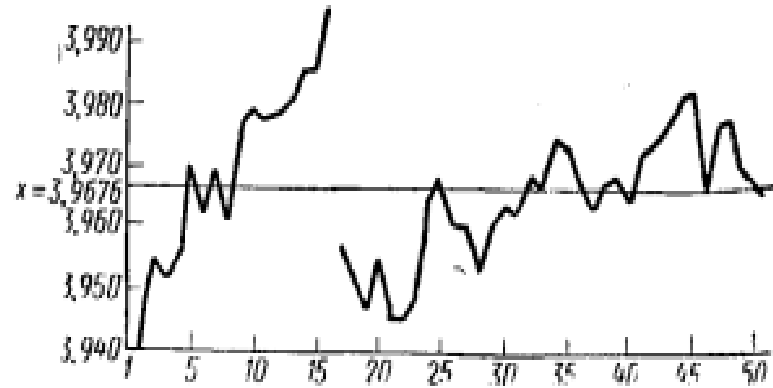


Рис. 10.2 . Результати 50 вимірювань другої серії в порядку, отриманих при досвіді

Можна припустити, що "пристосувавшись" око дає більш надійні результати. Таке припущення було б прийняте відповідною поправкою використовувати, якби на графіку можна було виявити, що на деякому рівні тенденція зростання припинилася і результати коливаються біля цього рівня. Це означало б, що око "пристосувалося" і стало давати більш-менш стійкі результати. Однак графік не дає підстав для таких висновків. Припустимо протилежне, тобто що результати, отримані на початку роботи, більш надійні, так як зроблені тоді, коли око ще не був стомлений, далі ж позначається поступове стомлення ока. При аналізі графік даного ряду результатів вимірювань отримав незадовільну оцінку, тому відмовилися від його використання.

Цікаво, що і в даному випадку спостерігається деяка нерівномірна періодичність в коливаннях, подібна до тієї, яка спостерігалася в попередньому прикладі.

Для зручності обчислень П. М. Тиходєєв рекомендує попередньо розташовувати числові значення результатів одиничного них вимірювань в зростаючому або спадному порядку. Аналіз такого графіка дозволяє судити про стрункність ряду проведених вимірювань і придатності його для подальшої математичної обробки. Розглянемо графік (рис. 10.3), побудований за тими ж даними, що і зображений на рис.10.1, але розташованим в систематичному порядку відкладені номери числових значень систематизованого ряду порядку зростання. По осі абсцис відкладення номера числових значень систематизованого ряду.

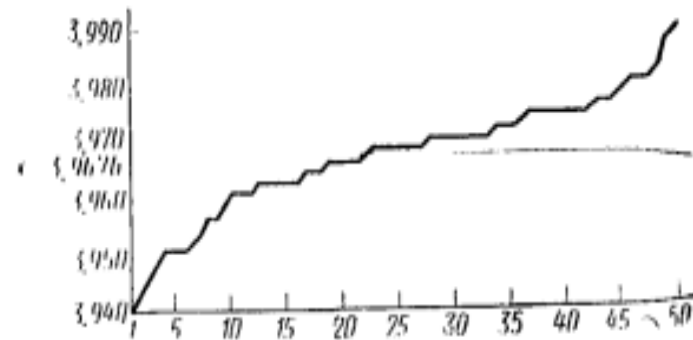


Рис. 10.3. Результати вимірювань показані на рис. 10.1, відставлені по порядку збільшення похибок

Функцій вигляд кривої досить закономірний, визнаний струнким, в чому можна було сумніватися по виду графіка, показаного на рис. 10.1. Слід звернути увагу на ступінчастий характер кривої, створюваний наявністю в ній ряду горизонтальних відрізків. Ці «щаблі» можуть бути наслідком впливу порога чутливості. В даному випадку це відноситься до відліку показань. Наприклад, 27-е число дорівнює 3,969, а 34-е - 3,971. При плавному зміні результатів числа від 27-го до 34-го могли мати значення , наведені в табл. 6, у другій графі.

Однак на шкалі вимірювального пристрою ми могли відрахувати тільки одиниці тисячних часток. Це поріг можливої точності звіту за шкалою. Наше око виробляє як би округлення і ми отримуємо значення, які наведені в третій графі.

В даному випадку послідовність є наслідком недосконалості приладів, що вимірюють безперервний процес або у всякому разі процес, який ми приймаємо за безперервний. Графіки, подібні наведеним в прикладах, доцільно будувати до початку математичної обробки результатів вимірювань. Вони дають підставу для вирішення питання про придатність отриманого ряду для математичної обробки. Однак наведені приклади не обмежують можливі висновки і рішення, які можуть бути прийняті при розгляді графіків.

Таблиця 10.1

| Порядковий номер відліку | Можливе дійсне значення | Відлік по шкалі прибору | Порядковий номер відліку | Можливо дійсне значення | Відлік по шкалі прибору |
|--------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 27 | 3,96940 | 3,969 | 31 | 3,97008 | 3,970 |
| 28 | 3,96957 | 3,970 | 32 | 3,97025 | 3,970 |
| 29 | 3,96974 | 3,970 | 33 | 3,97042 | 3,970 |
| 30 | 3,96991 | 3,970 | 34 | 3,97059 | 3,971 |