Лабораторна робота 2.

РОЗВ'ЯЗВАННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ТОВАРНО-МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ (задачі "про ранець")

2.1. Вихідні дані

Класична назва задач управління товарно-матеріальними запасами підприємства – це так звані "задачі про ранець", які формулюються наступним чином:

загальна вага ранця попередньо обмежена. Необхідно визначити, які предмети покласти в ранець, щоб загальна корисність відібраних предметів була максимальною? Вага кожного предмету відома.

При цьому задачі "про ранець" бувають двох типів.

В задачах **I типу** вирішуються питання щодо визначення кількості одиниць кожного предмету, які передбачається покласти до ранця.

В задачах **II типу** вирішуються питання щодо визначення необхідності класти предмет у ранець взагалі.

З точки зору планування, моделювання та верифікації процесів у ГВС при організації виробництва актуальною є наступна *інтерпретація задачі "про ранець"*:

- *в якості "предметів, що потрібно покласти до ранця", розглядаються замовлення (або варіанти виготовлення партій тих або інших товарів, деталей тощо);*
- *в якості "корисності" – прибуток від виконання того або іншого замовлення;*
- *в якості "ваги" – собівартість замовлення.*

2. 2. Короткі теоретичні відомості та математичне моделювання задач "про ранець"

Передбачається, що *відоме* наступне:

- n предметів, які необхідно розмістити в ранці;
- максимально можлива "місткість" ранця B;
- для кожного i-го предмета відомі його:
  ="вага" A_i, $i = 1,2,\ldots, n$;
  ="корисність" C_i, $i = 1,2,\ldots, n$.

Для задачі **I типу** *необхідно визначити* кількість одиниць кожного предмету X_i **,** $i = 1,2,\ldots, n$, які передбачається покласти в ранець.

Цільовою функцією задач I типу є загальна корисність від розміщення предметів в ранці, яку необхідно максимізувати:

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^{n} C_i X_i \right) \rightarrow \max , \tag{2.1}$$

де C_i – "корисність" i-го предмету;

X_i – кількість одиниць i-го предмету, що передбачається покласти в ранець.

Функціональні обмеження задач I типу полягають в обмеженні місткості ранця. Крім того, значення змінних X_i є цілими:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} A_i X_i \le B, \\ X_i \ge 0, \\ X_i \in Z_0, \end{cases} \tag{2.2}$$

де A_i – "вага" предмету, який передбачається розмістити у ранці;

B – максимально можлива "місткість" ранця;

Z_0 – множина всіх невід'ємних цілих чисел.

Для задач **II типу** *необхідно* вирішити питання, чи класти предмет в ранець, тобто запускати у виробництво певний виріб, чи ні.

Для опису рішення вводять булеві змінні X_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, що приймають два значення 0 або 1. При цьому, якщо

- X_i=1, то i-ий предмет розміщають у ранці;
- X_i=0, якщо i-ий предмет не розміщають у ранці

Цільовою функцією задач II типу в цьому випадку також є загальна корисність від розміщення предметів у ранці, яку необхідно максимізувати (див. вираз (2.1)), а обмеження мають вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} A_i X_i \le B; \\ X_i = \{0;1\}, \end{cases} \qquad (2.3)$$

де A_i – "вага" i-го предмету, який передбачається розмістити у ранці;

B – максимально можлива "місткість" ранця;

X_i – може приймати значення булевих змінних, тобто 0 або 1.

2. 3. Приклад розв'язування задачі "про ранець"

Вихідні дані для розв'язування задачі "про ранець" зручно представити у вигляді табл. 2. 1.

Таблиця 2. 1

Вихідні дані для розв'язування задачі "про ранець"

Умовне позначення i-го предмету	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Вага предмету A_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Корисність предмету Ci	1	1	2	2	1	1
Загальна місткість	3					

Формальна *постановка задачі про ранець* має наступний вигляд.
Цільова функція за виразом (2.1):

$$C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + C_4X_4 + C_5X_5 + C_6X_6 \rightarrow \max.$$

З врахуванням даних табл. 2.1 маємо:

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 + X_6 \rightarrow \max.$$

Обмеження за виразом (2.2) є наступними:

$$0{,}5X_1 + X_2 + 1{,}5X_3 + 2X_4 + 2{,}5X_5 + 3X_6 \le 3;$$

$$X_k = \{0; 1\},\ k = 1,2,\ldots, 6.$$

Розв'язування задачі "про ранець" за умовами прикладу п. 2.3

1. Математичне моделювання задачі

Виходячи із умови задачі, можна зробити висновок, що вирішувана задача є задачею II типу, тому що її формальна постановка відповідає математичній моделі за виразами (2.1) та (2.3). Для таких задач розв'язком є відповідь щодо наявності предметів в ранці.

1.1. Цільова функція задачі – максимізація загальної корисності предметів, що розміщуються в ранці:

$$f(x) = \left((\sum_{i=1}^{6} C_i X_i) = (x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6) \right) \rightarrow \max .$$

1.2. Формування функціональних обмежень здійснюється за виразом (2.3).

1.2.1. Функціональні обмеження на сумарну вагу предметів, що розміститься у ранці:

$$\sum_{i=1}^{6} A_i X_i \leq B ,$$

$$0{,}5X_1 + X_2 + 1{,}5X_3 + 2X_4 + 2{,}5X_5 + 3X_6 \leq 3.$$

1.2.2. Функціональні обмеження на значення змінних:

$$X_i = \{0;1\},$$

або

$$0 \leq X_i \leq 1 .$$

2. Автоматизоване розв'язування задачі за допомогою надбудови "Пошук рішення"

2. 1.Створення форми для введення умов задачі та виведення рішення задачі. Форма для введення умов задачі створена в MS Excel наведена на рис. 2.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2	Змінювані комірки								"1" - предмет має бути в ранці					
3									"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	Вага	предмету Ai	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження					
5		Загальна	0						<=	3	Максимальна місткість			
6	Корисність	предмету Ci	1	1	2	2	1	1						
7		Загальна	0	max										
8		Цільова комірка												

Рис. 2. 1. Форма для введення вихідних даних

2.2. Введення залежностей із математичної моделі та призначення цільової функції

Форма для виведення рішення задачі із введеними залежностями, визначеними в п. 1 даного прикладу розв'язування задачі, наведена на рис. 2.2.

1) В комірку "Цільова функція", що відображає загальну корисність всіх предметів і яка в перспективі має бути максимізована (рядок 7 рис. 2.2), вводиться вираз для розрахунку загальної корисності, зокрема сума добутків корисності кожного предмету C_i на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець X_i, наприклад, наступним чином:

=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)

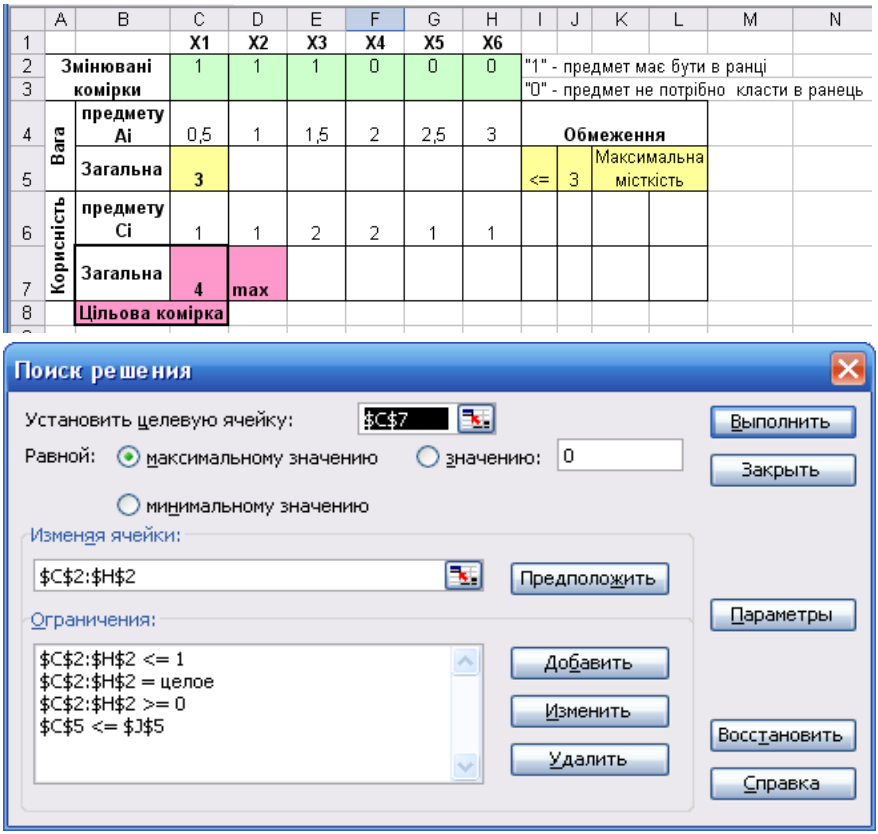
2) В комірку, що відображає загальну вагу всіх предметів (рядок 5 рис. 2.2), вводиться формула для розрахунку суми добутків ваги предмету A_i на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець X_i, наприклад, наступним чином:

=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6				
2	Змінювані комірки								"1" - пре			
3									"0" - пре			
4	Вага	предмету Ai	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження			
5		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)						<=	3	Максимальна місткість	
6	Корисність	предмету Ci	1	1	2	2	1	1				
7		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)									
8		Цільова комірка										

Рис. 2.2. Екранна форма з введеними залежностями із математичної моделі за виразами (2.1) та (2. 2)

2.3. Запуск надбудови "Пошук рішення" та отримання розв’язку. Результати наведені на рис. 2.3.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6						
2		Змінювані комірки	1	1	1	0	0	0	"1" - предмет має бути в ранці					
3									"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	Вага	предмету Ai	0,5	1	1,5	2	2,5	3	Обмеження					
5		Загальна	3						<=	3	Максимальна місткість			
6	Корисність	предмету Ci	1	1	2	2	1	1						
7		Загальна	4	max										
8		Цільова комірка												

Рис. 2 3. Вікно надбудови "Пошук рішення" та отримане рішення прикладу задачі "про ранець" за п. 2.3

В результаті розв’язування задачі отримане наступне оптимальне рішення, що наведене в табл. 2.2.

Таблиця 2.2

Оптимальне рішення

Умовне позначення предмету	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Рішення щодо наявності предмету в ранці	1	1	1	0	0	0
Загальна корисність	4					

Відповідь.

Відповідно до отриманого рішення задачі (табл. 2.2) максимальна корисність від наявності предметів у ранці в розмірі 4 одиниці буде отримана, якщо в ранець покласти тільки предмети з умовним позначенням X_1, X_2, X_3.

2.4. Варіанти індивідуальних завдань розв'язування задачі "про ранець" (управління товарно-матеріальними запасами)

Є ***n*** предметів, кожен з яких характеризується вагою і ціною. Потрібно вибрати з них такі предмети, щоб їх загальна вага не перевищував ***m*** кг, а сумарна ціна була максимальною. В стовпчику "Наявність предмету" фіксувати наявність (1) або відсутність (0) предмета в наборі. Дані для розв'язання задачі приведені в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Дані для розв'язування задачі управління товарно-матеріальними запасами (задача "про ранець")

Варіант №	**1 / m≤12**	**2 / m≤17**	**3 / m≤14**	**4 / m≤20**	**5 /m ≤13**	**6 / m≤11**
Предмет	x_1, x_2, x_3, x_4	x_5, x_6, x_7, x_8	x_9, x_{10}, x_1, x_2	x_3, x_4, x_5, x_6	x_7, x_8, x_9, x_{10}	x_1,x_3,x_5,x_7
Варіант №	**7 / m≤21**	**8 / m≤19**	**9 /m≤16**	**10 / m≤7**	**11 / m≤12**	**12 / m≤9**
Предмет	x_9, x_1, x_3, x_5	x_2, x_4, x_6, x_8	x_{10}, x_2, x_4, x_6	x_1, x_2, x_3	x_5, x_6, x_7	x_9,x_{10},x_1
Варіант №	**13 /m≤23**	**14 / m≤14**	**15 /m≤10**	**16 / m≤16**	**17 / m≤18**	**18 / m≤10**
Предмет	x_3, x_4, x_5, x_8	x_7, x_8, x_9, x_1	x_1, x_3, x_5	$x_4, x_5, x_6,$	x_2, x_3, x_4	x_6,x_7,x_8
Варіант №	**19 / m≤7**	**20 / m≤19**	**21 / m≤14**	**22 / m≤19**	**23 / m≤13**	**24 / m≤21**
Предмет	x_{10}, x_1, x_3	x_1, x_5, x_3, x_4	x_9, x_7, x_1, x_2	x_3, x_4, x_5, x_1	x_7, x_8, x_9, x_1	x_9,x_3,x_5,x_7
Варіант №	**25 / m≤22**	**26 / m≤16**	**27 / m≤13**	**28 / m≤21**	**29 / m≤15**	**30 / m≤14**
Предмет	x_1, x_5, x_9, x_3	$x_9, x_3, x_7, x_1,$	x_9, x_2, x_{10}, x_1	$x_5, x_9, x_6, x_2,$	x_{10}, x_1, x_9, x_3	x_2,x_7,x_5,x_6

Предмет	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
Вага, A_i, кг	2	4	6	8	7	5	3	4	9	1
Ціна, C_i, грош. один.	10	15	17	20	25	23	5	7	9	10
Наявність предмету	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?