

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-22.06- 05.01/163.001/ОК5- 2022
	Екземпляр № 1	Арк. 72 / 1

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»
протокол від 25 липня 2022 р.
№ 11

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ до виконання лабораторних робіт з курсу «ФІЗИКА»

для студентів освітнього рівня «бакалавр»
денної форми навчання
освітньо-професійні програми «Телекомунікації та радіотехніка»,
«Біомедична інженерія», «Кібербезпека», «Комп'ютерна інженерія»
факультет інформаційно-комп'ютерної техніки
кафедра біомедичної інженерії та телекомунікацій

Рекомендовано на засіданні ка-
федри біомедичної інженерії та
телекомунікацій
29 червня 2022 р.,
протокол № 4

Розробники: к. т. н., доцент кафедри біомедичної інженерії та телекомунікацій КОЛОМІЄЦЬ Роман; д.т.н., проф. кафедри біомедичної інженерії та телекомунікацій МАНОЙЛОВ В'ячеслав.

Рецензенти: к.т.н., доц. Ткачук А. Г., к.т.н., доц. Нікітчук Т. М.

Житомир
2021 – 2022 н.р.

*Затверджено на засіданні кафедри біомедичної інженерії
та телекомунікацій Державного університету
«Житомирська політехніка»
(протокол № 4 від 29 червня 2022 року)*

Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з
дисципліни «Фізика» — Житомир, «Житомирська політех-
ніка», 2022. — 72 с.

Методичні рекомендації підготували:

к.т.н., доц. кафедри Бі та Т Коломієць Р. О.

д.т.н., проф. кафедри Бі та Т Манойлов В. П.

Зміст

Вступ	5
1 Вимірювання густини твердих тіл правильної геометричної форми	7
1.1 Короткі теоретичні відомості	7
1.2 Порядок виконання роботи	9
1.3 Зміст звіту	12
1.4 Контрольні запитання	12
2 Вимірювання модуля Юнга	14
2.1 Короткі теоретичні відомості	14
2.2 Порядок виконання роботи	18
2.3 Зміст звіту	19
2.4 Контрольні запитання	20
3 Дослідження зіткнення куль	21
3.1 Короткі теоретичні відомості	21
3.2 Порядок виконання роботи	23
3.2.1 Пружне зіткнення.	23
3.2.2 Непружне зіткнення.	25
3.3 Зміст звіту	26
3.4 Контрольні запитання	27
4 Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника	28
4.1 Порядок виконання роботи	28
4.2 Зміст звіту	30

4.3	Контрольні запитання	31
5	Закон Ома. Активний та реактивний опір. Резонанс	32
5.1	Короткі теоретичні відомості	32
5.1.1	Фізичні величини	32
5.1.2	Основи роботи з NI Multisim	38
5.2	Порядок виконання роботи	43
5.2.1	Перевірка закону Ома на постійному та на змінному струмах	43
5.2.2	Вимірювання сумарного активного опору послідовного та паралельного з'єднання резисторів	45
5.2.3	Вимірювання реактивного опору	46
5.2.4	Спостереження резонансу напруг в послідовному коливальному контурі	47
5.3	Зміст звіту	48
5.4	Контрольні запитання	49
6	Постійний електричний струм. Закони Кірхгофа	50
6.1	Короткі теоретичні відомості	50
6.2	Порядок виконання роботи	59
6.3	Зміст звіту	62
6.4	Контрольні запитання	63
	Правила обробки результатів вимірювання	64
	Література	71

Вступ

Метою навчальної дисципліни «Фізика» є формування у студентів цілісного наукового обґрунтованого світогляду, отримання уявлення про безпосередній зв'язок між різними розділами фізики та повсякденним життям, а також розвиток знань про сучасні технології створення нових матеріалів, пристроїв, каналів передачі інформації тощо та розуміння важливості фізичних основ сучасного науково-технічного прогресу.

Завданнями вивчення навчальної дисципліни є:

- показати структуру фізики та безпосередній зв'язок її розділів між собою та сучасними технологіями для формування цілісного наукового світогляду;
- дати уявлення про фізичні процеси, які протікають в ході багатьох звичних нам явищ (електрика та магнетизм, механічні явища, газові закони, фізика плазми тощо) для розуміння принципів роботи сучасних пристроїв прийому/передачі та оброблення інформації, інших електронних та механічних пристроїв;
- розвинути розуміння наукових методів пізнання природи та показати їх роль у розвитку сучасної науки і техніки.

Навчальним курсом передбачено шість лабораторних робіт (останні 2 лабораторні заняття відводяться під їх захист). Під час виконання лабораторних робіт студенти знайомляться з лабораторними макетами та вчать вимірювати фізичні величини відповідно до фізичного процесу, який вивчається на даній лабораторній роботі. У кожній лабора-

торної роботи метою є експериментальне вимірювання певних фізичних величин та співставлення отриманих значень із теоретично розрахованими результатами або довідниковими даними.

Звіти з кожної лабораторної роботи оформлюються на листках формату А4 в друкованому вигляді згідно порядку оформлення звітів, який описано в кожній лабораторній роботі. Захист лабораторних робіт проходить усно у формі відповідей на запитання, які пов'язані з матеріалом відповідної лабораторної роботи. Оцінка виставляється по 10-бальній системі за наступними критеріями:

«9-10» (відмінно) — студент швидко, правильно і впевнено відповідає на всі поставлені запитання, звіт з лабораторної роботи оформлений охайно та у повній відповідності до вимог.

«7-8» (добре) — студент відповідає майже на всі поставлені запитання, звіт з лабораторної роботи може бути оформлений з незначними порушеннями послідовності викладення інформації.

«5-6» (задовільно) — студент відповідає не менш ніж на половину поставлених запитань, але невпевнено і під час відповіді має потребу у користуванні конспектом або підручником, звіт оформлений з незначними порушеннями послідовності викладення інформації.

У випадку грубих порушень в оформленні звіту (найчастіше це відсутність окремих пунктів) та неспроможністю відповісти хоча б на половину запитань лабораторна робота не зараховується та відправляється на доопрацювання.

Всі лабораторні роботи повинні бути зроблені та захищені ДО ПОЧАТКУ СЕСІЇ!

Лабораторна робота 1

Вимірювання густини твердих тіл правильної геометричної форми

Мета роботи:

- отримати уявлення про прямі та непрямі вимірювання;
- навчитися оцінювати похибки результату вимірювання.

Обладнання:

- кілька твердих тіл правильної геометричної форми (паралелепіпед, циліндр, труба);
- штангенциркуль, ваги.

1.1 Короткі теоретичні відомості

Головною метою цієї лабораторної роботи є не саме вимірювання густини, а ознайомлення з похибками вимірювання фізичних величин на прикладі вимірювання густини твердих тіл.

Густина — це відношення маси тіла до його об'єму. Густина є постійною фізичною величиною для кожної речовини і вона не залежить від форми тіла.

Є фізичні величини, які можна виміряти безпосередньо якимось вимірювальним приладом (маса, електричний струм чи напруга, довжина, температура тощо), а є такі, які безпосередньо не вимірюються. Таким чином, у фізиці розрізняють *прямі* та *непрямі* вимірювання. Густина відноситься якраз до таких величин, які прямим способом не вимірюються¹. Вимірювання фізичної величини непрямим способом полягає у тому, що вимірюються деякі інші фізичні величини прямим способом, а потім за відомою формулою *розраховується* значення потрібної величини. На прикладі вимірювання густини твердого тіла це виглядає так: вимірюються габаритні розміри зразка правильної геометричної форми (прямокутний паралелепіпед, циліндр, кулька тощо), вираховується його об'єм, а потім маса зразка ділиться на його об'єм:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Зрозуміло, що габаритні розміри та маса не можуть бути виміряні абсолютно точно — вони вимірюються із певними похибками, які потім впливають на точність визначення густини. Правила обробки результатів вимірювання наведені у додатку до цих лабораторних робіт.

В цій лабораторній роботі пропонується визначити густину твердих тіл з різних матеріалів, які мають форми прямокутного паралелепіпеда, циліндра, кільці та кулі. Формули для розрахунку об'ємів цих тіл наступні.

1. Прямокутний паралелепіпед:

$$V = abc$$

2. Циліндр:

$$V = Sh = \frac{\pi D^2}{4}h$$

3. Кільце:

$$V = (S - s)h = \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) h = \frac{\pi}{4}h (D^2 - d^2)$$

¹Строго кажучи, густину *рідини* можна виміряти прямим способом — за допомогою *ареометра*.

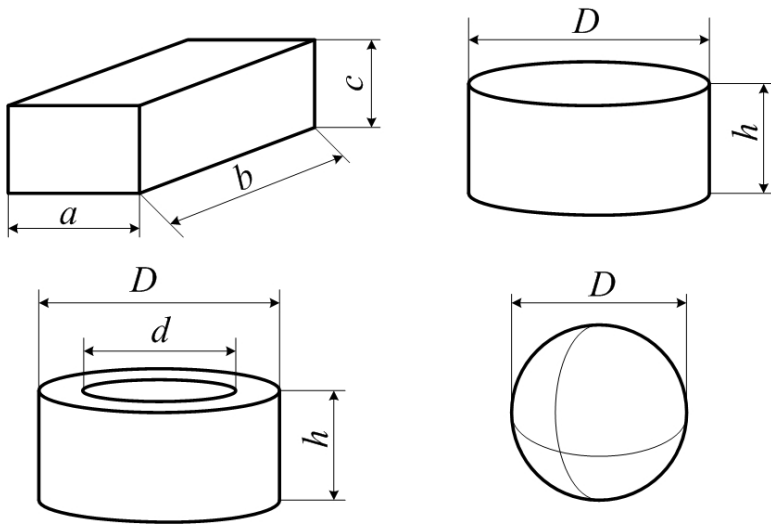


Рис. 1.1

4. Куля:

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{\pi D^3}{6}$$

На рисунку 1.1 показані габаритні розміри тіл, які потрібно вимірювати для знаходження їх об'ємів.

1.2 Порядок виконання роботи

1. Розподілити тверді тіла. Кожен студент повинен виміряти густину одного тіла у формі паралелепіпеду, у формі циліндру та у формі пустотілого циліндру (труби). Записати матеріал кожного тіла.

2. За допомогою штангенциркуля виміряти габаритні розміри тіла у формі паралелепіпеду. Вимірювання кожного розміру слід повторити 5 разів — для того, щоб можливо було оцінити похибку вимірювання. Результати вимірювання занести у таблицю 1.1.

Таблиця 1.1.

№	a , мм	Δa , мм	b , мм	Δb , мм	c , мм	Δc , мм	m , г	Δm , г
1								
2								
3								
4								
5								

3. Аналогічно до п.2 п'ять разів зважити зразок та занести результати зважування у таблицю 1.1.
4. Згідно методики оцінки похибок оцінити похибки прямого вимірювання габаритних розмірів та маси зразка у формі паралелепіпеда.
5. Оцінити середню густину матеріалу, з якого зроблений зразок у формі паралелепіпеду за формулою

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}}$$

6. Згідно методики оцінити відносну похибку непрямого вимірювання густини матеріалу зразка у формі паралелепіпеда.
7. За допомогою штангенциркуля виміряти габаритні розміри тіла у формі циліндра. Результати вимірювання занести у таблицю 1.2.

Таблиця 1.2.

№	D , мм	ΔD , мм	h , мм	Δh , мм	m , г	Δm , г
1						
2						
3						
4						
5						

8. Аналогічно до п.3 п'ять разів зважити зразок та занести результати зважування у таблицю 1.2.

9. Згідно методики оцінки похибок оцінити похибки прямого вимірювання габаритних розмірів та маси зразка у формі циліндра.

10. Оцінити середню густину матеріалу, з якого зроблений зразок у формі циліндра за формулою

$$\rho = \frac{4\bar{m}}{\pi\bar{D}^2\bar{h}}$$

11. Згідно методики оцінити відносну похибку непрямого вимірювання густини матеріалу зразка у формі циліндра.

12. Аналогічно до пп. 2 і 7 за допомогою штангенциркуля виміряти габаритні розміри тіла у формі відрізка труби. Результати вимірювання занести у таблицю 1.3.

Таблиця 1.3.

№	$D,$ мм	$\Delta D,$ мм	$d,$ мм	$\Delta d,$ мм	$h,$ мм	$\Delta h,$ мм	$m,$ г	$\Delta m,$ г
1								
2								
3								
4								
5								

13. Аналогічно до пп.3 та 8 п'ять разів зважити зразок та занести результати зважування у таблицю 1.3.

14. Аналогічно до пп. 4 і 9 оцінити похибки прямого вимірювання габаритних розмірів та маси зразка у формі труби.

15. Оцінити середню густину матеріалу, з якого зроблений зразок у формі труби за формулою

$$\rho = \frac{4\bar{m}}{\pi\bar{h}(\bar{D}^2 - \bar{d}^2)}$$

16. Згідно методики оцінити відносну похибку непрямого вимірювання густини матеріалу зразка у формі труби.

17. Згідно методики оцінити відносну похибку непрямого вимірювання густини матеріалу зразка у формі кулі. Для цього зразка таблицю з результатами вимірювань треба скласти самостійно.

1.3 Зміст звіту

Оформлювати звіт рекомендується в наступній послідовності.

1. Титульна сторінка.
2. Назва та мета роботи; обладнання, що використовується для даної роботи.
3. Результати вимірювання параметрів зразка у формі паралелепіпеда (таблиця 1.1). Обов'язково вказати матеріал зразка.
4. Оцінка густини матеріалу зразка у формі паралелепіпеда.
5. Результати оцінки похибок прямих вимірювань маси та габаритів зразка у формі паралелепіпеда.
6. Формула для оцінки відносної похибки непрямого вимірювання густини зразка у формі паралелепіпеда.
7. Результат оцінки відносної похибки густини зразка у формі паралелепіпеда.
8. Пп. 3–7 для зразка у формі циліндра (з таблицею 1.2).
9. Пп. 3–7 для зразка у формі труби (з таблицею 1.3).
10. Пп. 3–7 для зразка у формі кулі (з самостійно складеною таблицею, по аналогії з таблицями 1.1 — 1.3).
11. Висновки. Чи співпадають обчислені значення з довідниковими? Наскільки велика похибка оцінки густини для кожного матеріалу? Чи відрізняються відносні похибки оцінки густини для різних матеріалів?

1.4 Контрольні запитання

1. Що таке густина?
2. Які ви можете назвати фізичні закони чи явища, у яких потрібно враховувати густину?
3. Які ви знаєте агрегатні стани речовини?
4. Для яких агрегатних станів речовини має сенс поняття густини?
5. Від чого може залежати густина матеріалу?

6. Що таке прямі та непрямі вимірювання?
7. Чи можливо виміряти густину якимось прямим способом?
8. Чому в цій роботі густина зразка вимірювалася непрямим способом?
9. Пояснити наявність похибки вимірювань.
10. Які ви знаєте складові частини похибок? Чим вони обумовлені?
11. Які ви знаєте види похибок? Назвіть переваги використання кожного виду похибки.
12. Що таке закон розподілу випадкової величини?
13. Який найчастіше закон розподілу для похибок вимірювання фізичних величин?
14. Що таке коефіцієнт Стьюдента?
15. Чому ми в цій лабораторній роботі враховували лише випадкову, інструментальну та відлікову складові похибки? Чому не враховували методичну та систематичну?

Лабораторна робота 2

Вимірювання модуля Юнга

Мета роботи:

- отримати уявлення про деформації твердих тіл;
- навчитися вимірювати модуль Юнга.

Обладнання:

- сталевий стрижень круглого поперечного перерізу;
- кріплення;
- чаша терезів та набір грузиків;
- електронні ваги, рулетка, лінійка, штангенциркуль.

2.1 Короткі теоретичні відомості

Під дією зовнішніх сил тіла деформуються. *Деформація* — це зміна форми та розмірів твердого тіла під дією зовнішньої сили. Всі види деформацій можна представити за допомогою двох типів елементарних деформацій — *деформації розтягнення (стиснення)* та *деформації зсуву* (рис. 2.1).

У цій роботі розглянута деформація згину. Згин являє собою комбінацію деформації зсуву та деформацію розтягання/стискання.

Зв'язок між деформацією та прикладеною силою визначається за допомогою *закону Гука*. По закону Гука змі-

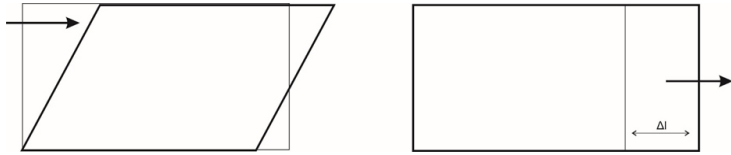


Рис. 2.1

на довжини (деформація) прямо пропорційна прикладеній силі:

$$|F| = k\Delta l,$$

де F — розтягуюча або стискаюча сила, k — коефіцієнт жорсткості, Δl — абсолютне видовження. Коефіцієнт жорсткості k залежить від матеріалу, з якого зроблене тверде тіло, а також від його геометрії. Тому часто закон Гука записується в такому вигляді:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

де σ — механічна напруженість, E — модуль Юнга, ε — відносне видовження, тобто відношення абсолютного видовження до початкової довжини:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Величина σ називається механічним напруженням і є відношенням сили до площі, на яку вона діє:

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Розмірність цієї величини така сама, як і у тиску — Па.

Величина E — *модуль Юнга* — характеризує властивості механічної міцності (чи скоріше пружності) самої *речовини* незалежно від геометрії твердого тіла. Модуль Юнга також вимірюється у паскалях (Па). Фізичний зміст модуля Юнга полягає в тому, що він дорівнює механічній напруженості, при якій довжина стрижня збільшується удвічі.

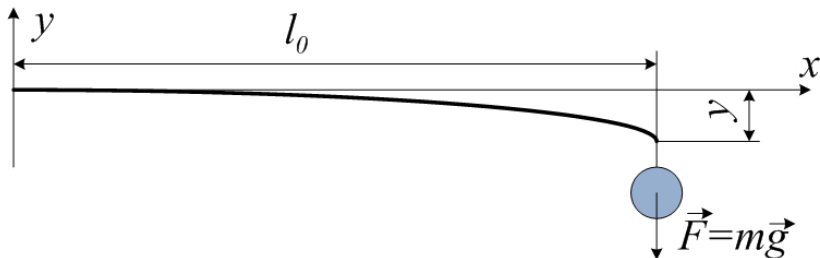


Рис. 2.2

В даній роботі необхідно визначити модуль Юнга для сталевого стрижня. Для цього стрижень закріплюють в одній точці та навантажують грузами різної маси та вимірюють деформацію. Деформація вимірюється вздовж вертикалі та називається *стрілою прогину* — рис. 2.2.

Отримаємо формулу для обчислення модуля Юнга за відомими довжиною стрижня l_0 , його діаметром d , масою груза m та величиною прогину y .

Якщо стрижень закріплений в одній точці, як показано на рис. 2.2, то для такого випадку відоме диференціальне рівняння вигнутої балки:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}, \quad (2.1)$$

де M — момент згинаючої сили, E — модуль Юнга, а I — величина, яка визначається геометрією поперечного перерізу балки (стрижня), яка чимось схожа на момент інерції (у тому розумінні, що вона також рахується по табличній формулі), але насправді вона такою не є, хоча у багатьох літературних джерелах її так називають.

Загальний розв'язок рівняння (2.1) має вигляд

$$y = \frac{mg}{2EI} \left(\frac{x^3}{3} - l_0x^2 \right), \quad (2.2)$$

де l_0 — початкова довжина стрижня (а точніше, це довжина від точки кріплення до точки прикладення груза). Рівняння (2.2) математично виражає формулу кривої, вздовж

якої прогинається стрижень в системі координат, показаній на рис. 2.2. Якщо точка прикладення груза (тобто точка прикладення сили) співпадає із кінцем стрижня, то можна припустити, що $x = l_0$ і підставити його у рівняння (2.2). Тоді

$$y = \frac{mg}{2EI} \left(\frac{l_0^3 - 3l_0^3}{3} \right) = \frac{mg}{2EI} \cdot \frac{-2l_0^3}{3} = -\frac{mgl_0^3}{3EI}. \quad (2.3)$$

Для балки круглого поперечного перетину (стрижня)

$$I = \frac{\pi d^4}{64}, \quad (2.4)$$

де d — діаметр стрижня.

Якщо підставити вираз(2.4) у рівняння (2.3), то отримаємо

$$y = -\frac{mgl_0^3}{3E \frac{\pi d^4}{64}} = -\frac{64mgl_0^3}{3\pi E d^4}.$$

З цього виразу знаходимо вираз для модуля Юнга:

$$\boxed{E = -\frac{64mgl_0^3}{3\pi y d^4}} \quad (2.5)$$

Оскільки знак величини прогину y буде «-» (див. систему координат на рис. 2.2), то в кінцевому підсумку знак модуля Юнга буде «+».

Перевірка розмірності виразу (2.5):

$$\text{Па} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot \text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{м}^4} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

2.2 Порядок виконання роботи

1. За допомогою кріплення (струбцини) жорстко закріпити сталевий стрижень горизонтально. За допомогою лінійки виміряти проміжок y_0 між стрижнем та горизонтальною площиною, яка слугуватиме для візуального контролю того, що після зняття навантаження стрижень повертається у початкове положення. Якщо не повертається — то необхідно його випрямити та взяти в якості навантаження груз із меншою масою. При подальших вимірюваннях деформації y від нього потрібно віднімати y_0 .

2. За допомогою штангенциркуля виміряти діаметр стрижня у кількох місцях, а за допомогою рулетки — довжину стрижня від точки кріплення до кінця. Всі вимірювання повторити не менше п'яти разів. Результати вимірювання занести у таблицю 2.1.

Таблиця 2.1.

№	d , мм	l_0 , мм	m_1 , г	y_1 , мм
1				
2				
3				
4				
5				

3. Вибрати груз деякої маси. Покласти його на чашу терезів та зважити на електронних вагах РАЗОМ із чашею, оскільки саме чаша із грузом буде підвішуватися до стрижня. Вимірювання маси також провести не менше п'яти разів і результати занести до таблиці 2.1 у колонку m_1 .

4. Послідовно підвішуючи та знімаючи чашу із грузом до кінця стрижня, п'ять разів виміряти деформацію y_1 . Результати заносити до таблиці 2.1.

ВАЖЛИВО: слідкуйте, щоб після кожного знімання груза стрижень повертався у горизонтальне положення, ос-

кільки закон Гука справедливий лише для пружних деформацій.

5. Аналогічно повторити пп. 2, 3 і 4 для деякого груза з масою $m_2 > m_1$. Для даного циклу дослідів скласти таблицю 2.2, яка буде такою самою, як і таблиця 2.1, але для груза масою m_2 та, відповідно, деформації y_2 .

6. Аналогічно повторити пп. 2, 3 і 4 для деякого груза з масою $m_3 > m_2$. Для даного циклу дослідів скласти таблицю 2.3, яка буде такою самою, як і таблиці 2.1 та 2.2, але для груза масою m_3 та, відповідно, деформації y_3 .

7. За середніми величинами \bar{d} , \bar{l}_0 , \bar{m} та \bar{y} оцінити модуль Юнга для всіх трьох циклів вимірювань за формулою (2.5). В усіх трьох випадках повинно получитися приблизно одне і те саме число.

8. Оцінити похибку вимірювання модуля Юнга.

2.3 Зміст звіту

Оформлювати звіт рекомендується в наступній послідовності.

1. Титульна сторінка.
2. Назва та мета роботи; обладнання, що використовується для даної роботи.
3. Результати вимірювання деформації стрижня під час навантаження його грузом масою m_1 (таблиця 2.1).
4. Результати вимірювання деформації стрижня під час навантаження його грузом масою m_2 (таблиця 2.2).
5. Результати вимірювання деформації стрижня під час навантаження його грузом масою m_3 (таблиця 2.3).
6. Формула для розрахунку модуля Юнга.
7. Розрахунок модуля Юнга для трьох циклів вимірювання (для різних мас грузів).
8. Результати оцінки похибок прямих вимірювань довжини та діаметра стрижня, а також маси груза та деформації стрижня.

9. Формула для оцінки відносної похибки непрямого вимірювання модуля Юнга матеріалу, з якого виготовлений стрижень.
10. Висновки. Чи співпадають обчислені значення модуля Юнга сталі з довідниковими? Наскільки велика похибка оцінки модуля Юнга для кожного циклу вимірювання та чи відрізняються ці похибки для різних циклів?

2.4 Контрольні запитання

1. Що таке деформація?
2. Що таке коефіцієнт жорсткості?
3. Що таке модуль Юнга?
4. Які ви можете назвати види деформацій твердих тіл?
5. Як пов'язані між собою коефіцієнт жорсткості стрижня з круглим поперечним перетином та модуль Юнга?
6. Чому модуль Юнга називають ще «модулем пружності першого роду»?
7. Як формулюється закон Гука?
8. Чи є якісь обмеження для застосування закону Гука? Чи завжди він виконується?

Лабораторна робота 3

Дослідження зіткнення куль

Мета роботи: експериментально перевірити закон збереження механічної енергії та закон збереження імпульсу.

Обладнання:

- вимірювальна установка;
- набір куль;
- електронні ваги.

3.1 Короткі теоретичні відомості

Мірою взаємодії тіл при ударі, крім ударної сили \mathbf{F} , може бути зміна її імпульсу за час удару:

$$\int_0^t \mathbf{F} dt = \mathbf{F}_{avr} \cdot t,$$

де \mathbf{F}_{avr} — середня сила удару, t — тривалість удару.

Позначивши $\Delta(m\mathbf{v})$ зміну імпульсу тіла за час удару, дістанемо з другого закону динаміки:

$$\mathbf{F}_{avr} \cdot t = \Delta(m\mathbf{v})$$

Розсіяння механічної енергії при ударі характеризується коефіцієнтом відновлення енергії ε , що визначається як відношення сумарної кінетичної енергії E'_k тіл після удару до сумарної кінетичної енергії E_k тіл до удару:

$$\varepsilon = \frac{E'_k}{E_k}. \quad (3.1)$$

Значення коефіцієнта відновлення залежить від фізичних властивостей матеріалів, форми і маси тіл, що співударяються. Для абсолютно пружного удару $\varepsilon = 1$. У цьому випадку кінетична енергія тіл до удару дорівнює кінетичній енергії тіл після удару: $E_k = E'_k$. Якщо після удару утворюється єдине тіло, то удар називають абсолютно непружним, для нього $\varepsilon < 1$.

У даній роботі розглядається центральне зіткнення куль, підвішених у вигляді маятників, при чому одна куля до удару знаходиться в спокої (тобто $\mathbf{v}_2 = 0$).

Застосовуючи до тіл, що зіткнулися, закон збереження імпульсу, можна записати:

- для пружного удару:

$$m_1 \mathbf{v}_1 = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2, \quad (3.2)$$

- для непружного удару:

$$m_1 \mathbf{v}_1 = (m_1 + m_2) \mathbf{u}, \quad (3.3)$$

де m_1, m_2 — маси куль, \mathbf{v}_1 — швидкість першої кулі до удару, \mathbf{u}_1 та \mathbf{u}_2 — швидкості першої та другої куль після удару, \mathbf{u} — спільна швидкість куль після непружного удару.

Вимірювання швидкостей куль до та після удару проводяться за допомогою спеціальної установки. Дві кулі, підвішені на біфілярних підвісах, можуть коливатися вздовж проградуйованої шкали. Перша куля може утримуватись електромагнітом, який установлюється в довільному місці правої шкали. Шкали, а також місця кріплення біфілярних підвісів можуть переміщуватись. Це необхідно для зміни

міжцентрової відстані для різних куль (у спокої кулі повинні дотикатись одна до одної). Для виготовлення непружної (пластилінової) кулі є спеціальна прес-форма.

Швидкість кулі до і після зіткнення можна визначити, знаючи висоту, з якої тіло починає рух до удару, і висоту його підйому після удару. Без урахування втрат енергії на подолання сил опору на основі закону збереження енергії маємо:

$$v_1 = \sqrt{2gh_1}; \quad u_1 = \sqrt{2gh'_1}; \quad u_2 = \sqrt{2gh'_2},$$

де h_1 — висота падіння першої кулі, h'_1, h'_2 — висота підняття відповідно першої і другої кулі після зіткнення.

Оскільки на установці безпосередньо вимірюють кути, на які відскакують кулі після удару, і кут відхилення першої кулі, швидкості куль будемо визначати із співвідношень:

$$v = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_0}{2}; \quad u_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_1}{2}; \quad u_2 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_2}{2}, \quad (3.4)$$

де l — відстань від точки підвісу до центра куль; α_0 — кут відхилення першої кулі для завдання удару; α_1 та α_2 — кути відскоку відповідно першої і другої кулі.

3.2 Порядок виконання роботи

1. Перевірити вертикальність шкали вимірювальної установки та однаковість підвісів. За потреби відкорегувати положення шкали та довжину підвісу для куль.

3.2.1 Пружне зіткнення.

2. За допомогою вагів визначити маси куль для пружного зіткнення. Занести дані в таблицю 3.1.

3. Визначити *приведену довжину* для обчислень за формулами (3.4). Для цього виміряти довжину підвісу, довжину

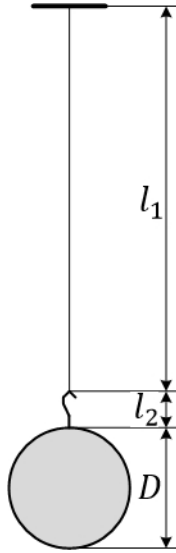


Рис. 3.1

гачка та діаметр кулі. Розділити діаметр кулі на два (і отримати таким чином радіус кулі). Тоді приведена довжина буде дорівнювати

$$l = l_1 + l_2 + r,$$

де l_1 — довжина нитки (підвісу), l_2 — довжина гачка, і $r = \frac{D}{2}$ — радіус кулі (див. рис. 3.1).

4. Задати початковий кут відхилення першої кулі (до удару) α_0 . Провести серію ударів (рахуються лише прямі удари — тобто такі, при яких кулі розлітаються паралельно вимірвальній шкалі) і заповнити таблицю 3.1. В таблиці кути α_1 і α_2 — це кути відхилення відповідно першої та другої кулі після удару. Швидкості куль v_1, u_1 та u_2 розраховуються за формулами (3.4).

5. Перевірити закон збереження імпульсу для пружного удару. Для цього по експериментальним значенням за формулами (3.4) визначити швидкості v, u_1 та u_2 і порівняти їх значення із швидкостями, знайденими за допомогою закону

збереження імпульсу:

$$u'_1 = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}; \quad u'_2 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}. \quad (3.5)$$

Таблиця 3.1.

№	$m_1,$ Г	$m_2,$ Г	$\alpha_0,^\circ$	$\alpha_1,^\circ$	$\alpha_2,^\circ$	$v_1,$ М/с	$u_1,$ М/с	$u_2,$ М/с	ε
1									
2									
3									
4									
5									

6. За формулою

$$\varepsilon = \frac{m_1 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} + m_2 \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}}{m_1 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}, \quad (3.6)$$

одержаною на основі (3.2) і (3.4) визначити коефіцієнт відновлення енергії ε для пружного удару.

3.2.2 Непружне зіткнення.

7. Виготовити дві пластилінові кулі, за розміром приблизно такі ж, як були кулі для пружного зіткнення. За допомогою вагів визначити її маси. Занести дані в таблицю 3.2.

Таблиця 3.2.

№	$m_1,$ Г	$m_2,$ Г	$\alpha_0,^\circ$	$\alpha,^\circ$	$v,$ М/с	$u,$ М/с	ε
1							
2							
3							
4							
5							

8. Провести серію непружних ударів. Заповнити таблицю 3.2 по аналогії з таблицею 3.1. Тут α — середній кут відхилення обох куль після удару, v — швидкість першої кулі до удару, u — швидкість куль після удару.

9. Перевірити закон збереження імпульсу для непружного удару. Для цього по експериментальним значенням знайти швидкість двох куль після непружного зіткнення:

$$u = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (3.7)$$

і порівняти отримане значення з отриманим за допомогою закону збереження імпульсу:

$$u' = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}. \quad (3.8)$$

10. За формулою

$$\varepsilon = \frac{(m_1 + m_2) \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{m_1 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}} \quad (3.9)$$

оцінити коефіцієнт відновлення енергії для непружного удару.

3.3 Зміст звіту

Оформлювати звіт рекомендується в наступній послідовності.

1. Титульна сторінка.
2. Назва та мета роботи; обладнання, що використовується для даної роботи.
3. Результати вимірювання кутів відхилення куль та їх швидкостей при пружному зіткненні (таблиця 3.1).
4. Результати перевірки закону збереження імпульсу для пружного зіткнення.
5. Результати оцінки коефіцієнта відновлення енергії для пружного удару та його похибки. Похибку коефіцієнта відновлення енергії оцінити як випадкову похибку.

6. Результати вимірювання кутів відхилення куль та їх швидкостей при непружному зіткненні (таблиця 3.2).
7. Результати перевірки закону збереження імпульсу для непружного зіткнення.
8. Результати оцінки коефіцієнта відновлення енергії для непружного удару та його похибки. Похибку коефіцієнта відновлення енергії оцінити як випадкову похибку.
9. Висновки. Чи виконується закон збереження імпульсу у ваших дослідженнях? Чи коефіцієнт відновлення енергії пружного зіткнення дісно точно дорівнює одиниці? Наскільки менше за одиницю значення коефіцієнта відновлення енергії для непружного зіткнення? Про що може свідчити значення коефіцієнту відновлення енергії?

3.4 Контрольні запитання

1. Що таке імпульс?
2. Що таке пружне та непружне зіткнення?
3. Як формулюється закон збереження імпульсу?
4. Для яких фізичних систем справедливий закон збереження імпульсу?
5. Що таке коефіцієнт відновлення енергії?
6. Які типові значення коефіцієнту відновлення енергії для пружного та непружного зіткнення?
7. Як обчислити коефіцієнт відновлення енергії для пружного та непружного зіткнень?
8. Що таке кінетична енергія?
9. Як обчислити кінетичну енергію?

Лабораторна робота 4

Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника

Мета роботи: виміряти прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника.

Обладнання:

- лабораторна установка–маятник (невеликий вантаж на довгій (понад 1 м) нерозтяжній нитці);
- рулетка, секеундомір.

4.1 Порядок виконання роботи

1. Зібрати маятник. Для цього закріпити нитку у виступаючому кріпленні та підвесити на неї вантаж.
2. Виміряти приведену довжину маятника l_1 (пригадати, як визначалася приведена довжина підвісу куль в лабораторній роботі № 3 — рис. 3.1).
3. Відхилити маятник на невеликий кут ($5^\circ \dots 10^\circ$) та без поштовху відпустити.

4. Пропустити декілька коливань, а потім за допомогою секундоміра засікти $t_1 = 1$ хвилину (60 секунд) та порахувати кількість коливань N_1 , які виконає маятник за цей час.

5. Розрахувати період коливань за формулою

$$T_1 = \frac{t_1}{N_1}.$$

6. Результати пп. 4 і 5 занести до таблиці 4.1.

7. Повторити пп. 4 і 5 для часу $t_2 = 1,5$ хв (90 с) і $t_3 = 2$ хв (120 с), а також для деякої іншої довжини підвісу $l_2 < l_1$. Повністю заповнити таблицю 4.1.

Таблиця 4.1.

№	l , мм	t , с	N	T , с	ΔT , с	g , м/с ²
1	l_1	60				\bar{g}_1
2		60				
3		90				
4		120				
5		120				
6	l_2	60				\bar{g}_2
7		60				
8		90				
9		120				
10		120				

8. Оцінити середнє значення періоду коливань \bar{T}_1 та відхилення $\Delta T_i = T_i - \bar{T}_1$. Отримані значення занести в колонку ΔT в таблицю 4.1. Зверніть увагу, що період коливань не залежить від маси вантажу — для цього можна повторити дослід з вантажем іншої маси.

9. Оцінити величину прискорення вільного падіння за формулою

$$g_1 = 4\pi^2 \frac{l_1}{T_1^2} \quad (4.1)$$

10. Повторити пп. 1 – 7 для деякої іншої довжини підвісу $l_2 < l_1$. Заповнити нову таблицю, подібну до таблиці 4.1, але для іншої довжини підвісу l_2 . Для даної серії дослідів середнє значення періоду коливань \bar{T}_2

11. Оцінити величину прискорення вільного падіння за формулою

$$g_2 = 4\pi^2 \frac{l_2}{\bar{T}_2^2}.$$

Порівняти отримане число з тим, що було отримане у попередній серії дослідів.

12. Для двох серій дослідів оцінити абсолютну похибку прискорення вільного падіння за формулою:

$$\Delta g_i = 2\bar{g} \frac{\Delta T_i}{\bar{T}},$$

де i — номер дослідів. Усереднити отримані значення g_1 і g_2 , а також їх абсолютну похибку Δg . Записати остаточний результат у вигляді

$$g = \bar{g} \pm \Delta g.$$

4.2 Зміст звіту

Оформлювати звіт рекомендується в наступній послідовності.

1. Титульна сторінка.
2. Назва та мета роботи; обладнання, що використовується для даної роботи.
3. Таблиця 4.1 з результатами вимірювання періоду коливань для двох маятників.
4. Результати обчислення прискорення вільного падіння по результатам двох серій дослідів.
5. Результати усереднення значення прискорення вільного падіння та абсолютної похибки його вимірювання.
6. Висновки. Чи співпадають отримані значення \bar{g}_1 і \bar{g}_2 ? Наскільки вони відрізняються від табличного значення?

ня $g = 9,8 \text{ м/с}^2$? Наскільки великою вийшла похибка вимірювання прискорення вільного падіння?

4.3 Контрольні запитання

1. Що таке прискорення?
2. Що таке прискорення вільного падіння?
3. Від чого залежить прискорення вільного падіння?
4. Що таке математичний маятник?
5. Що таке період, частота і амплітуда коливань?
6. Як залежить період коливань математичного маятника від довжини підвісу?
7. Як залежить період коливань математичного маятника від маси підвішеного вантажу?
8. Як пов'язані між собою період та частота коливань?
9. З наскільки хорошим наближенням використану в цій роботі експериментальну установку можна вважати дійсно математичним маятником?
10. Що таке фізичний маятник? Чим він відрізняється від математичного?
11. Чи можна визначити величину прискорення вільного падіння за допомогою фізичного маятника?

Лабораторна робота 5

Закон Ома. Активний та реактивний опір. Резонанс

Мета роботи: отримати уявлення про електричний опір, навчитися розрізняти активний та реактивний опір, а також вимірювати їх. Отримати уявлення про явище електричного резонансу.

Обладнання: NI Multisim ¹

5.1 Короткі теоретичні відомості

5.1.1 Фізичні величини

Для початку розглянемо коротко фізичні величини, з якими ми будемо мати справу в цій лабораторній роботі. Це електрична різниця потенціалів (напруга), електричний струм, електричний опір (активний та реактивний).

1. Електрична напруга. Напруга на ділянці електричного кола — це різниця потенціалів між двома точками електричного поля, яка чисельно дорівнює відношенню роботи, яку треба виконати для переміщення заряду з однієї точки поля в іншу точку, до величини цього заряду.

¹Дана лабораторна робота виконується за допомогою програмного симулятора електричних явищ.

Напруга в системі SI вимірюється у вольтах (В), у фізиці традиційно позначається літерою U (в електроніці також поряд з U часто використовується позначення V — особливо в англомовній літературі).

Потенціал електричного поля — енергетична характеристика електричного поля; це скалярна величина, що дорівнює відношенню потенціальної енергії заряду в полі до величини цього заряду. Сам по собі потенціал фізичного змісту не має, має фізичний зміст *різниця* потенціалів, або електрична напруга. Саме внаслідок наявності різниці потенціалів і виникає направлений рух носіїв заряду (електронів) — *електричний струм*.

2. Електричний струм. Одиницею вимірювання сили електричного струму в SI є *ампер* (А). Сила струму в 1 А — це коли через площу поперечного перерізу провідника за 1 с проходить сумарний заряд в 1 Кл.

У фізиці та електроніці сила електричного струму традиційно позначається літерою I . Крім того, варто відзначити, що позначення U та I історично закріпилися за *постійними* напругами і струмами, а *змінні* напруги і струми часто позначаються відповідно u та i .

3. Електричний опір — це фізична величина, що характеризує здатність провідника опиратися (*протидіяти*) перенесенню через нього носіїв заряду. Одиницею вимірювання опору в SI і Ом. Опір провідника в 1 Ом — це коли при різниці потенціалів 1 В через нього протікає струм 1 А.

Опір у фізиці традиційно позначається літерою R , хоча інколи використовується і позначення r (як правило, малою літерою позначається внутрішній опір джерела живлення — щоб підкреслити те, що такий опір є окремим елементом електричного кола).

Струм, напруга та опір нерозривно пов'язані між собою в **закон Ома** (для ділянки електричного кола):

$$\boxed{I = \frac{U}{R} \quad \text{або} \quad R = \frac{U}{I}} \quad (5.1)$$

Закон Ома справедливий як для постійного, так і для змінного струму. Проте у випадку змінного струму в нього підставляються *діючі* значення напруги і струму. Діючим (ефективним) значенням сили змінного струму називають величину постійного струму, дія якого виконує таку ж роботу (тепловий чи електродинамічний ефект), що і розглянутий змінний струм i за час одного періоду T :

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}.$$

Якщо струм або напруга є гармонічними (тобто змінюються по закону синуса або косинуса), то діюче значення струму дорівнює

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m \approx 0,707 I_m, \quad (5.2)$$

а діюче значення напруги

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_m \approx 0,707 U_m, \quad (5.3)$$

де I_m та U_m — амплітудні значення відповідно струму та напруги. В цьому випадку *миттєві* значення струму і напруги дорівнюють відповідно

$$\begin{aligned} i(t) &= I_m \sin(\omega t + \phi_1), \\ u(t) &= U_m \sin(\omega t + \phi_2), \end{aligned} \quad (5.4)$$

де $\omega = 2\pi f$ — колова частота (а f — звичайна частота, в Гц), а ϕ — початкові фази.

Два основних види з'єднання активних опорів — послідовне та паралельне (рис. 5.1). При послідовному з'єднанні сумарний опір дорівнює сумі опорів:

$$R_\Sigma = \sum_{i=1}^N R_i.$$

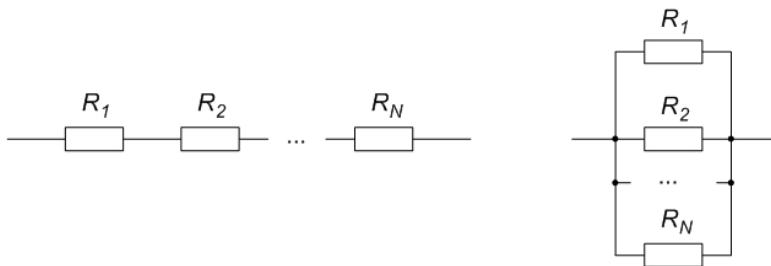


Рис. 5.1

При паралельному з'єднанні формула для сумарного опору дещо складніша:

$$\frac{1}{R_{\Sigma}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad \text{або} \quad R_{\Sigma} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}}.$$

При розрахунку сумарного опору можна перевіряти результат по мнемонічному правилу: при послідовному з'єднанні сумарний опір повинен бути більшим від найбільшого, а при паралельному з'єднанні — меншим від найменшого з опорів, що входять до складу з'єднання.

4. Реактивний опір. Електричний опір може бути *активним* і *реактивним*. Активний опір — це такий електричний опір, що при протіканні через нього електричного струму на ньому відбувається виділення тепла згідно *закону Джоуля–Ленца*:

$$Q = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

На активному електричному опорі фази ϕ_1 та ϕ_2 струму і напруги у виразах (5.4) співпадають (тобто $\phi_1 = \phi_2$). Значення активного опору не залежить від частоти струму чи напруги.

На противагу частотно-незалежному активному опору виділяють частотно-залежний *реактивний* опір (або *реактанс*). Такий опір є комплексним (точніше, чисто уявним) числом і проявляється при включенні в електричне

коло конденсатора або котушки індуктивності. Відповідно, виділяють *ємнісний* та *індуктивний* опори.

Ємнісний опір дорівнює

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}, \quad (5.5)$$

де $\omega = 2\pi f$ — колова частота, C — ємність конденсатора, $j = \sqrt{-1}$ — уявна одиниця (її в електротехніці прийнято позначати j , щоб не плутати із змінним струмом i).

Індуктивний опір дорівнює

$$X_L = j\omega L, \quad (5.6)$$

де L — індуктивність.

Як видно з виразів (5.5) та (5.6), при постійному струмі (тобто коли $f = 0$) ємнісний опір дорівнює нескінченності (тобто на постійному струмі конденсатор являє собою розрив електричного кола, що в принципі логічно, оскільки він складається з діелектрика між пластинами), а індуктивний опір — дорівнює нулю (тобто котушка індуктивності на постійному струмі являє собою коротке замикання, що в принципі теж логічно, оскільки котушка — це просто певна кількість витків дроту, який, як правило, має дуже малий активний електричний опір).

Якщо послідовно з'єднати резистор, конденсатор і котушку індуктивності, то їх сумарний опір змінному струму (або *імпеданс*) буде комплексним числом:

$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (5.7)$$

В такому випадку дійсна частина цього числа (R) — це активний опір, а уявна ($\omega L - \frac{1}{\omega C}$) — реактивний опір. Вимірювальними приладами (які найчастіше показують *діюче* значення струму та напруги) вимірюється *модуль* цього повного опору:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (5.8)$$

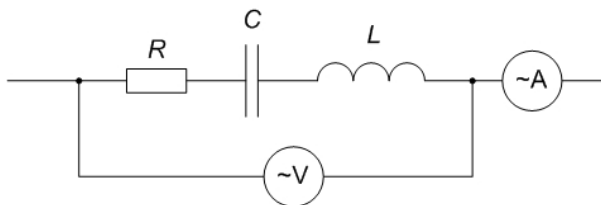


Рис. 5.2

Якщо до такої ланки електричного кола підключити амперметр і вольтметр, як показано на рисунку 5.2, то модуль повного опору можливо безпосередньо обчислити за законом Ома:

$$|Z| = \frac{u}{i}, \quad (5.9)$$

де u та i — діючі значення напруги та струму.

При наявності реактивного опору в ділянці електричного кола фази напруги та струму у виразі (5.4) не співпадають.

Реактивний опір не призводить до втрат електричної енергії.

5. Резонанс. Оскільки реактивний опір є частотно-залежним, то можна підібрати значення частоти ω у виразах (5.7) і (5.8) таким, що уявна частина перетвориться у нуль. Тоді опір такої ділянки кола стає повністю активним, а напруга і струм по виразам (5.4) стають такими, що різниця фаз стає π , або 180° (тобто $|\phi_1 - \phi_2| = \pi$).

Електрично з'єднані конденсатор та котушка при цьому утворюють *коливальний контур* — фізичну систему, в якій можуть утворюватися електричні коривання.

Тоді при послідовному з'єднанні конденсатора і котушки виникає *резонанс напруг* — явище, при якому напруги на конденсаторі та котушці по окремоті сильно перевищують напругу живлення коливального контуру, але, оскільки вони знаходяться у протифазі, вони взаємно компенсують одне одного. При паралельному з'єднанні конденсатора і котушки виникає *резонанс струмів* — в цьому випадку струми

через конденсатор і котушку по окремої значно збільшуються, але через те, що вони знаходяться у протифазі, вони компенсують одне одного.

Незалежно від того, чи маємо послідовний, чи паралельний коливальний контур, та частота, на якій відбувається резонанс (яка так і називається — *резонансна частота*) визначається за *формулою Томсона*:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (5.10)$$

За формулою Томсона резонансна частота отримується в герцах (Гц), якщо ємність підставляється у фарадах (Ф), а індуктивність — в генрі (Гн). Проте на практиці ємності порядку фарад не зустрічаються — як правило, вони мають порядок величини мкФ (10^{-6} Ф), нФ (10^{-9} Ф) і пФ (10^{-12} Ф). Індуктивності трапляються різні - від одиниць нГн до кількох Гн. У реальних коливальних контурів резонансні частоти лежать в діапазоні від кількох кГц до кількох сотень МГц.

5.1.2 Основи роботи з NI Multisim

На рис. 5.3 показане головне вікно NI Multisim 12. Головна ідея при роботі з Multisim полягає в тому, що все повинно бути якомога більш натуральним: значення опорів/ємностей/індуктивностей по замовчуванню не які завгодно, а із стандартних, номінальних рядів значень; вхідні сигнали (струми, напруги) задаються спеціальними елементами (генераторами); вихідні сигнали вимірюються не де завгодно, а за допомогою віртуальних осцилографів, які треба попередньо підключити до певних точок схеми. З одного боку, інші S.P.I.C.E.-симулятори дають більшу свободу дій, але з іншого боку — в реальній практиці розробки та аналізу електронної схеми „в залізі“ все відбувається саме так, як реалізовано в Multisim. З цієї причини для виконання даної лабораторної роботи обрано саме Multisim.

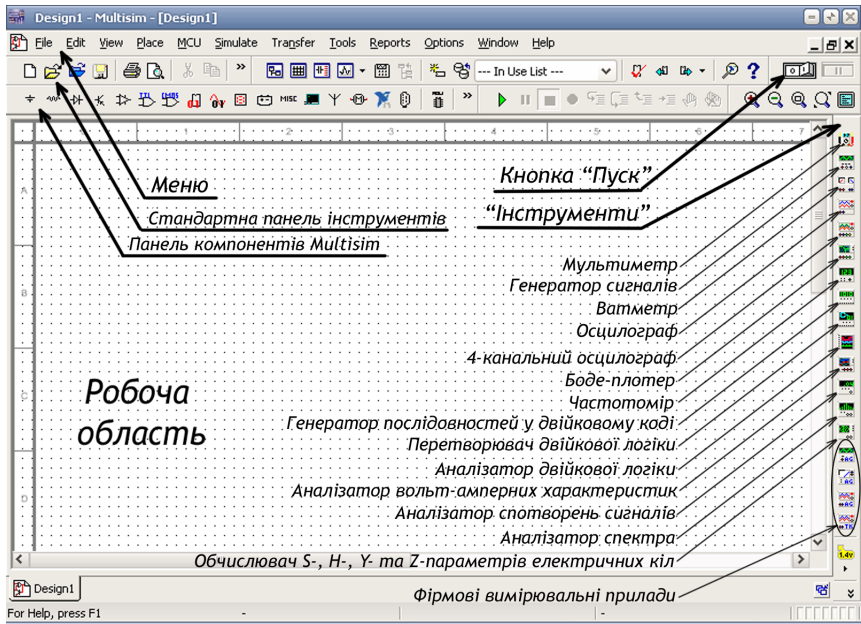


Рис. 5.3

Аналіз роботи електричної принципової схеми в Multisim починається з того, що спочатку схема збирається з *компонентів* (прототипів реальних деталей). Для деяких компонентів (зокрема резисторів, конденсаторів та котушок індуктивності) є можливість вручну виставити значення параметрів, а деякі (діоди, транзистори, операційні підсилювачі тощо) використовуються „як є“ з параметрами, заданими виробником.

Компоненти в Multisim знаходяться на панелі зверху екрана, а вимірювальні пристрої — на панелі праворуч. Основним компонентом Multisim є „земля“ (*Ground* — рис. 5.4) — точка, відносно якої відраховується значення всіх напруг у схемі. Таких „земель“ в схемі може бути скільки завгодно, але фізично всі вони є насправді однією і тією ж точкою з нульовим потенціалом. Без цього компонента схема в Multisim працювати не буде, при спробі запуску її симуляцію буде виведено повідомлення про помилку.

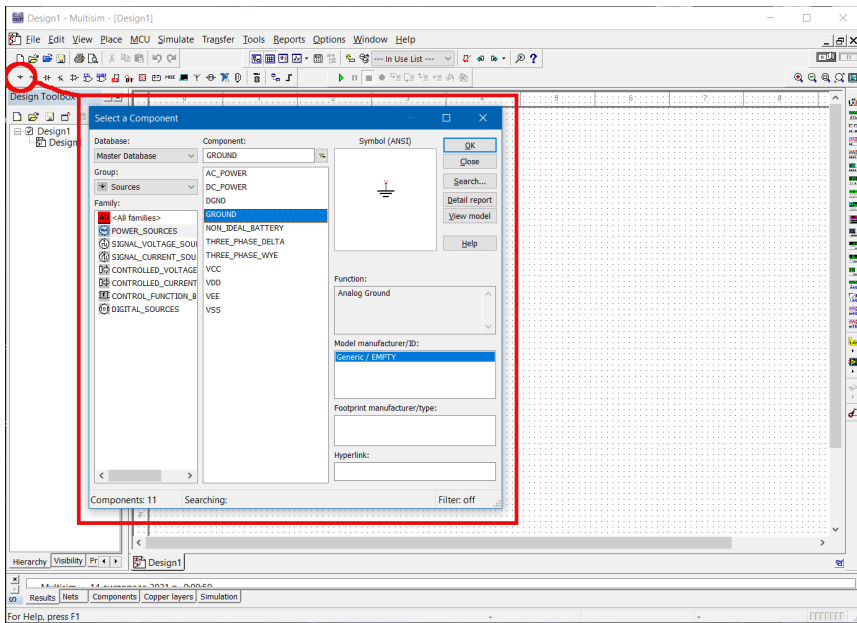


Рис. 5.4

На тому ж рис. 5.4 видно, що компоненти Multisim згруповані по іконкам, а потім по „родинам“ (*Family*). Наприклад, необхідні для даної лабораторної роботи резистори, конденсатори та котушки індуктивності знаходяться після кліку на іконці *Place Basic* у „родинах“ *RESISTOR*, *CAPACITOR* та *INDUCTOR* відповідно (рис. 5.5). Зі списку поруч можна шукати резистор/конденсатор/котушку із стандартним значенням опору/ємності/індуктивності, а можна вибрати для схеми будь-який, а потім вручну виставити потрібне значення параметра.

Для вибору компонента потрібно натиснути кнопку *Ok* у верхньому правому куті вікна. Після поміщення компонента на робоче поле Multisim знову відкриє те ж саме вікно вибору компонента. Якщо більше нічого ставити не потрібно, вікно закривається хрестиком або кнопкою *Close*.

Після того, як компонент поміщений на робоче поле, для того, щоб змінити значення його параметра, на компо-

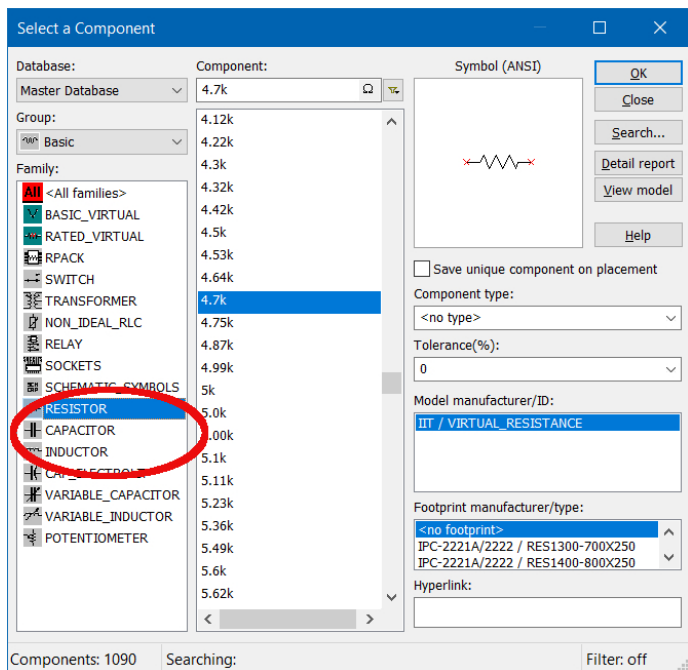


Рис. 5.5

менті можна двічі клікнути лівою кнопкою миші — відкриється вікно властивостей компонента (рис. 5.6), у вкладці *Value* якого можна вручну виставити значення відповідного параметра, після чого підтвердити зміну натисненням кнопки *Ok* внизу вікна. Це вікно також можна відкрити, натиснувши праву кнопку миші на зображенні компонента і вибравши у контекстному меню пункт *Properties*, або виділити компонент і натиснути комбінацію клавіш *Ctrl+M*.

Для того, щоб з'єднати два компоненти, достатньо навести вказівник миші на один з виводів одного компонента — вказівник миші із стрілочки перетвориться на крапочку (електричне з'єднання) — і з натиснутою лівою кнопкою миші достатньо провести лінію до того компонента, з яким потрібно з'єднати перший — і утвориться з'єднання. З'єднані компоненти можна рухати по робочому полю, але

електричне з'єднання при цьому не розривається. Таким же чином відбувається приєднання компонента до провідника.

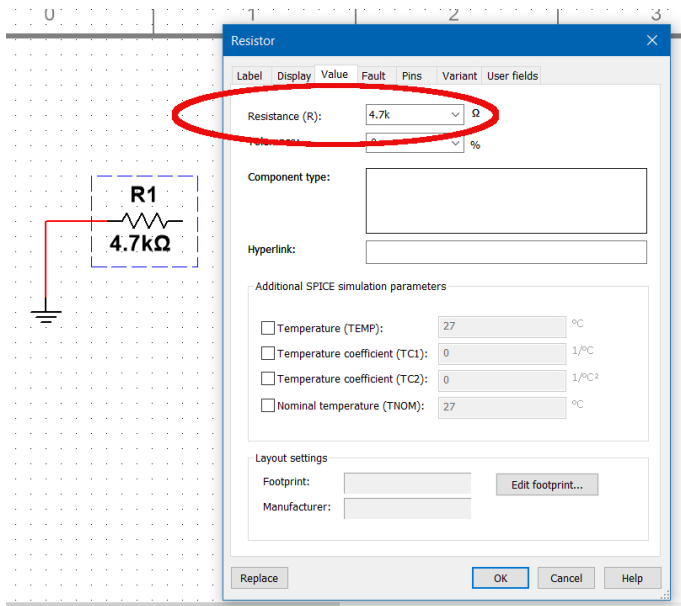


Рис. 5.6

За потреби компоненти можна віддзеркалювати горизонтально чи вертикально, а також обертати. Для цього потрібно виділити компонент, натиснути на ньому праву кнопку миші і вибрати у контекстному меню *Flip horizontally* (або скористатися комбінацією клавіш *Alt + X*), *Flip vertically* (*Alt + Y*), *Rotate 90° clockwise* (*Ctrl + R*), *Rotate 90° counter clockwise* (*Ctrl + Shift + R*).

В Multisim є багато віртуальних вимірювальних пристроїв для аналізу форми та параметрів сигналів, але в даній роботі ми будемо використовувати лише мультиметр і осцилограф. Всі віртуальні вимірювальні прилади згруповані на відповідну панель інструментів, яка розташована вертикально праворуч. Більш детально про використання цих вимірювальних засобів буде далі, по ходу виконання роботи.

5.2 Порядок виконання роботи

Оскільки дана лабораторна робота адаптована під дистанційне навчання, вона виконується за початковими даними згідно варіантів (Таблиця 5.1). Варіант — це порядковий номер студента у загальному списку групи. В таблиці задані значення опорів резисторів R_1 , R_2 та R_3 для виконання завдання 2; значення опору R , ємності C та індуктивності L для виконання завдань 3 і 4. Завдання 1 виконується з довільним значенням активного опору.

Для всіх завдань для спрощення розрахунків прийняти напругу $U = 100$ В, частоту $f = 1000$ Гц, форму зміни напруги — синусоїдальну.

5.2.1 Перевірка закону Ома на постійному та на змінному струмах

1. Зібрати схему, подібну до рис. 5.7. Значення опору резистора може будь-яким.

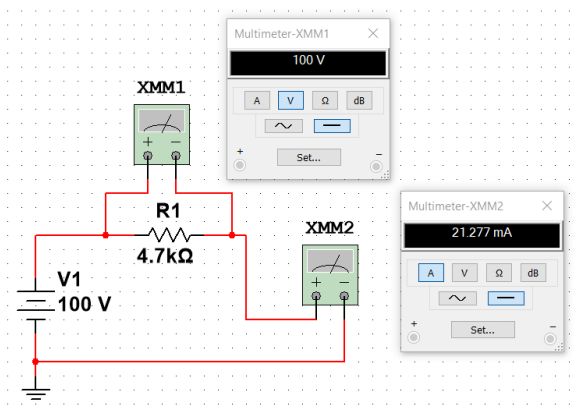


Рис. 5.7

2. Запустити симуляцію. Записати показники вольтметра і амперметра.

Таблица 5.1.

В-Г	R_1 , кОм	R_2 , кОм	R_3 , кОм	R , кОм	C , пФ	L , мГн
1	1,2	1,6	1,8	2,0	2000	100
2	1,0	2,2	1,6	4,7	1000	200
3	2,4	1,5	2,4	3,3	1200	150
4	2,7	1,0	2,2	3,6	1500	220
5	1,1	2,2	3,3	1,0	2000	100
6	1,3	2,4	3,6	2,0	1800	240
7	2,7	1,8	1,2	3,0	1200	200
8	2,0	3,0	1,5	2,2	1500	120
9	1,3	1,5	2,7	1,8	1200	100
10	1,0	2,0	3,0	4,7	1000	240
11	2,0	2,2	1,0	3,3	1000	100
12	2,2	3,3	1,0	2,0	1800	120
13	2,2	1,2	3,6	1,6	1200	270
14	1,8	1,2	2,7	3,0	1500	100
15	2,0	4,7	3,0	1,0	1200	240
16	1,2	1,3	1,6	2,2	1000	300
17	1,1	1,8	2,4	1,8	1800	100
18	1,5	1,5	1,5	1,6	1500	150
19	1,1	2,0	3,6	1,1	2000	200
20	2,4	3,6	1,2	2,2	1800	300
21	3,0	4,7	3,6	1,8	1200	180
22	3,3	4,7	2,4	1,5	1000	300
23	4,7	4,7	4,7	4,7	1200	200
24	1,6	3,0	2,7	2,4	1000	150
25	1,2	1,8	2,4	2,7	1200	220
26	1,5	2,0	1,8	2,2	1200	270
27	1,5	3,0	1,8	2,0	1800	100
28	2,7	2,4	2,2	3,0	2200	100
29	2,2	1,8	1,5	2,0	2000	200
30	2,4	3,6	3,3	3,0	2200	120

3. Розрахувати за законом Ома (5.1) значення опору, порівняти його із опором резистора, що використаний у схемі.
4. Зібрати схему, подібну до рис. 5.8.
5. Перевірити виконання закону Ома на змінному струмі.

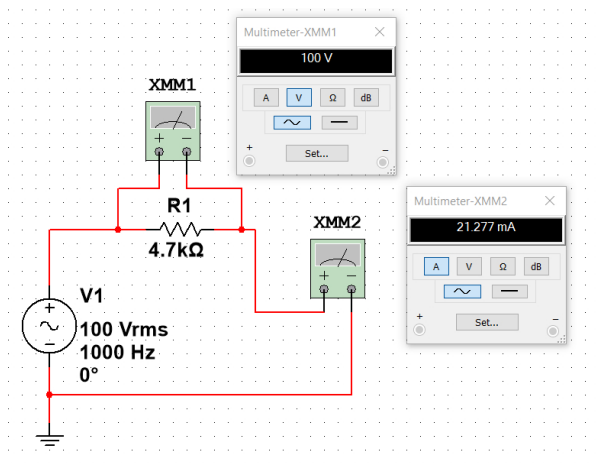


Рис. 5.8

5.2.2 Вимірювання сумарного активного опору послідовного та паралельного з'єднання резисторів

6. Зібрати схему, подібну до рис. 5.9. Значення опорів резисторів — відповідно до варіанту.
7. Запустити симуляцію. Перевірити правильність формули для визначення сумарного опору послідовно з'єднаних опорів.
8. Зібрати схему, подібну до рис. 5.10.
9. Запустити симуляцію. Перевірити правильність формули для визначення сумарного опору паралельно з'єднаних опорів.

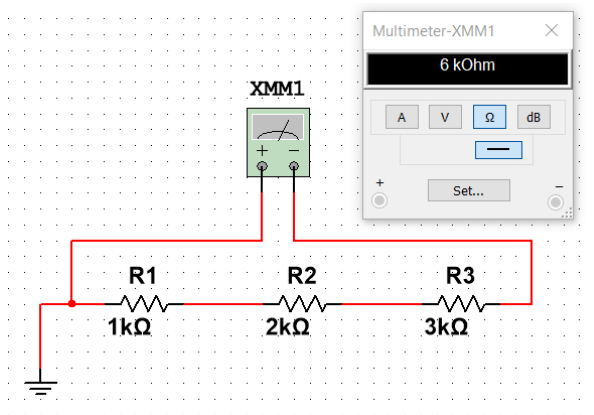


Рис. 5.9

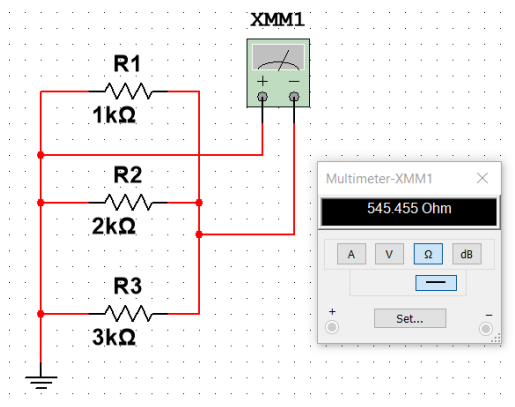


Рис. 5.10

5.2.3 Вимірювання реактивного опору

10. Зібрати схему, подібну до рис. 5.11. Значення R , C та L — відповідно до варіанту.
11. За показниками вольтметра та амперметра визначити модуль комплексного опору з'єдних компонентів.
12. Перевірити значення модуля комплексного опору за формулою (5.8).

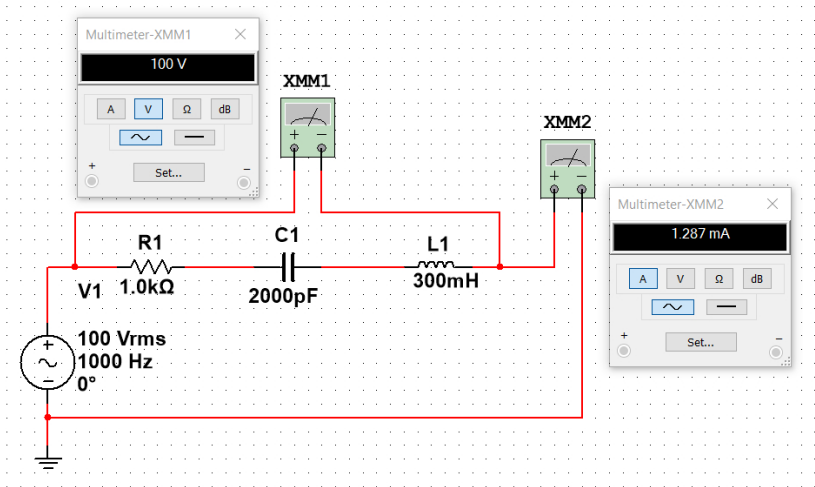


Рис. 5.11

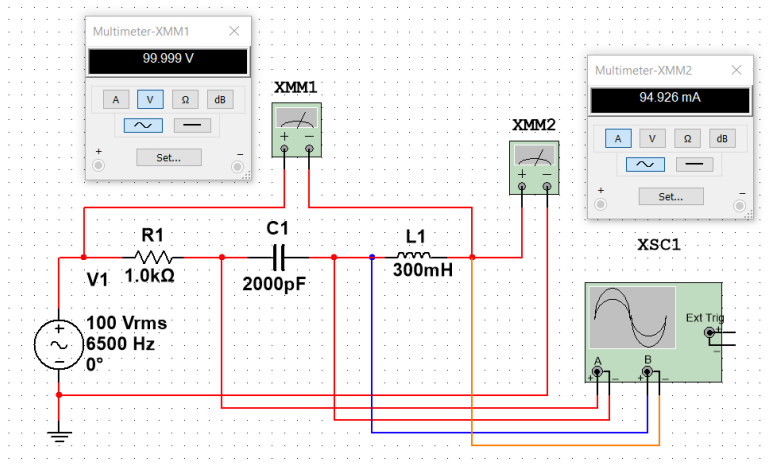


Рис. 5.12

5.2.4 Спостереження резонансу напруг в послідовному коливальному контурі

13. Для попередньої схеми за формулою Томсона (5.10) визначити резонансну частоту.

14. Замінити в схемі початкове значення частоти 1000 Гц на розраховане. Додати в схему осцилограф (як на рис. 5.12) і показати, що в ній відбувається резонанс напруг (рис. 5.13).

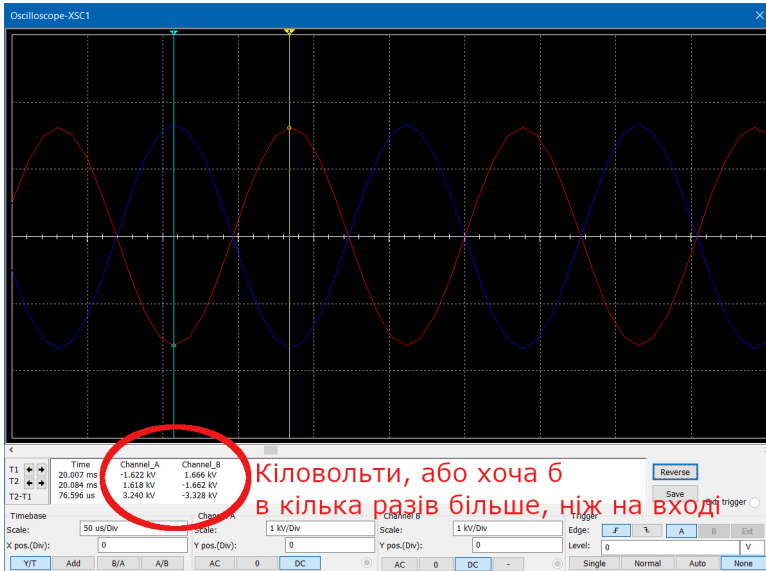


Рис. 5.13

5.3 Зміст звіту

Оформлювати звіт рекомендується в наступній послідовності.

1. Титульна сторінка.
2. Назва та мета роботи.
3. Варіант та початкові дані.
4. Скріншот зібраної схеми для вимірювання опору методом вольтметра/амперметра на постійному струмі. Результат розрахунку опору.
5. Скріншот зібраної схеми для вимірювання опору методом вольтметра/амперметра на змінному струмі. Результат розрахунку опору.

6. Скріншот зібраної схеми послідовного з'єднання резисторів. Результат розрахунку сумарного опору.
7. Скріншот зібраної схеми паралельного з'єднання резисторів. Результат розрахунку сумарного опору.
8. Скріншот схеми для вимірювання модуля комплексного опору методом вольтметра/амперметра. Результат розрахунку модуля комплексного опору за показниками приладів та за параметрами резистора/конденсатора/котушки індуктивності.
9. Результат розрахунку резонансної частоти. Осцилограма резонансних сигналів.
10. Висновки. Чи зійшлися розрахунки модуля комплексного опору двома різними методами? Наскільки резонансна частота відрізняється від початкових 1000 Гц?

5.4 Контрольні запитання

1. Що таке активний опір?
2. Що таке реактивний опір?
3. Які бувають реактивні опори? Який їх фізичний зміст?
4. Як визначити ємнісний та індуктивний реактивний опір?
5. Що таке резонанс?
6. Як визначити резонансну частоту?
7. Який характер має електричний опір при резонансі?
8. Чим небезпечний резонанс електричних сигналів?
9. Чим корисний резонанс електричних сигналів?
10. Який фізичний зміст комплексного опору?
11. Чому на конденсаторі та котушці в резонансі сигнали знаходяться у протифазі?
12. Як формулюється закон Ома?
13. В чому різниця між законом для ділянки кола та для повного електричного кола?

Лабораторна робота 6

Постійний електричний струм. Закони Кірхгофа

Мета роботи: отримати уявлення про елементарні електричні схеми, навчитися їх розраховувати, а також перевіряти експериментально результати розрахунків. Навчитися користуватися законами Кірхгофа.

Обладнання: NI Multisim ¹

6.1 Короткі теоретичні відомості

Електричний струм — це направлений рух заряджених частинок під дією електрорушійної сили (е.р.с.). Розрізняють електричний струм I роду, або *струм провідності* (він обумовлений рухом електронів і не супроводжується перенесенням речовини), електричний струм II роду, або *конвекційний струм* (він обумовлений рухом іонів та супроводжується перенесенням речовини, характерний для тіл у рідкому агрегатному стані) та *струм зміщення* (короткочасні електричні струми внаслідок зміщення зв'язаних електричних зарядів під дією зовнішнього електричного поля).

¹Дана лабораторна робота виконується за допомогою програмного симулятора електричних явищ.

Кількісно електричний струм характеризується диференційною векторною величиною *густиною струму*, або у разі струму в дротах — інтегральною величиною, *силою струму*.

Густина струму — це векторна величину, що визначається як величина заряду, яка протікає крізь одиничну площу за одиницю часу. Вона позначається, зазвичай, латинською літерою **j** (жирний шрифт вказує на те, що це векторна величина):

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E},$$

де σ — питома електрична провідність середовища, а \mathbf{E} — напруженість електричного поля.

Силою струму (або просто струмом), що протікає провідником з площею поперечного перерізу S називається величина, яка відповідає кількості заряду Δq , переміщеному крізь переріз провідника за проміжок часу Δt :

$$I = \int_S \mathbf{j} ds = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

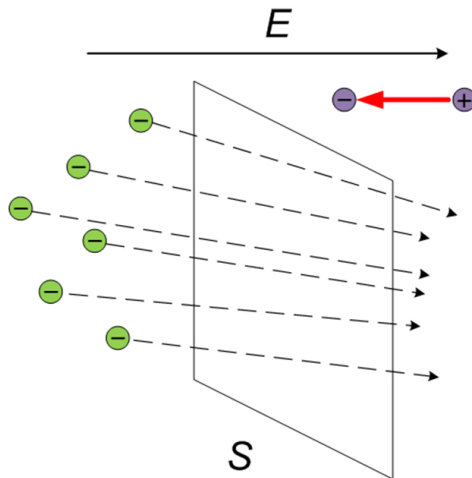


Рис. 6.1

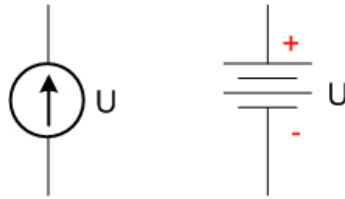


Рис. 6.2

Основними фізичними законами електричного струму є закон Ома для ділянки кола та повного кола, закон Джоуля–Ленца та закони Кірхгофа.

За *умовний* напрямок струму вибирають рух позитивно заряджених частинок. Отже, напрямок струму в металевих провідниках є протилежним до напрямку руху електронів.

У типових задачах, пов'язаних із електричним струмом, як правило, є відомими опори та напруги джерел живлення, а потрібно знайти невідомі струми. Також у задачі задається *схема електричного кола* — умовне позначення елементів електричного кола та з'єднань між ними.

Джерело напруги, або джерело е.р.с. позначається так, як показано на рис. 6.2. Ліворуч показане загальне позначення, коли напруга може бути як постійною, так і змінною. Стрілка вказує *умовний* позитивний напрямок. Праворуч показаний гальванічний елемент, який виробляє лише постійну напругу.

Частина електричної схеми між двома вузлами називається *гілкою*. Послідовність гілок, при якій утворюється замкнене коло, причому хоча б у одній гілці повинне бути джерело напруги, називається *контуром*. Для того, щоб точно сказати, скільки у схемі вузлів та контурів, її потрібно попередньо проаналізувати. Наприклад, на рисунку 6.3 ліворуч показана схема з шістьма вузлами. На перший погляд може здатися, що у схемі чотири контури та вісім гілок, але це не так. І вузлів у схемі також менше. Якщо уважно подивитися, то вузли 1 та 2 можна об'єднати в один вузол, і те ж саме можна зробити із вузлами 3, 4 і 5. Так можна робити,

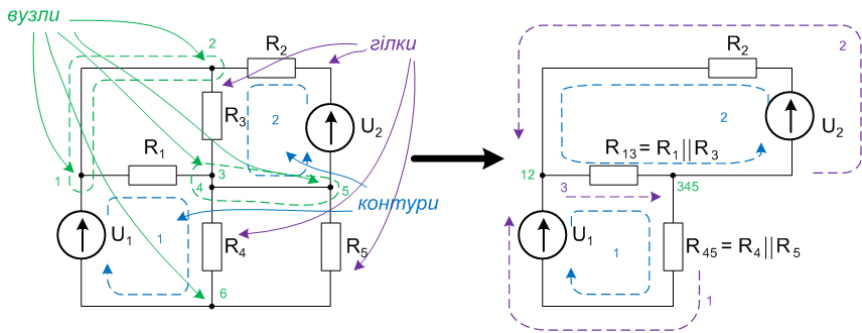


Рис. 6.3

тому що гілки між вузлами 1 і 2, а також між 3 і 4 та 4 і 5 не мають ніяких елементів — це просто дріт, такі гілки із схеми можна видаляти, не забуваючи при цьому об'єднувати вузли. Якщо так зробити, то виявиться, що опори R_1 і R_3 з'єднані паралельно, і також паралельно з'єднані опори R_4 та R_5 . На рисунку праворуч показана перетворена схема, на ній названі вузли об'єднані у нові вузли (позначені зеленим кольором — 12 і 345), а опори R_{13} та R_{45} є результатом об'єднання опорів по формулі для паралельного з'єднання опорів. Таким чином, насправді цю схему можна розглядати як таку, що складається із двох контурів (позначені синім кольором) і трьох гілок (позначені фіолетовим кольором).

Для окремих частин електричного кола справедливі *закопи Кірхгофа*². Перший закон Кірхгофа формулюється для вузлів (його ще називають законом вузлової точки) і він стверджує, що

Алгебраїчна сума струмів на будь-якому вузлі електричної схеми дорівнює нулю:

$$\sum_{k=1}^K I_k = 0. \quad (6.1)$$

²Оскільки ще існує закон Кірхгофа для випромінювання та закон Кірхгофа для теплового ефекту хімічної реакції, то ці два закони для електротехніки часто називають *правилами Кірхгофа*

При розв'язанні задач струми у гілках електричної схеми напрямки струмів розставляють майже довільно. „Майже“ — тому що якщо у деякій гілці є джерело е.р.с., у якого заданий умовний позитивний напрямок, то, як правило, напрямок струму у цій гілці вибирається такий самий. Проте якщо вибрати протилежний напрямок струму, то все одно для схеми можна скласти всі рівняння та розв'язати їх. Якщо ж у гілці немає джерела е.р.с., то напрямок струму вибирається такий самий, як при обході контуру, до якого входить ця гілка. Якщо ж гілка входить одночасно у два контури (як гілка між вузлами 12 та 345 на рис. 6.3) — то напрямок струму в ній дійсно можна вибирати довільним. Якщо при розв'язанні рівнянь для якогось струму виходить від'ємне значення, то це означає, що *реальний* напрямок цього струму протилежний до того, який був припущений, щоб скласти рівняння.

По першому закону Кірхгофа складається кількість рівнянь, на одиницю менша, ніж кількість вузлів у схемі. Прийнято позначати струми, які ”втікають“ у вузол, із знаком «+», а ті, які ”витікають“ з нього — із знаком «-».

Другий закон Кірхгофа стосується контурів, і він говорить, що

Вздовж замкненого контуру сума падінь напруги дорівнює сумі всіх е.р.с., що діють в цьому контурі:

$$\sum_{k=1}^K I_k R_k = \sum_{m=1}^N E_m. \quad (6.2)$$

Важливо відзначити, що кількість гілок у контурі (K) може не співпадати з кількістю джерел е.р.с. (N) — тобто в окремих гілках схеми може не бути джерела е.р.с.

При складанні рівняння за другим законом Кірхгофа потрібно вибрати напрямок обходу контуру — за годинниковою стрілкою чи проти. Як правило, напрямок обирається

такий самий, як направлене основне джерело напруги у цьому контурі.

По другому закону Кірхгофа складається така кількість рівнянь, щоб загальна кількість рівнянь по першому закону і другому дорівнювала кількості невідомих струмів. Наприклад, схема, представлена на рис. 6.3, має два вузли і два контури. Таким чином, для неї буде складено одне рівняння по першому закону Кірхгофа, і два рівняння по другому закону Кірхгофа — всього три рівняння. Невідомими у цій системі рівнянь будуть струми гілок — а гілок у схемі три.

Важливо відзначити, що всі рівняння, які складаються по законам Кірхгофа є лінійними, а методи розв'язування систем лінійних рівнянь добре вивчені і алгоритмізовані (тобто при їх розв'язуванні не потрібно проявляти ніякої творчості — це суто механічна робота, яку можна покласти на комп'ютерну програму) за допомогою алгебри матриць.

Закони Кірхгофа є прямим наслідком закону збереження енергії. Вони можуть бути застосовані для розрахунку електричних схем будь-якої складності, проте для достатньо складних схем в електротехніці часто використовуються модифіковані методи — метод *контурних струмів* та метод *вузлових потенціалів*. Зокрема, саме метод вузлових потенціалів лежить в основі роботи SPICE-симуляторів — САПР³ для розробки електронних схем.

Приклад. Розрахувати струми у гілках даної електричної схеми (рис. 6.4), якщо:

$$R_1 = 100 \text{ Ом},$$

$$R_2 = 200 \text{ Ом},$$

$$R_3 = 300 \text{ Ом},$$

$$U_1 = 9 \text{ В},$$

$$U_2 = 12 \text{ В}.$$

³САПР — системи автоматизованого проектування — пакети програм інженерного призначення для проектування і моделювання роботи різноманітних схем, конструкцій, пристроїв.

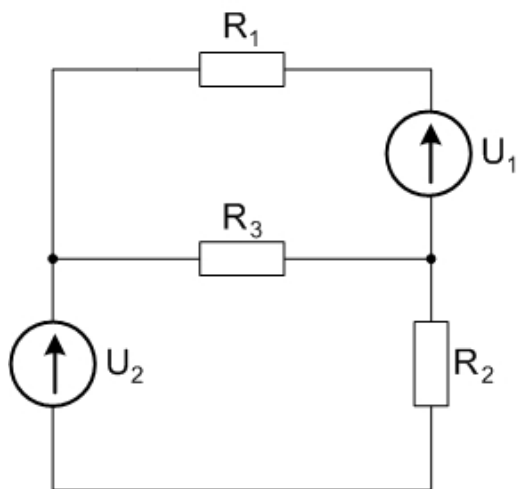


Рис. 6.4

Розв’язання Задачі на розрахунок струмів у гілках електричної схеми розв’язуються шляхом складання системи лінійних рівнянь по законам Кірхгофа. Для цього спочатку потрібно розставити напрямки протікання струмів та напрямки обходу контурів (для 2-го закону Кірхгофа) — рис. 6.5.

У даній схемі два вузли (на рис. 6.5 позначені зеленими цифрами 1 і 2) і три гілки. Позначимо суцільними фіолетовими лініями струми відповідно до гілок: струм I_1 протікає через опір R_1 , струм I_2 — через опір R_2 , і струм I_3 — через опір R_3 . Виділимо в схемі два контури: перший буде включати опори R_1 та R_3 і в ньому діє е.р.с. U_1 , а другий буде включати опори R_2 та R_3 і в ньому діє е.р.с. U_2 . Напрямки обходу контурів виберемо такими, як і у відповідних струмів (на рис. 6.5 напрямки обходу контурів показані синіми штриховими лініями).

По першому закону Кірхгофа складається на одне рівняння менше, ніж вузлів у схемі. Прийнято струм, який „втікає“ у вузол позначати із знаком «+», а струм, який „вті-

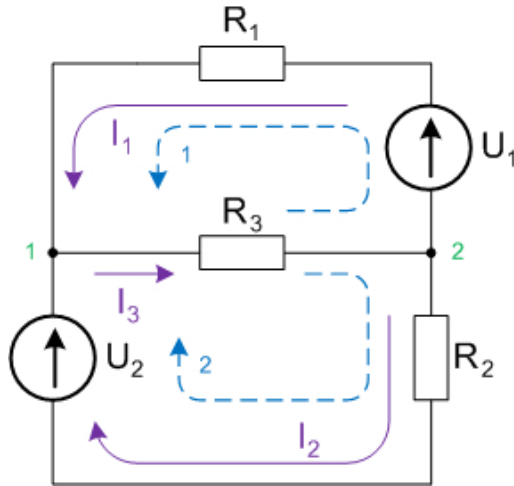


Рис. 6.5

кає“ з вузла — із знаком «-». Тоді для 1-го вузла

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (6.3)$$

Оскільки у задачі три невідомих струми, то потрібно мати систему із трьох рівнянь. Недостаючі два рівняння треба скласти згідно другого закону Кірхгофа.

Для першого контура рівняння по другому закону Кірхгофа запишеться наступним чином:

$$I_1 R_1 + I_2 \cdot 0 + I_3 R_3 = U_1. \quad (6.4)$$

При струмі I_2 в цьому рівнянні стоїть 0, оскільки цей струм в даному контурі не протікає, і у рівняння для цього контуру він входить не повинен. Але, оскільки треба буде скласти систему рівнянь, яку треба буде розв'язувати, мусимо поставити у матрицю системи якийсь коефіцієнт. Тому ставимо 0.

Аналогічно для 2-го контура:

$$I_1 \cdot 0 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = U_2. \quad (6.5)$$

Знаки у рівняннях, які складаються по другому закону Кірхгофа, розставляються згідно наступного принципу: якщо напрямок струму у гілці, що входить у контур, співпадає із напрямком обходу контура, то перед таким струмом ставиться знак «+», якщо ні — то «-». Аналогічно із знаком напруги у правій частині рівняння — якщо напрямок е.р.с. співпадає із напрямком обходу контура — то ця напруга входить у рівняння із знаком «+», якщо ні — то із знаком «-». Якщо якийсь струм у контурі відсутній (тобто гілка, у якій протікає цей струм, у даний контур не входить) — то біля такого струму ставиться коефіцієнт 0, і тоді байдуже, з яким знаком його записувати.

Отже, зводимо рівняння (6.3) — (6.5) у одну систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 R_1 + I_2 \cdot 0 + I_3 R_3 = U_1 \\ I_1 \cdot 0 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = U_2 \end{cases}$$

і підставляємо у неї всі числа:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 100I_1 + 0 \cdot I_2 + 300I_3 = 9 \\ 0 \cdot I_1 + 200I_2 + 300I_3 = 12 \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 100 & 0 & 300 \\ 0 & 200 & 300 \end{vmatrix} = -1,1 \cdot 10^5,$$

$$\Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 9 & 0 & 300 \\ 12 & 200 & 300 \end{vmatrix} = -900,$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 100 & 9 & 300 \\ 0 & 12 & 300 \end{vmatrix} = -2,1 \cdot 10^3,$$

$$\Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 100 & 0 & 9 \\ 0 & 200 & 12 \end{vmatrix} = -3 \cdot 10^3,$$

$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta} = \frac{-900}{-1,1 \cdot 10^5} = 0,008 \text{ A} = 8 \text{ mA},$$

$$I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta} = \frac{-2,1 \cdot 10^3}{-1,1 \cdot 10^5} = 0,019 \text{ A} = 19 \text{ mA},$$

$$I_3 = \frac{\Delta_{I_3}}{\Delta} = \frac{-3 \cdot 10^3}{-1,1 \cdot 10^5} = 0,027 \text{ A} = 27 \text{ mA}.$$

Перевірка струмів по першому рівнянню показує, що

$$8 \text{ (mA)} + 19 \text{ (mA)} = 27 \text{ (mA)},$$

тобто баланс струмів сходиться.

Відповідь: $I_1 = 8 \text{ mA}$, $I_2 = 19 \text{ mA}$, $I_3 = 27 \text{ mA}$.

Тепер перевіримо отриманий результат за допомогою NI Multisim (рис. 6.6). Як бачимо, амперметри показують ті самі числа, що й були розраховані.

6.2 Порядок виконання роботи

Робота виконується згідно варіанту за таблицею 6.1. На рисунку 6.7 представлені схеми для розрахунку. Кожна схема має по 5 гілок і, таким чином, для її розрахунку доведеться скласти систему з 5-ти рівнянь. В таблиці 6.1 задані значення опорів (в омах) та напруг (у вольтах).

Потрібно для заданої схеми скласти систему рівнянь за правилами Кірхгофа, обчислити струми в гілках, а потім скласти цю схему у NI Multisim та експериментально перевірити свій результат.

Зверніть також увагу на те, що деякі струми у результаті можуть отриматися із знаком «-». Це означає, що з самого початку напрямом таких струмів був обраний неправильно — реально ці струми протікають у протилежному

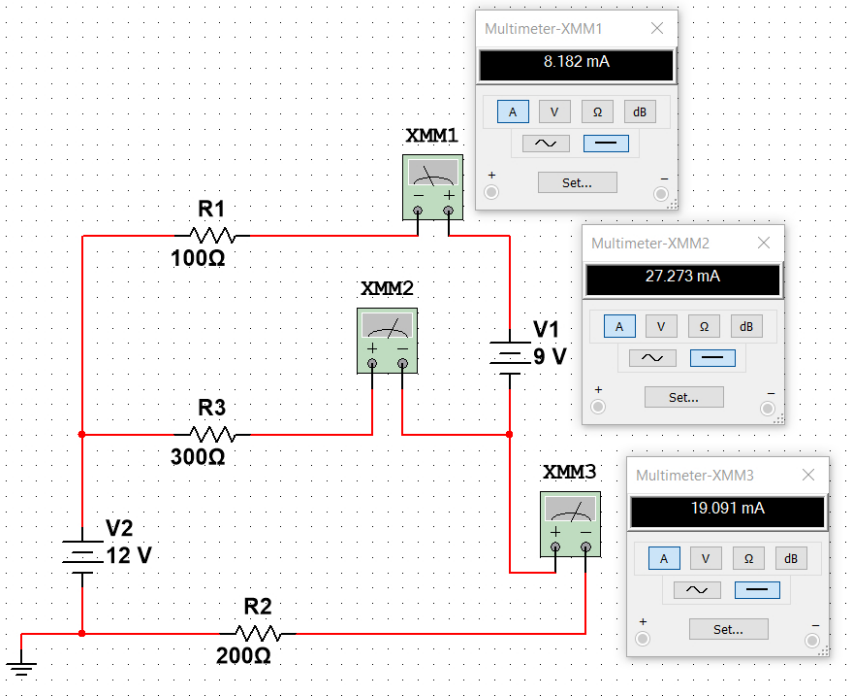


Рис. 6.6

напрямку. Тому після завершення розрахунку є сенс навести схему з правильними напрямками струмів. Також по цим напрямкам слід орієнтуватися, включаючи амперметри в моделі схеми в NI Multisim.

Таблица 6.1.

В-т	Схема	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	E_1	E_2	E_3
1	A	10	12	20	20	10	6	9	12
2	B	12	16	10	12	20	12	9	6
3	C	15	12	18	15	12	6	12	9
4	D	10	22	16	16	20	9	15	12
5	E	22	13	10	24	10	6	15	9
6	F	24	16	20	18	24	9	12	6
7	A	18	12	30	12	16	12	9	6
8	B	33	15	22	15	12	6	9	12
9	C	15	27	18	15	11	12	9	6
10	D	20	30	24	12	24	6	15	12
11	E	22	10	33	10	18	6	9	12
12	F	33	12	20	18	16	15	6	12
13	A	12	36	15	10	27	6	9	12
14	B	12	27	30	15	11	12	9	6
15	C	47	30	10	12	24	6	15	12
16	D	13	16	22	13	30	12	6	9
17	E	18	24	18	18	10	6	9	12
18	F	15	15	16	16	18	6	15	9
19	A	20	36	11	20	20	15	9	12
20	B	36	12	24	18	33	6	9	12
21	C	24	36	18	12	18	6	9	12
22	D	13	24	15	10	30	12	15	9
23	E	20	47	47	12	20	6	9	12
24	F	30	27	24	18	15	15	9	12
25	A	18	24	27	12	22	15	6	12
26	B	20	18	22	15	27	12	9	6
27	C	30	18	20	18	10	6	9	12
28	D	24	22	30	22	12	15	9	12
29	E	18	15	20	20	20	12	6	9
30	F	36	33	30	22	12	6	9	12

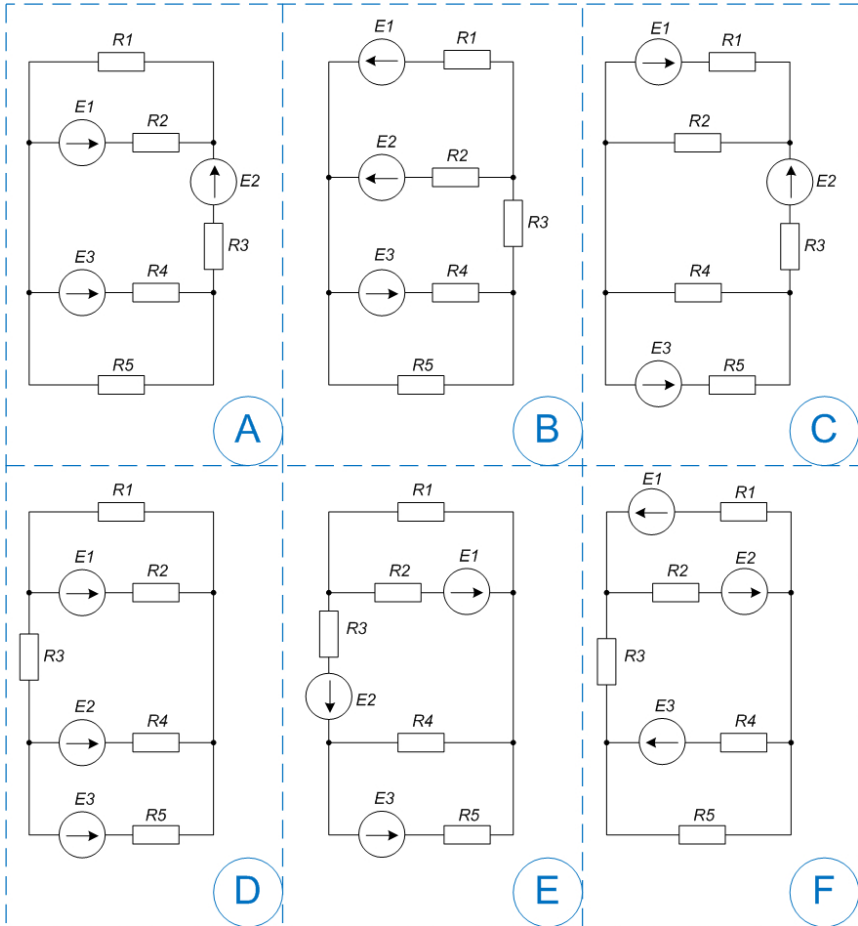


Рис. 6.7

6.3 Зміст звіту

Оформлювати звіт рекомендується в наступній послідовності.

1. Титульна сторінка.
2. Назва та мета роботи.
3. Варіант та початкові дані.
4. Схема із проставленими на ній напрямками і позначеннями невідомих струмів, напрямками обходу контурів.

5. Система рівнянь, складена по законам Кірхгофа для даної схеми.
6. Хід розв'язання складеної системи рівнянь.
7. Результат розв'язання системи.
8. Скріпот зібраної схеми. Перевірка отриманого результату.
9. Остаточна схема з *правильними* напрямками струмів.
10. Висновки. Чи зійшлися розрахунки струмів у схемі з результатами моделювання? Чи довелося в якійсь гілці схеми за результатами розрахунків поміняти обраний спочатку напрямок струму?

6.4 Контрольні запитання

1. Що таке електричний струм?
2. Чим відрізняється постійний електричний струм від змінного?
3. Що таке „умовний напрямок“ електричного струму?
4. Що таке гілка електричної схеми?
5. Що таке контур електричної схеми?
6. Що таке вузол електричної схеми?
7. Як формулюється перший закон Кірхгофа?
8. Скільки рівнянь для схеми складається по першому закону Кірхгофа?
9. Як формулюється другий закон Кірхгофа?
10. Скільки рівнянь складається по другому закону Кірхгофа?
11. Як визначити, який повинен бути порядок системи рівнянь для розрахунку схеми по законам Кірхгофа?

Правила обробки результатів вимірювання

Цей додаток містить правила оцінювання похибок прямих та непрямих вимірювань. Ці правила є спільними для всіх лабораторних робіт.

Прямі вимірювання

1. Після виконання n вимірювань фізичної величини x дістають деякі її значення x_1, x_2, \dots, x_n . Кількість вимірювань n залежить від природи вимірюваної величини, точності вимірювальних інструментів та в кожному конкретному випадку визначається окремо.
2. Знаходять середнє арифметичне значення вимірюваної величини:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

3. Визначають випадкові абсолютні похибки вимірювання:

$$\Delta x_1 = x_1 - \bar{x}, \Delta x_2 = x_2 - \bar{x}, \dots, \Delta x_n = x_n - \bar{x}.$$

4. Оцінюють середню квадратичну похибку $S_{\bar{x}}$ середнього арифметичного:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2}{n(n-1)}}.$$

5. Беруть значення довірчої ймовірності p . Найчастіше вибирається значення $p = 0,95$.
6. За числом вимірювань n та довірчою імовірністю p з таблиці знаходять коефіцієнт Стьюдента $t_p(n)$.

n	p						
	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
2	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,159
11	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
20	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
30	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	0,842	1,037	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581

7. Визначають *абсолютну випадкову похибку*:

$$\Delta x_{\text{вип}} = t_p(n) \cdot S_{\bar{x}}. \quad (1^*)$$

8. Визначають межу основної похибки δ , яку допускає засіб вимірювання⁴ (наприклад, для штангенциркуля $\delta_{\text{ш}} = 0,1$ мм, для електронних вагів $\delta_{\text{в}} = 0,01$ г тощо).
9. Із таблиці знаходять коефіцієнт Стьюдента для нескінченно великого числа вимірювань $t_p(\infty)$.
10. Визначають *інструментальну похибку*:

$$\Delta x_{\text{інстр}} = \frac{t_p(\infty)\delta}{\sqrt{3}}. \quad (2^*)$$

⁴По великому рахунку, це те ж саме, що і ціна поділки пристрою.

11. Визначають межу похибки відліку v як половину ціни поділки вимірювального пристрою:

$$v = \frac{\delta}{2}.$$

12. Визначають *похибку відліку*:

$$\Delta x_{\text{відл}} = pv. \quad (3^*)$$

13. На основі результатів формул (1*), (2*) і (3*) знаходять повну *абсолютну похибку* прямого вимірювання:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{вип}}^2 + \Delta x_{\text{інстр}}^2 + \Delta x_{\text{відл}}^2}.$$

Записують остаточний результат у формі

$$\boxed{x = \bar{x} \pm \Delta x}$$

Приклад. Під час вимірювання довжини бруска штангенциркулем п'ять разів були отримані наступні результати: $l_1 = 12,0$ мм; $l_2 = 11,9$ мм; $l_3 = 12,1$ мм; $l_4 = 12,0$ мм; $l_5 = 11,9$ мм. Довірча ймовірність $p = 0,95$.

1. Середнє:

$$\bar{l} = \frac{12,0 + 11,9 + 12,1 + 12,0 + 11,9}{5} = 11,98 \text{ мм.}$$

2. Відхилення:

$$\Delta l_1 = 12,0 - 11,98 = 0,02 \text{ мм,}$$

$$\Delta l_2 = 11,9 - 11,98 = -0,08 \text{ мм,}$$

$$\Delta l_3 = 12,1 - 11,98 = 0,12 \text{ мм,}$$

$$\Delta l_4 = 12,0 - 11,98 = 0,02 \text{ мм,}$$

$$\Delta l_5 = 11,9 - 11,98 = -0,08 \text{ мм.}$$

3. Середня квадратична похибка:

$$S_{\bar{l}} = \sqrt{\frac{0,02^2 + (-0,08)^2 + 0,12^2 + 0,02^2 + (-0,08)^2}{5 \cdot 4}} = 0,037.$$

4. З таблиці Стьюдента для $n = 5$ та $p = 0,95$ знаходять коефіцієнт Стьюдента $t_{0,95}(5) = 2,571$.
5. Випадкова похибка

$$\Delta l_{\text{вип}} = 2,571 \cdot 0,037 = 0,095 \text{ мм.}$$

6. Ціна поділки штангенциркуля $\delta_{\text{ш}} = 0,1$ мм.
7. Коефіцієнт Стьюдента для нескінченно великого числа вимірювань при $p = 0,95$ $t_{0,95}(\infty) = 1,962$.
8. Інструментальна похибка

$$\Delta l_{\text{інстр}} = \frac{1,962 \cdot 0,1}{\sqrt{3}} = 0,113 \text{ мм.}$$

9. Похибка відліку

$$\Delta l_{\text{відл}} = 0,95 \cdot \frac{0,1}{2} = 0,0475 \text{ мм.}$$

10. Повна абсолютна похибка

$$\Delta l = \sqrt{0,095^2 + 0,113^2 + 0,0475^2} = 0,155 \text{ мм.}$$

Кінцевий результат: $l = (11,98 \pm 0,155) \text{ мм.}$

Непрямі вимірювання

1. З'ясовують, який вигляд має функція вимірювання $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ та від яких конкретно змінних x_1, x_2, \dots, x_k вона залежить:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

2. Знаходять похибки прямих вимірювань всіх змінних, які входять до складу функції f :

$$x_1 = \bar{x}_1 \pm \Delta x_1,$$

$$x_2 = \bar{x}_2 \pm \Delta x_2,$$

...

$$x_k = \bar{x}_k \pm \Delta x_k.$$

3. Визначають середнє значення невідомої величини

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k).$$

4. Знаходять відносну похибку

$$\varepsilon_y = \sqrt{\left(\frac{\partial(\ln y)}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial(\ln y)}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial(\ln y)}{\partial x_k} \Delta x_k\right)^2}$$

5. Визначають абсолютну похибку

$$\Delta y = \varepsilon_y \bar{y}.$$

Записують остаточний результат у формі

$$\boxed{y = \bar{y} \pm \Delta y}$$

Приклад. Під час вимірювання густини зразка з деякого матеріалу у формі прямокутного паралелепіда були отримані такі величини його геометричних розмірів та маси:

$$a = (120,3 \pm 0,15)\text{мм},$$

$$b = (18,4 \pm 0,15)\text{мм},$$

$$c = (10,3 \pm 0,15)\text{мм},$$

$$m = (61,55 \pm 0,04)\text{г}.$$

Тоді середній об'єм зразка:

$$\bar{V} = \bar{a}\bar{b}\bar{c} = 120,3 \cdot 18,4 \cdot 10,3 = 22799 \text{ мм}^3 \text{ або } 22,799 \text{ см}^3.$$

Функція вимірювання має вигляд

$$\rho = \frac{m}{abc},$$

тобто вона залежить від змінних a, b, c і m .

Знаходимо середню густину

$$\bar{\rho} = \frac{61,55}{120,3 \cdot 18,4 \cdot 10,3} \approx 2,7 \text{ г/см}^3.$$

Для оцінки середньої похибки визначимо частинну похідну $\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial a}$:

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial a} = \left(\ln \frac{m}{abc} \right)'_a = \frac{abc}{m} \cdot \frac{m}{bc} \cdot \left(-\frac{1}{a^2} \right) = -\frac{1}{a}.$$

Аналогічно можливо визначити, що

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial b} = -\frac{1}{b},$$

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial c} = -\frac{1}{c},$$

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} = \frac{1}{m}.$$

Таким чином, формула для розрахунку відносної похибки густини прийме вигляд:

$$\varepsilon_{\rho} = \sqrt{\left(-\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta c}{c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2}.$$

Для того, щоб за цією формулою отримати число, необхідно в неї підставити *середні* значення:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\rho} &= \sqrt{\left(-\frac{\Delta a}{\bar{a}}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta b}{\bar{b}}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta c}{\bar{c}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{\bar{m}}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(-\frac{0,15}{120,3}\right)^2 + \left(-\frac{0,15}{18,4}\right)^2 + \left(-\frac{0,15}{10,3}\right)^2 + \left(\frac{0,04}{61,55}\right)^2} \approx \\ &\approx 0,017, \text{ або } 1,7\%.\end{aligned}$$

Таким чином, абсолютна похибка буде дорівнювати

$$\Delta\rho = 0,017 \cdot 2,7 = 0,05 \text{ г/см}^3.$$

Кінцевий результат: $\rho = (2,7 \pm 0,05) \text{ г/см}^3$.

Література

1. The Feynman Lectures on Physics, Volume I. Mainly mechanics, radiation, and heat. On-line edition (September, 2013):
https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_toc.html
2. The Feynman Lectures on Physics, Volume II. Mainly electromagnetism and matter. On-line edition (September, 2013):
https://www.feynmanlectures.caltech.edu/II_toc.html
3. The Feynman Lectures on Physics, Volume III. Quantum mechanics. On-line edition (September, 2013):
https://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_toc.html
4. *Воловик П.М.* Фізика: Для університетів. — Київ, Ірпінь: Перун, 2005. — 864 с. ISBN 966-569-172-4
5. *Кармазін В.В., Семенець В.В.* Курс загальної фізики. Навчальний посібник для вищих навчальних закладів. — Київ: Кондор, 2016. — 786 с.
6. Фізика для університетів: підручник з фізики Янга і Фрідмана (Addison Wesley Logman Inc.), 1516 стор. /Затверджено Міністерством освіти і науки України як підручник для студентів вищих навчальних закладів (лист Міністерства освіти і науки України від №1/11-3155). Режим доступу:
https://nautilus.com.ua/download/brief_physics.pdf

