

Лабораторна робота № 4

ОПТИМІЗАЦІЯ ЦІЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ПОКООРДИНАТНОГО СПУСКА

Мета роботи:

- ознайомитися з методом Гауса для знаходження екстремуму цільової функції, який заснований на використанні ідеї покоординатного переміщення робочої точки;
- вивчити процес рішення оптимізаційної задачі для цільової функції двох змінних $Q(x_1, x_2)$;
- при рішенні задачі одержати залежність обчислювальних витрат на пошук рішення від параметрів алгоритму пошуку;
- оцінити ефективність методу Гауса шляхом порівняння обчислювальних витрат на пошук рішення при використанні даного методу і методів, досліджених в лабораторній роботі № 1.

4.1. Основні теоретичні відомості

Метод Гауса (метод покоординатного спуска) відноситься до методів нульового порядку, в яких для організації пошуку екстремуму використовується тільки значення функції $Q(X)$ у різних точках простору змінних. Це забезпечує зменшення загальних обчислювальних витрат на пошук екстремуму. Також у методі Гауса максимально спрощені процедури пошуку і переміщення робочої точки.

Робоча точка в цьому методі переміщується вздовж заздалегідь фіксованих напрямків, що збігаються з напрямками координатних осей. Величина відстані (кроку), на яку переміщається робоча точка, також заздалегідь фіксується. Процедура пошуку зводиться лише до обчислення значення цільової функції в кожному новому положенні робочої точки. Аналіз результатів пошуку полягає в порівнянні значень цільової функції для двох сусідніх положень робочої точки. На основі цього порівняння приймається рішення про напрямок руху (ліворуч, праворуч, догори чи донизу) і про припинення руху вздовж обраного напрямку.

Для прискорення руху робочої точки в напрямку екстремуму величина кроку ΔX повинна вибиратися досить великою. Однак це означає, що знижується точність визначення положення екстремуму. Для досягнення необхідної точності використовується наступна ідея: після відшукання положення екстремуму (з великим кроком) величина кроку зменшується в N раз і пошук повторюється з новим зменшеним значенням кроку, але вже в околиці точки екстремуму. Після одержання нового більш точного рішення крок знову зменшується в N раз. Процес пошуку йде доти, поки значення кроку не зменшиться до величини Δ_{\min} , яка забезпечує необхідну точність.

4.2. Порядок виконання лабораторної роботи

У лабораторній роботі дослідження методів проводиться на прикладі рішення задачі оптимізації цільової функції двох змінних $Q(x_1, x_2)$, яка задана в явному вигляді. Форма представлення цільової функції – поліном другого порядку:

$$Q(X_1, X_2) = A_0 + A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_1X_2 + A_4X_1^2 + A_5X_2^2$$

Конкретний вигляд цільової функції визначається значеннями коефіцієнтів полінома $A_0 - A_5$ (табл. 4.1).

Для дослідження методу пошуку екстремуму в лабораторній роботі необхідно виконати наступні кроки:

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями.
2. Виконати рішення оптимізаційної задачі для цільової функції згідно індивідуального варіанту задання (табл. 4.1).
3. Виконати рішення задачі для значень $N = 2,6; 2,7; 2,8; 3,0; 4,0$.
4. Одержати залежність обчислювальних витрат на пошук екстремуму від величини N . Визначити оптимальне значення N .
5. Для одного з варіантів рішення задачі побудувати траєкторію пошуку екстремуму для перших 8...10 кроків.

При виконанні лабораторної роботи рекомендується використовувати додаток 1 даного методичного посібника.

Таблиця 4.1

№ варіанту	A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	Вид екстремуму	X ₁ min	X ₁ max	X ₂ min	X ₂ max
1	0,1	0,2	3,0	0,1	0,1	1,5	min	0	1	0	1
2	0,2	0,4	2,8	0,2	-0,1	-1,5	max	0	1	0	1
3	0,3	0,6	2,6	0,3	0,2	1,4	min	0	1	1	2
4	0,4	0,8	2,4	0,4	-0,2	-1,4	max	0	1	1	2
5	0,5	1,0	2,2	0,5	0,3	1,3	min	1	2	0	1
6	0,6	1,2	2,0	0,6	-0,3	-1,3	max	1	2	0	1
7	0,7	1,4	1,8	0,7	0,4	1,2	min	1	2	1	2
8	0,8	1,6	1,6	0,8	-0,4	-1,2	max	1	2	1	2
9	0,9	1,8	1,4	0,9	0,5	1,1	min	-1	0	0	1
10	1,0	2,0	1,2	1,0	-0,5	-1,1	max	-1	0	0	1
11	0,7	1,4	1,8	0,7	0,4	1,2	min	0	1	0	1
12	0,8	1,6	1,6	0,8	-0,4	-1,2	max	0	1	0	1
13	0,9	1,8	1,4	0,9	0,5	1,1	min	0	1	1	2
14	1,0	2,0	1,2	1,0	-0,5	-1,1	max	0	1	1	2
15	0,1	0,2	3,0	0,1	0,1	1,5	min	1	2	0	1
16	0,2	0,4	2,8	0,2	-0,1	-1,5	max	1	2	0	1
17	0,3	0,6	2,6	0,3	0,2	1,4	min	1	2	1	2
18	0,4	0,8	2,4	0,4	-0,2	-1,4	max	1	2	1	2
19	0,5	1,0	2,2	0,5	0,3	1,3	min	-1	0	0	1
20	0,6	1,2	2,0	0,6	-0,3	-1,3	max	-1	0	0	1
21	0,7	1,4	1,8	0,7	0,4	1,2	min	0	1	0	1
22	0,3	0,6	2,6	0,3	0,2	1,4	max	0	1	0	1
23	0,4	0,8	2,4	0,4	-0,2	-1,4	min	0	1	1	2
24	0,5	1,0	2,2	0,5	0,3	1,3	max	0	1	1	2
25	0,6	1,2	2,0	0,6	-0,3	-1,3	min	1	2	0	1
26	0,7	1,4	1,8	0,7	0,4	1,2	max	1	2	0	1
27	0,8	1,6	1,6	0,8	-0,4	-1,2	min	1	2	1	2
28	0,7	1,4	1,8	0,7	0,4	1,2	max	1	2	1	2
29	0,3	0,6	2,6	0,3	0,2	1,4	min	-1	0	0	1
30	0,4	0,8	2,4	0,4	-0,2	-1,4	max	-1	0	0	1

4.3. Контрольні запитання

1. Що таке цільова функція і як вона визначається?
2. Назвіть основні ознаки методів оптимізації нульового порядку.
3. Дайте характеристику методу Гауса.
4. Як визначається крок зміни аргументів цільової функції в методі Гауса?
5. Як визначається напрямок руху при пошуку екстремуму?
6. Як визначається похибка рішення оптимізаційної задачі?
7. Назвіть основні складові частини алгоритму вирішення оптимізаційної задачі за методом Гауса.