

2.3. Полярна система координат

Полярні координати – це система координат на площині, кулі або поверхні еліпсоїда, що складається з точки O , яку називають полюсом, початку координат і полярної осі. За початок відліку (полюс) приймають довільну точку на місцевості, тому такі координати називають *топоцентричними*. За полярну вісь обирають довільний напрямок або суміщають із напрямком меридіана, що проходить через полюс O (рис. 11, *а*). Положення будь-якої точки M визначається радіус-вектором r , за який приймають пряму на площині, що з'єднує шукану точку з полюсом, та полярним кутом β . У полярній системі координат полярний кут вимірюють від полярної осі за ходом годинникової стрілки до радіус-вектора.

Біполярні координати – лінійні або кутові величини, що визначають положення точки M на площині, кулі, еліпсоїді щодо вихідних точок P_1 та P_2 (рис. 11, *б*). Цими величинами можуть бути відстані d_1 та d_2 від точки M до точок P_1 та P_2 або кути β_1 та β_2 , утворені напрямками P_1M і P_2M з прямою P_1P_2 .

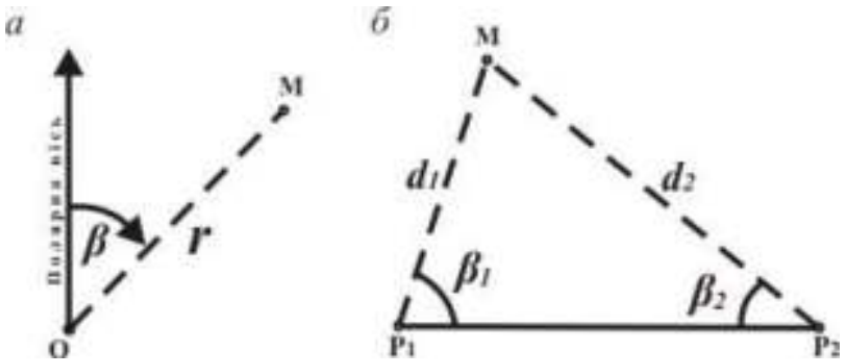


Рис. 11. Полярна (*а*) та біполярна (*б*) системи координат

2.4. Зв'язок плоскої прямокутної та полярної систем координат

Простота полярної системи координат і можливість побудови щодо довільної точки місцевості, яку приймають за полюс, обумовили її широке використання в топографії. Щоби зв'язати в одне ціле полярні системи координат окремих точок місцевості, слід перейти до визначення положення останніх у прямокутній системі координат, яка може бути розповсюджена на значно більшу за площею територію. Зв'язок між двома системами визначають шляхом розв'язку прямої та зворотної геодезичних задач. Пряма геодезична задача полягає у визначенні координат кінцевої точки

лінії за довжиною її горизонтального прокладення, кутом напрямку та координатами початкової точки. Так, якщо прийняти точку А за полюс полярної системи координат, а пряму АС – за полярну вісь, паралельну осі ОХ, то полярними координатами точки В будуть d і β (рис. 12). Треба знайти прямокутні координати цієї точки в системі ХОУ. Із рисунка видно, що X_B відрізняється від X_A на величину $(X_B - X_A) = \Delta X$, а Y_B від Y_A – на величину $(Y_B - Y_A) = \Delta Y$. Різниці координат кінцевої В та початкової А точок лінії АВ ΔX і ΔY називають *приростами координат*.

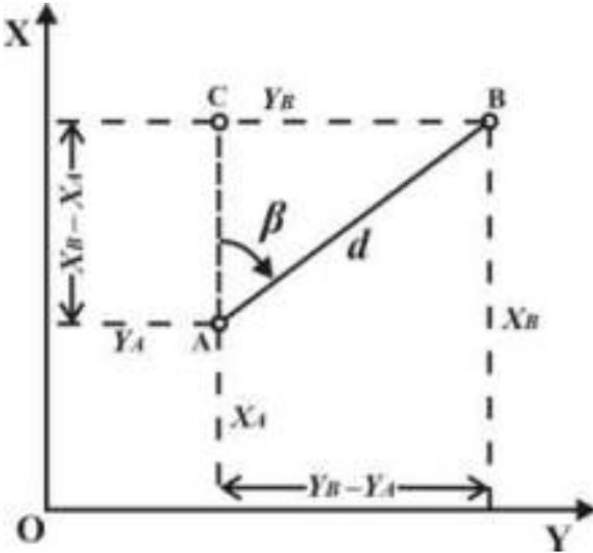


Рис. 12. Геометричний зв'язок полярних і прямокутних координат

Прирости координат лінії є ортогональними проекціями горизонтального прокладення цієї лінії на осі координат, а координати X_B і Y_B можна обчислити за формулами:

$$X_B = X_A + \Delta X_{AB}; \quad Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB}. \quad (2.3)$$

Значення приростів координат знаходять з прямокутного трикутника АСВ за відомими d і β , оскільки прирости ΔX і ΔY є катетами цього прямокутного трикутника:

$$\Delta X_{AB} = d \cos \beta; \quad \Delta Y_{AB} = d \sin \beta. \quad (2.4)$$

Прирости координат мають знаки. Знак приросту залежить від знака косинуса і синуса кута напрямку або від назви чверті прямокутної системи координат (табл. 6).

Підставивши значення приростів ΔX_{AB} і ΔY_{AB} у рівність (2.3), отримаємо формули для розв'язку прямої геодезичної задачі:

$$X_B = X_A + d \cos \beta; \quad Y_B = Y_A + d \sin \beta. \quad (2.5)$$

Зв'язок між величиною кута напрямку та знаком приросту координат

Кут напрямку	Чверть	Знаки приростів координат	
		ΔX	ΔY
0–90	I–ПнСх	+	+
90–180	II–ПдСх	–	+
180–270	III–ПдЗх	–	–
270–360	IV–ПнЗх	+	–

Зворотна геодезична задача полягає у знаходженні довжини горизонтального прокладення d і кута напрямку β лінії АВ за відомими координатами її початкової точки А (X_A , Y_A) і кінцевої точки В (X_B , Y_B). Кут напрямку обчислюють за катетами прямокутного трикутника:

$$\operatorname{tg} \beta = (Y_B - Y_A) / (X_B - X_A) = \Delta Y_{AB} / \Delta X_{AB}. \quad (2.6)$$

Горизонтальне прокладення d , згідно з виразами (2.4), можна визначити за двома формулами:

$$\begin{aligned} d &= \Delta X_{AB} / \cos \beta = (X_B - X_A) / \cos \beta; \\ d &= \Delta Y_{AB} / \sin \beta = (Y_B - Y_A) / \sin \beta. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Зворотну задачу можна вирішити і в іншій послідовності: спочатку знайти горизонтальне прокладення d за теоремою Піфагора, а потім обчислити кут β за формулами:

$$\sin \beta = (Y_B - Y_A) / d; \quad \cos \beta = (X_B - X_A) / d. \quad (2.8)$$

2.5. Висота точок

Вище було розглянуто лише дві координати (широту і довготу; X і Y), що недостатньо для визначення положення точок на фізичній поверхні Землі. Потрібна третя складова – висота точки.

Висота точки (H) – це відстань по прямовисному напрямку від даної точки (або рівневої поверхні, що через неї проходить) до рівневої поверхні, прийнятої за початок відліку висот. Вихідною для відліку висот може бути поверхня геоїда (**ортометрична висота**) або поверхня земного еліпсоїда (**геодезична висота**). Числове значення висоти точки називають **відміткою (відміткою висоти)**.

Абсолютна висота – висота, виміряна від головної рівневої поверхні (рівня Світового океану в стані спокою та рівноваги); **умовна** – визначена щодо довільно вибраної рівневої поверхні. Різницю висот двох точок (або відстань по прямовисному напрямку між рівневими поверхнями, що проходять через будь-які дві точки) називають **відносною висотою**, або **перевищенням h** цих точок. Перевищення може бути додатним і від'ємним.

У країнах СНД за головну рівневу поверхню приймають рівень Балтійського моря у Фінській затоці, за яким ведуть спостереження за допомогою мореграфа-реєстратора. Він встановлений у спеціальному павільйоні біля мосту через Обвідний канал. У 1840 р. на цьому мосту прямовисно закріпили футшток-рейку з поділками так, щоб її нижній кінець був занурений у воду. Середній рівень моря відповідає нулю Крондштадтського футштока, який прийнято за вихідний пункт нівелірних мереж.