

Індивідуальне домашнє завдання з теми РЯДІ

Завдання 1. Довести збіжність ряду, користуючись означенням збіжності ряду та знайти його суму.

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$$

$$1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}.$$

$$1.3. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}.$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}.$$

$$1.5. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)}.$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}.$$

$$1.7. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}.$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}.$$

$$1.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}.$$

$$1.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}.$$

$$1.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}.$$

$$1.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}.$$

$$1.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+8)}.$$

$$1.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}.$$

$$1.15. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}.$$

$$1.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{14^n}.$$

$$1.17. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}.$$

$$1.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{20^n}.$$

$$1.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}.$$

$$1.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 4^n}{20^n}.$$

$$1.21. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}.$$

$$1.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}.$$

$$1.23. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}.$$

$$1.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 3^n}{21^n}.$$

$$1.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}.$$

$$1.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 8^n}{24^n}.$$

$$1.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}.$$

$$1.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 3^n}{24^n}.$$

$$1.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)(3n+5)}.$$

$$1.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 2^n}{18^n}.$$

Завдання 2. Користуючись ознаками порівняння, перевірити збіжний чи розбіжний ряд.

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{2^n}.$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{n(n^2+2)}.$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{3^{n+1}}.$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - n - 1}{7n^3 + 3n^2 + 4n}.$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^2 + 2}.$$

$$2.6. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n}.$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \sqrt{n+1}}{n^3 + 2}.$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n+2}{n(n+3)}.$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{2n^2}}.$$

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^3 - 1}.$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{3n+2}{n^3 + 4}.$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{n(n-1)(n^2 + 3)}.$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)\sqrt{n}}{n^2 + 4}.$$

$$2.14. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n\sqrt{n+1}}{n^2(n+3)}.$$

$$2.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 9)^5}{(n^3 + 1)^6}.$$

$$2.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}.$$

$$2.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+3}.$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}.$$

$$2.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n\sqrt{n}}{n+4}.$$

$$2.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arccos \frac{n+1}{n}}{n^2 + 2}.$$

$$2.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^3}.$$

$$2.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{n-1}{n}}{\sqrt[3]{n^3 - 3n}}.$$

$$2.23. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n \ln n}{n^2 - 3}.$$

$$2.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sin \frac{\pi n}{2}}{n^2}.$$

$$2.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+2}}{n^2 \sin^2 n}.$$

$$2.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^5+n}}.$$

$$2.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos^2 n}{n^2+5}.$$

$$2.26. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 \cos \frac{\pi n}{3}}{\sqrt[4]{n^4-1}}.$$

$$2.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^2}}.$$

$$2.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+2}}{n^2 \sin^2 n}.$$

Завдання 3. Застосовуючи ознаку Д'Аламбера, дослідити ряд на збіжність.

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}.$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^n \left(\frac{1}{n}\right)^7.$$

$$3.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}.$$

$$3.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7.$$

$$3.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}.$$

$$3.11. \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}.$$

$$3.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n (n+3)!}.$$

$$3.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}.$$

$$3.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)}{(n+1)!}.$$

$$3.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}.$$

$$3.21. \sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \sin \frac{\pi}{4^n}.$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n (n+1)!}.$$

$$3.4. \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}.$$

$$3.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdots (2n+3)}.$$

$$3.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 7 \cdot 13 \cdots (6n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (n+1)}.$$

$$3.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}.$$

$$3.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}.$$

$$3.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 6 \cdot 11 \cdots (5n-4)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4n-1)}.$$

$$3.16. \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{5^n}.$$

$$3.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}.$$

$$3.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4n-1)}.$$

$$3.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}.$$

$$3.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n \cdot 7^n}}.$$

$$3.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4^n}.$$

$$3.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}.$$

$$3.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n (2n-1)}.$$

$$3.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-1)}.$$

$$3.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdots (5n-3)}.$$

$$3.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^3}{(2n)!}.$$

$$3.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n \cdot 2^n}}.$$

Завдання 4. Користуючись радикальною ознакою Коші, дослідити ряд на збіжність.

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n}.$$

$$4.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1}\right)^n.$$

$$4.5. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{2^n}\right)^{3n}.$$

$$4.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n}\right)^n.$$

$$4.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}.$$

$$4.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}.$$

$$4.13. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}.$$

$$4.15. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}.$$

$$4.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{3n}}.$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}.$$

$$4.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+2))^n}.$$

$$4.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-8}\right)^{2n}.$$

$$4.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n}.$$

$$4.10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n}\right)^{3n}.$$

$$4.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2-3n-1}\right)^n.$$

$$4.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n}\right)^{3n}.$$

$$4.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}.$$

$$4.18. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{n^2}.$$

$$4.19. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3^n} \right)^n.$$

$$4.21. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 - n - 1}{7n^2 + 3n + 4} \right)^n.$$

$$4.23. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3n} \right)^{2n}.$$

$$4.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{5^n}.$$

$$4.27. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{5n+1} \right)^n.$$

$$4.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(\ln(n+5))^{2n}}.$$

$$4.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}.$$

$$4.22. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n.$$

$$4.24. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{5n}.$$

$$4.26. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{2n+1} \right)^n.$$

$$4.28. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n-1} \right)^{2n}.$$

$$4.30. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n.$$

Завдання 5. Користуючись інтегральною ознакою Коші, дослідити ряд на збіжність.

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{4n^2+1} \right)^2.$$

$$5.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \ln^3(2n+1)}.$$

$$5.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4) \ln^2(3n+4)}.$$

$$5.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7+n}{49+n^2} \right)^2.$$

$$5.9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}.$$

$$5.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6+n}{36+n^2}.$$

$$5.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}}.$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \ln(3n+2)}.$$

$$5.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}.$$

$$5.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}.$$

$$5.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \ln(3n-1)}.$$

$$5.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2) \ln(5n-2)}.$$

$$5.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[7]{(3+7n)^{10}}}.$$

$$5.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln(n+2)}.$$

$$5.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+5)\ln(10n+5)}.$$

$$5.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}}.$$

$$5.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln(n+3)\ln(\ln(n+3))}.$$

$$5.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2}.$$

$$5.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+2n)\ln^5(3+2n)}.$$

$$5.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{(4+9n)^5}}.$$

$$5.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(9n-4)\ln^2(9n-4)}.$$

$$5.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+n}{9+n^2-2n}.$$

$$5.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}.$$

$$5.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^3}}.$$

$$5.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)\ln(n+4)\ln(\ln(n+4))}.$$

$$5.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+8n)\ln^3(3+8n)}.$$

$$5.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+3)\ln^2(10n+3)}.$$

$$5.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{4+n^2-n}.$$

$$5.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\ln(n+5)\ln(\ln(n+5))}.$$

$$5.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(4n-3)^3}}.$$

Завдання 6. Дослідити на збіжність знакозмінний ряд. З'ясувати чи є ряд абсолютно або умовно збіжним.

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}.$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

$$6.3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

$$6.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{6n+5}.$$

$$6.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

$$6.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$6.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}.$$

$$6.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)n}.$$

$$6.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$

$$6.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt[3]{n}}.$$

$$6.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

$$6.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}.$$

$$6.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n-1}.$$

$$6.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)3^n}.$$

$$6.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n}.$$

$$6.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

$$6.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}.$$

$$6.23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}.$$

$$6.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 3^n}{(2n+1)^n}.$$

$$6.27. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}.$$

$$6.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n-2)!}.$$

$$6.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}.$$

$$6.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n}.$$

$$6.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2+1}.$$

$$6.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}.$$

$$6.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\ln(n+1)}.$$

$$6.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}.$$

$$6.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}.$$

$$6.28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{2n+7} \right)^n.$$

$$6.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right).$$