

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7. ЦИФРОВИЙ ПІДПИС

**Мета роботи:** набути умінь із створення та перевірки підпису повідомлення за допомогою алгоритмів RSA та Ель-Гамала; навчитись створювати власні ключі криптографічного захисту даних, обмінюватися ними з іншими користувачами, шифрувати та підписувати повідомлення за допомогою системи GNU Privacy Guard.

**Матеріально-технічне забезпечення:** ПК зі встановленим програмним забезпеченням GNU Privacy Guard, інструкції до лабораторної роботи, текстові повідомлення для шифрування та підписування згідно варіанту.

### *Теоретичні відомості*

#### **ПОНЯТТЯ ЦИФРОВОГО ПІДПISУ**

Із широким розповсюдженням у сучасному світі електронних форм документів, у тому числі і конфіденційних, та засобів їхньої обробки, особливо актуальним є питання автентифікації, ідентифікації та неспростовності електронної документації. Для захисту від підробки, перевірки цілісності даних та достовірності джерела повідомлення використовують цифровий підпис.

**Електронний підпис** – електронні дані, які додаються підписувачем до інших електронних даних або логічно з ними пов'язуються і використовуються ним як підпис.

**(Електронний) цифровий підпис** – вид електронного підпису, отриманого за результатом криптографічного перетворення набору електронних даних, який додається до цього набору або логічно з ним поєднується і дає змогу підтвердити його цілісність та ідентифікувати підписувача.

Існує декілька алгоритмів побудови цифрового підпису (ЦП). Найбільш ефективним та найпоширенішим у застосуванні на даний момент є алгоритм ЦП на основі асиметричних криптосистем з використанням хеш-функцій. *Хеш-функція* являє собою функцію, математичну або іншу, що отримує на вхід рядок змінної довжини і перетворює його в рядок фіксованої, зазвичай меншої, довжини. Такі перетворення ще називають *функціями згортки*, а їх результати – *хешем*, *хеш-значенням* або *дайджестом* повідомлення.

Хеш-функція  $H$ , яка використовується у алгоритмі ЦП, призначена для того, щоб стиснути повідомлення  $M$  довільної довжини до двійкового хеш-значення  $h(M)$  фіксованої довжини.

Основні властивості криптографічної хеш-функції:

- 1) *Детермінованість* – для однакових повідомлень  $M$  функція має повертати однакові хеш-значення  $h$ ;
- 2) *Односторонність* – за значенням  $h$  неможливо відновити  $M$ ;
- 3) *Наявність лавинного ефекту* – будь-які, навіть незначні, зміни у повідомленні  $M$  призводять до значних змін у хеш-значенні  $h$ ;
- 4) *Відсутність колізій (унікальність хеша)* – ймовірність співпадіння хеш-значень двох різних повідомлень повинна бути надзвичайно малою;
- 5) Висока швидкість роботи.

### **ЕТАПИ ЦИФРОВОГО ПІДПISУ**

1. *Генерація пари ключів.* За допомогою алгоритму генерації ключів створюється пара ключів – закритий (для створення підпису) та відкритий (для перевірки підпису).
2. *Формування підпису.* Для заданого електронного документа за допомогою деякої хеш-функції обчислюється хеш-значення, після чого воно зашифровується із використанням закритого ключа підписувача. Зашифрований дайджест  $i$  є ЦП для даного документа.
3. *Перевірка (верифікація) підпису.* Для отриманого документа одержувач знову обчислює його хеш-значення, після чого за допомогою відкритого ключа підписувача дешифрує ЦП. Якщо хеші рівні – підпис справжній.

Управлінням ключами займаються центри сертифікації ключів (ЦСК), що забезпечують:

- доступ користувача до справжнього відкритого ключа іншого користувача;
- захист ключів від підміни зловмисником;
- організацію відкликання ключа у випадку його компрометації.

**Сертифікат відкритого ключа** – електронний документ, який засвідчує належність відкритого ключа фізичній або юридичній особі.

## **АЛГОРИТМ ЦИФРОВОГО ПІДПИСУ RSA**

Для створення підпису повідомлення  $M$  спочатку необхідно за допомогою деякої хеш-функції обчислити хеш-значення  $h(M)$ .

Далі за алгоритмом RSA генеруються ключі  $(e, n)$  і  $(d, n)$ .

ЦП повідомлення  $h(M)$  буде мати вигляд:  $S = h(M)^d \bmod n$ .

Тепер кожний, хто має відкритий ключ підписувача повідомлення, може перевірити дійсність підпису. Для цього необхідно знайти результат хешування прийнятого повідомлення  $M$  за допомогою тієї самої хеш-функції  $h'(M)$  та порівняти його із  $s^e \bmod n = h(M)$ . Якщо дайджести рівні – підпис дійсний.

### **Приклад 7.1:**

З використанням алгоритму RSA підписати та перевірити підпис повідомлення  $M$  хеш-значення, якого  $h(M) = 88$ .

Оберемо  $p = 17$  і  $q = 11$ , тоді  $n = p \cdot q = 17 \cdot 11 = 187$ .

Обчислимо  $\varphi(187) = 16 \cdot 10 = 160$ .

Виберемо відкритий ключ  $e = 7$  та перевіримо виконання умов:  $1 < 7 < 160$ ,  $\text{НСД}(7, 160) = 1$ .

Знайдемо закритий ключ  $d = 23$  за розширеним алгоритмом Евкліда з рівняння  $7d \equiv 1 \pmod{160}$ .

Обчислимо підпис за допомогою закритого ключа підписувача:

$$s = h(M)^d \bmod n = 88^{23} \bmod 187 = 11.$$

Для перевірки підпису повідомлення  $M$  одержувачу потрібно знову обчислити його хеш-значення  $h(M) = 88$  та порівняти із значенням, отриманим за допомогою відкритого ключа підписувача:

$$s^e \bmod n = 11^7 \bmod 187 = 88.$$

В даному випадку будемо вважати, що підпис справжній.

## **АЛГОРИТМ ЦИФРОВОГО ПІДПИСУ ЕЛЬ-ГАМАЛЯ**

Як правило, спочатку потрібно за допомогою деякої хеш-функції знайти дайджест  $h(M)$  для повідомлення  $M$ .

Для генерації пари ключів спочатку вибирається просте число  $p$  та числа  $g$  (первісний корінь за модулем  $p$ ) й  $x$  (закритий ключ). Обидва ці числа повинні бути менше  $p$ . Після чого обчислюється  $y = g^x \bmod p$  (відкрити ключ).

Виберемо сесійний ключ – випадкове число  $k$ , таке що  $1 < k < p - 1$  та обчислимо  $r = g^k \bmod p$ . Після чого обчислимо  $s = k^{-1}(h(M) - xr) \bmod p - 1$ .

Отже, підписом повідомлення  $M$  являється пара  $(r, s)$ .

Випадкове значення  $k$  повинне зберігатися в секреті і не повинно дублюватися для різних підписів. Для перевірки підпису потрібно використати відкриті параметри  $(p, g, y)$  та переконатися, що  $g^{h(M)} \equiv y^r r^s \pmod{p}$ .

### **Приклад 7.2:**

З використанням алгоритму Ель-Гамалія підписати та перевірити підпис повідомлення  $M$  хеш-значення, якого  $h(M) = 14$ .

Виберемо  $p = 19$  і  $g = 10$ . Нехай  $x = 16$  – закритий ключ. Обчислимо відповідний відкритий ключ  $y = g^x \bmod p = 10^{16} \bmod 19 = 4$ .

Виберемо  $k = 5$  (сесійний ключ), такий що  $1 < 5 < 18$ .

Визначимо, що  $d = 23$  (закритий ключ) за розширеним алгоритмом Евкліда з рівняння  $7d \equiv 1 \pmod{160}$ .

Обчислимо підпис:

$$r = 10^5 \bmod 19 = 3;$$

$$s = 5^{-1}(14 - 16 \cdot 3) \bmod 18 = -374 \bmod 18 = 4;$$

$$5 \cdot ? \equiv 1 \pmod{18} \rightarrow 5^{-1} \bmod 18 = 11 \text{ (за розширеним алгоритмом Евкліда)}.$$

Приймається  $(M, 3, 4)$ . Обчислимо ліву та праву частину рівняння  $g^{h(M)} \equiv y^r r^s \pmod{p}$  за модулем  $p$ :

$$g^{h(M)} \bmod p = 10^{14} \bmod 19 = 16;$$

$$y^r r^s \bmod p = 4^3 \cdot 3^4 \bmod 19 = 16.$$

Можна зробити висновок, що підпис дійсний.

## ***РОБОТА ІЗ СИСТЕМОЮ GNU PRIVACY GUARD ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ОБОЛОНКИ KLEOPATRA***

**GNU Privacy Guard, GnuPG** – вільно поширюване програмне забезпечення, що використовує криптографію з відкритим ключем. Перша версія проекту, створена Вернером Кохом (Werner Koch) та профінансована німецьким урядом, вийшла в світ у 1999 році під ліцензією GNU General Public. Функції GnuPG дозволяють шифрувати та підписувати повідомлення за допомогою цифрового підпису, а також керувати списками відкритих ключів респондентів.

Звичним інтерфейсом для GnuPG є командний рядок, проте на сьогоднішній день існують різні зовнішні оболонки, які роблять доступною функціональність цієї програми через графічний інтерфейс користувача, наприклад *Kleopatra* для Windows або *GNU Privacy Assistant (GPA)* для Linux.

В GnuPG використовуються різні криптографічні алгоритми: симетричні шифри, шифрування з відкритим ключем і змішані (гібридні) алгоритми.

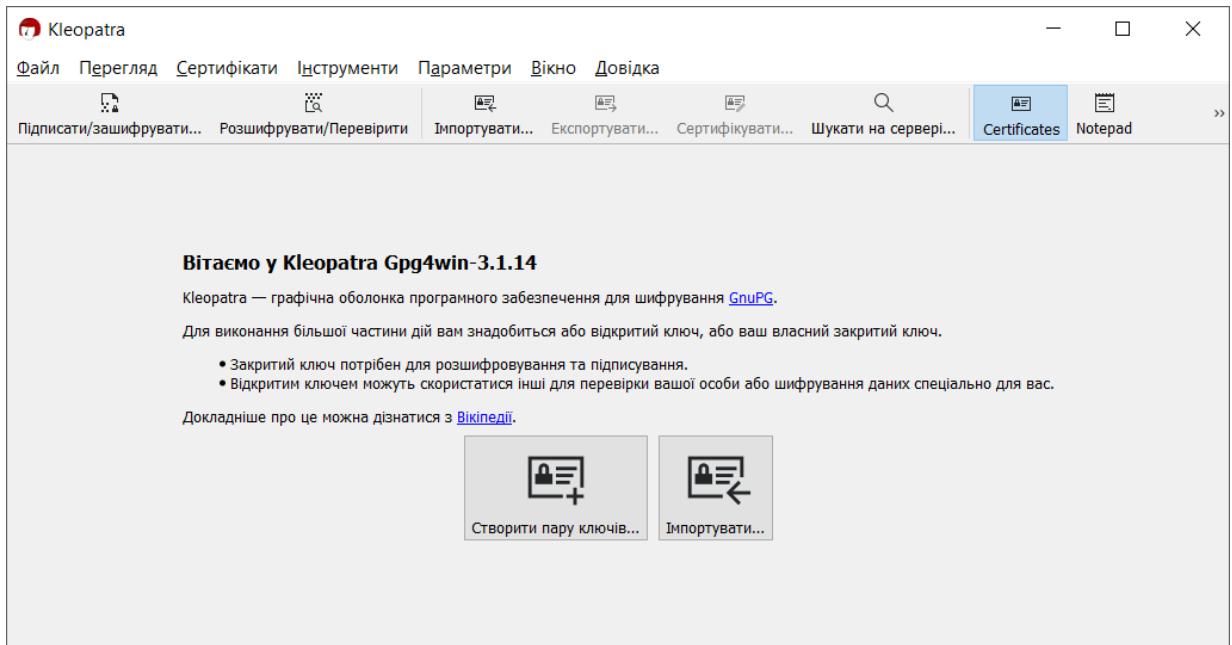
**Гібридна (змішана, комбінована) криптосистема** – це криптосистема, в якій розподіл ключів здійснюється за допомогою асиметричних криптоалгоритмів, а процес шифрування даних – за допомогою симетричних. Тобто симетричний ключ використовується для шифрування даних, а асиметричний для шифрування самого симетричного ключа. Гібридні криптосистеми поєднують в собі зручність розподілу секретних ключів та високу швидкість шифрування.

Як правило, при гібридному шифруванні створюється *одноразовий секретний сеансовий ключ* – це псевдовипадкове число, яке генерується на основі випадкових рухів миші, натискань клавіш клавіатури тощо. Такий ключ використовується лише один раз для шифрування повідомлення з використанням деякого надійного та швидкого симетричного алгоритму. Сеансовий ключ зашифровується відкритим ключем одержувача та додається до шифротексту. Під час дешифрування процедури виконуються у зворотному порядку.

### **Створення пари ключів**

При першому запуску *Kleopatra* (рис. 7.1) потрібно створити власну зв'язку ключів. Для цього необхідно виконати наступні дії:

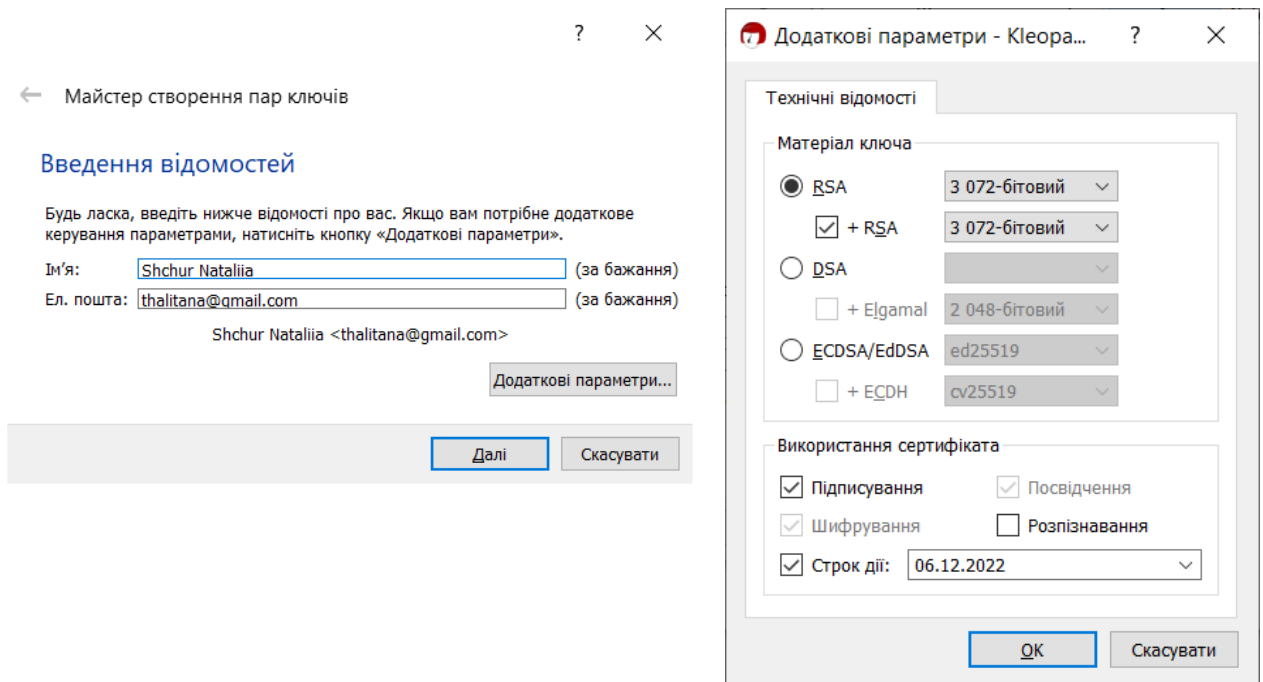
- 1) натиснути кнопку  або скористатися меню *Файл*⇒*Створити пару ключів*;



**Рис. 7.1. Стартове вікно оболонки Kleopatra**

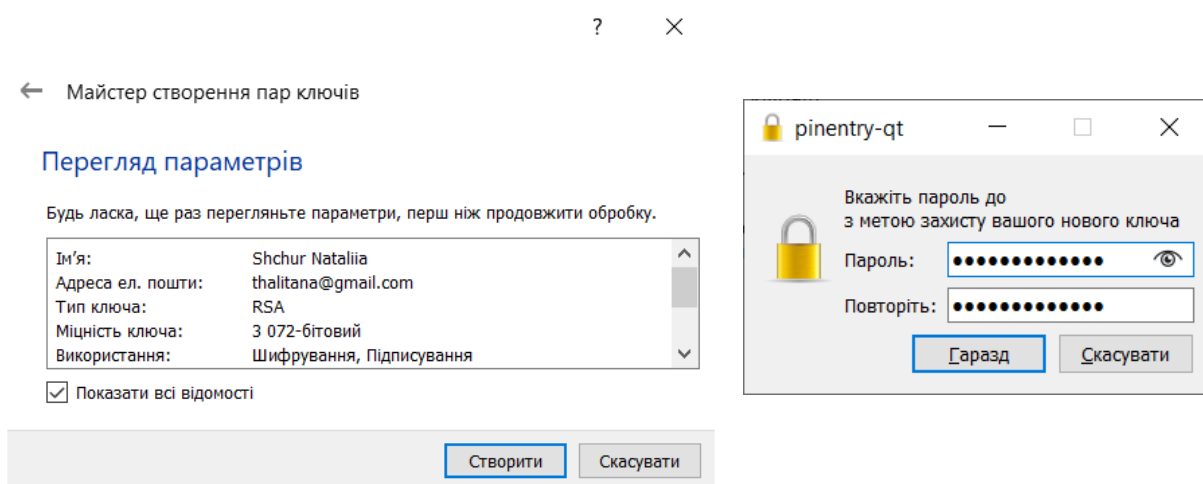
2) у вікні *Майстра створення ключів* (рис. 7.2) потрібно ввести відомості про себе у відповідні поля (ім'я, електронну адресу); кнопка **Додаткові параметри...** дозволяє вибрати тип ключа його довжину, строк дії тощо.

Основною особливістю GnuPG є система ключів. В GnuPG користувач створює декілька ключів, причому кожен служить для окремої дії (і використовує різні алгоритми). Один із ключів, що створюється першим, є *головним ключем*, решта ключів йому підпорядковані – це *підключі* (субключі).



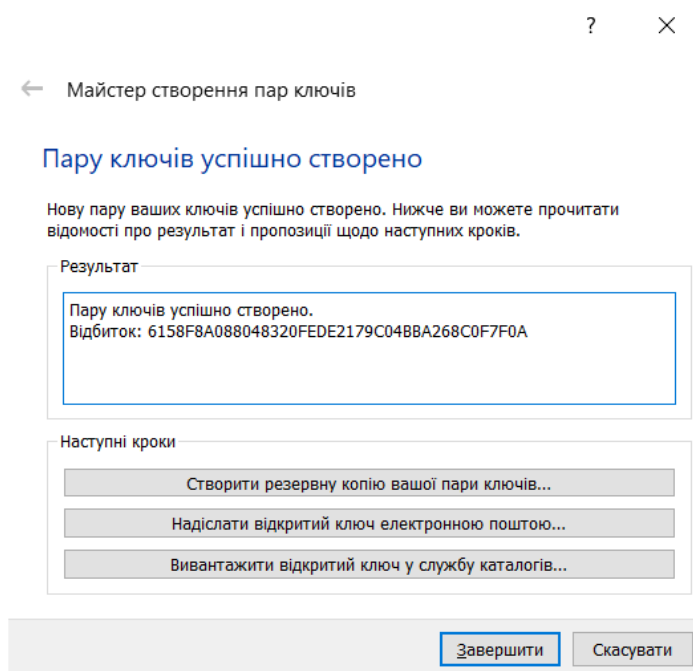
**Рис. 7.2. Створення пари ключів за допомогою майстра**

3) у наступному вікні необхідно натиснути *Створити* та ввести пароль для захисту нового ключа (рис. 7.3);



**Рис. 7.3. Введення паролю для захисту нового ключа**

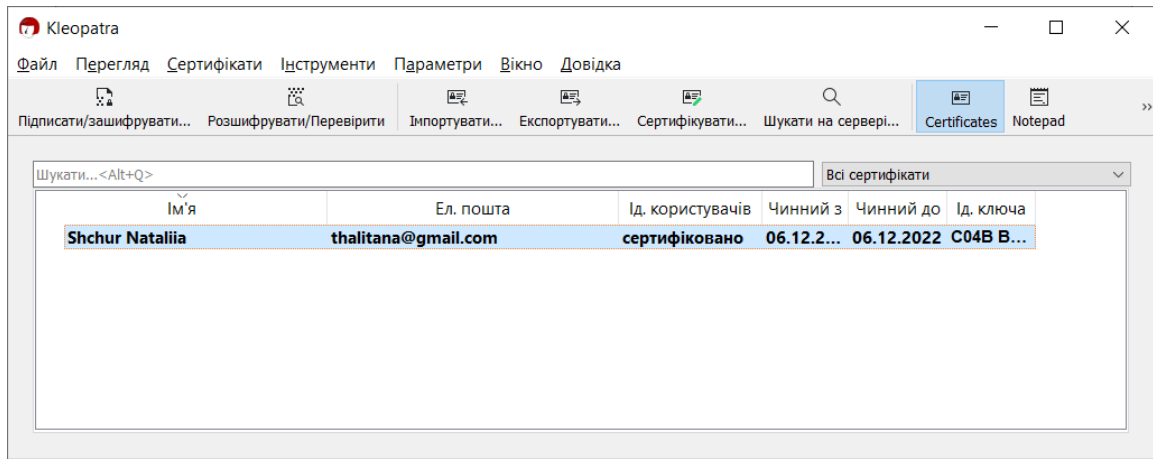
4) у наступному вікні майстер має повідомити про успішне створення ключів (рис. 7.4), після чого потрібно натиснути кнопку *Завершити*.



**Рис. 7.4. Повідомлення про успішне створення ключів**

Усі функції управління ключами здійснюються у вікні *Kleopatra* (рис. 7.5), в якому висвітлюються всі ключі, створені користувачем для власного користування, а також усі імпортовані публічні ключі його кореспондентів.

Ключі зберігаються у зашифрованій формі у вигляді двох файлів, які називаються *зв'язками ключів* (keyrings). Ці файли записуються у папках на диску відповідно до поточних налаштувань.




**Рис. 7.5. Список наявних ключів у вікні оболонки Kleopatra**

### Експорт ключів


До початку обміну повідомленнями з іншими користувачами GPG варто обмінятися з ними публічними ключами.

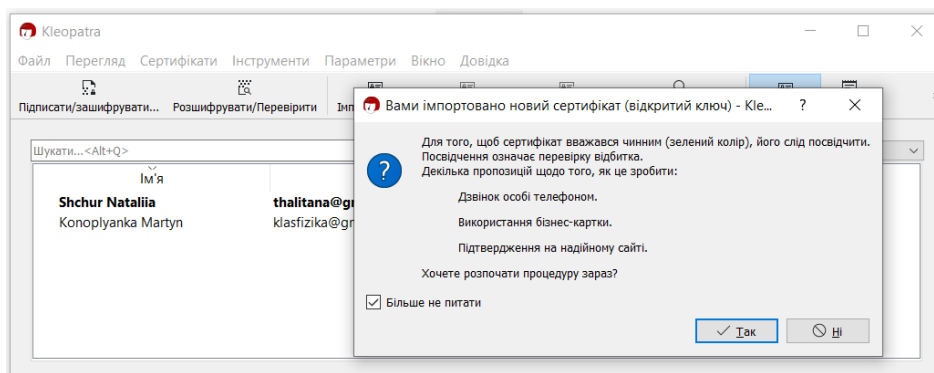
Для експорту ключа потрібно:

- 1) у вікні **Kleopatra** натиснути кнопку  **Експортувати...** або у контекстному меню електронного ключа вибрати пункт *Експортувати*, або використати меню *Файл*⇒ *Експортувати*;
- 2) обрати папку для збереження ключа, ввести його ім'я та натиснути *Зберегти*.

### Імпорт ключів

Імпортувати відкриті ключі інших користувачів можна, виконавши такі дії:

- 3) у вікні **Kleopatra** натиснути кнопку  **Імпортувати...** або у контекстному меню електронного ключа вибрати пункт *Імпортувати*, або використати меню *Файл*⇒ *Імпортувати*;
- 4) обрати ключ на диску, ввести його ім'я та натиснути *Відкрити*;
- 5) також варто погодитися із перевіркою сертифіката ключа (рис. 7.5).



**Рис. 7.5. Перевірка сертифіката ключа, що імпортується**



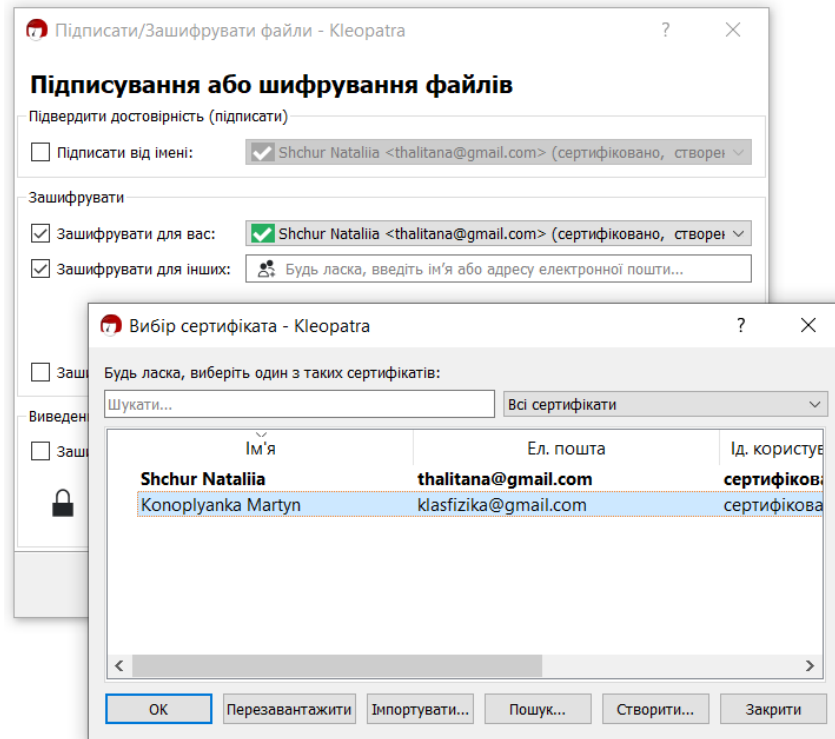
## Шифрування та (або) підписування файлів

Для шифрування та (або) підписування файлу необхідно натиснути кнопку



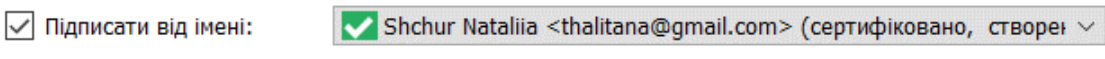
або використати меню *Файл* ⇒ *Підписати/зашифрувати*;

Відкриється діалогове вікно *Підписати/зашифрувати файли* (рис. 7.6), у якому потрібно обрати необхідну дію та обрати відкриті ключі одержувача(-ів) повідомлення, натиснувши по піктограмі



**Рис. 7.6. Діалогове вікно *Підписати/зашифрувати файли***

Підписати файл за допомогою свого відкритого ключа дозволяє опція: Підтвердити достовірність (підписати)



Також існує можливість виконати дві описані вище операції одночасно.

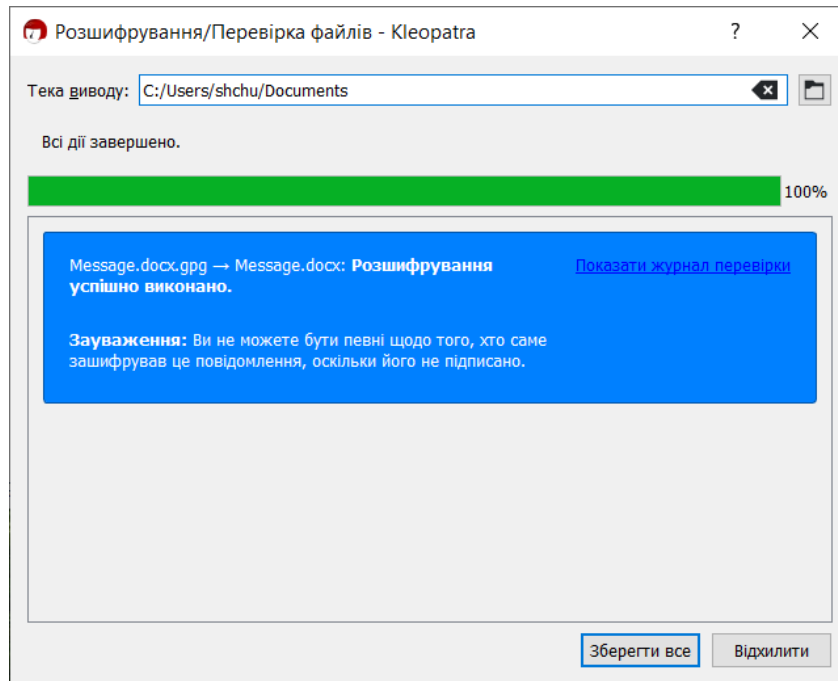
## Розшифрування та (або) перевірка підпису файлів

Для розшифрування/перевірки цифрових підписів файлів

використовуються кнопка та пункт меню *Файл* ⇒ *Розшифрувати/Перевірити*.

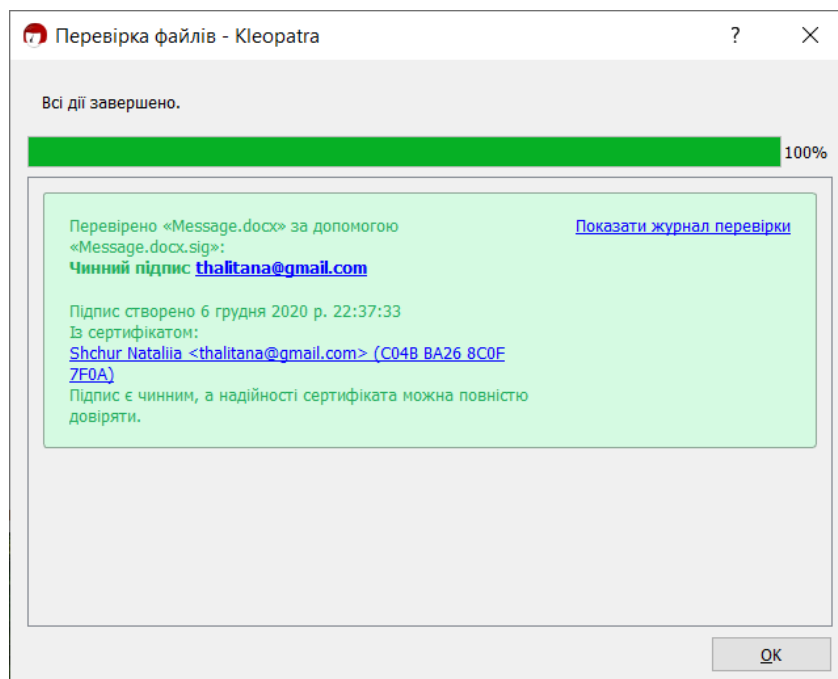
Під час розшифрування на екрані з'явиться вікно перевірки пароля. Файл буде розшифрований після введення правильного пароля за умови, що його було зашифровано з використанням відкритого ключа отримувача (рис. 7.7). Очевидно також, що розшифрування файлу можливе тільки за умов наявності у середовищі

вікна *Kleopatra* закритого ключа отримувача. Розшифрованому файлу автоматично присвоюється назва файлу-оригіналу (файлу, який було зашифровано).



**Рис. 7.7. Вікно розшифрування файлу**

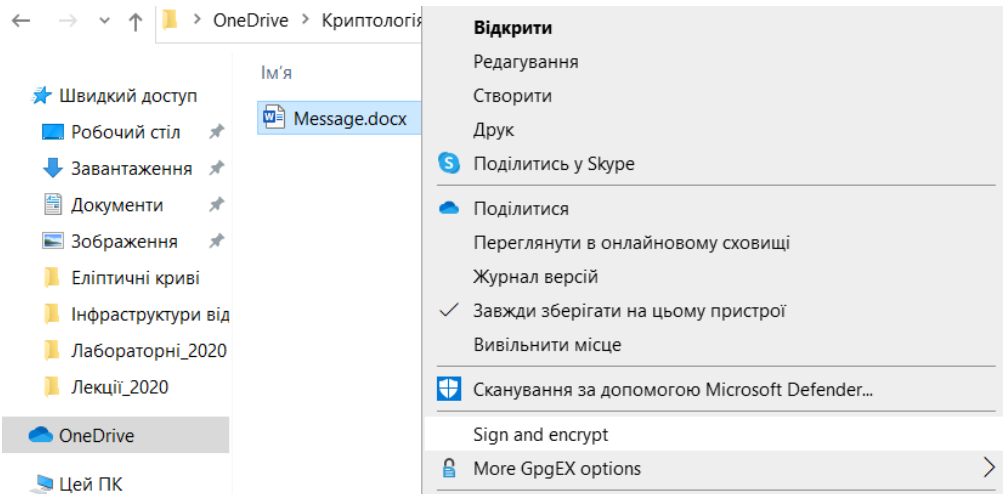
Якщо файл має підпис, на екрані з'являється вікно з повідомленням, яке містить назву файлу, відомості про особу, яка підписала файл, дату і час накладання підпису та позначку, чи залишається підпис дійсним (рис. 7.8.).



**Рис. 7.8. Вікно перевірки підпису**

## Доступ до функцій GPG

Для забезпечення зручного виконання операцій шифрування, підписування, дешифрування, перевірки підпису тощо, у контекстному меню файлу (рис. 7.8) можна обрати *Sign and encrypt* або *More GpgEX option*.



**Рис. 7.9.** Вибір у контекстному меню документа команд GPG

### Завдання до лабораторної роботи

#### Завдання 1

Виконати створення та перевірку ЦП повідомлення згідно варіанту (визначається номером студента у журналі: непарний – 1 варіант, парний – 2 варіант). Усі кроки алгоритму описати у звіті.

1. З використанням алгоритму RSA створіть та перевірте підпис повідомлення, якщо його хеш  $h(M) = 7$ , а параметри  $p=13$  та  $q=17$ . Самостійно оберіть відкритий ключ  $e$  та обчисліть закритий ключ  $d$ .

За алгоритмом Ель-Гамала виконайте формування та перевірку підпису повідомлення, якщо його хеш  $h(M) = 8$ , а параметри  $p=23$  та  $g=5$ . Оберіть закритий ключ  $x$ , сесійний ключ  $k$  та обчисліть відкритий ключ  $y$ .

2. З використанням алгоритму RSA створіть та перевірте підпис повідомлення, якщо його хеш  $h(M) = 6$ , а параметри  $p=11$  та  $q=13$ . Самостійно оберіть відкритий ключ  $e$  та обчисліть закритий ключ  $d$ .

За алгоритмом Ель-Гамала виконайте формування та перевірку підпису повідомлення, якщо його хеш  $h(M) = 7$ , а параметри  $p=19$  та  $g=3$ . Оберіть закритий ключ  $x$ , сесійний ключ  $k$  та обчисліть відкритий ключ  $y$ .

## Завдання 2

Виконати завдання у системі GPG та додати до звіту скріншоти вікна GPG на кожному кроці: створення ключів, експортування/імпортування ключів, шифрування/підписування, дешифрування/перевірки підпису, а також скріншот дешифрованого текстового повідомлення від викладача.

2.1. Створити ключі у діалоговому вікні **Kleopatra** на основі алгоритму RSA, довжиною 3072 біт. Заповнити поля *Ім'я* та *Елек. пошта* (латинськими літерами).

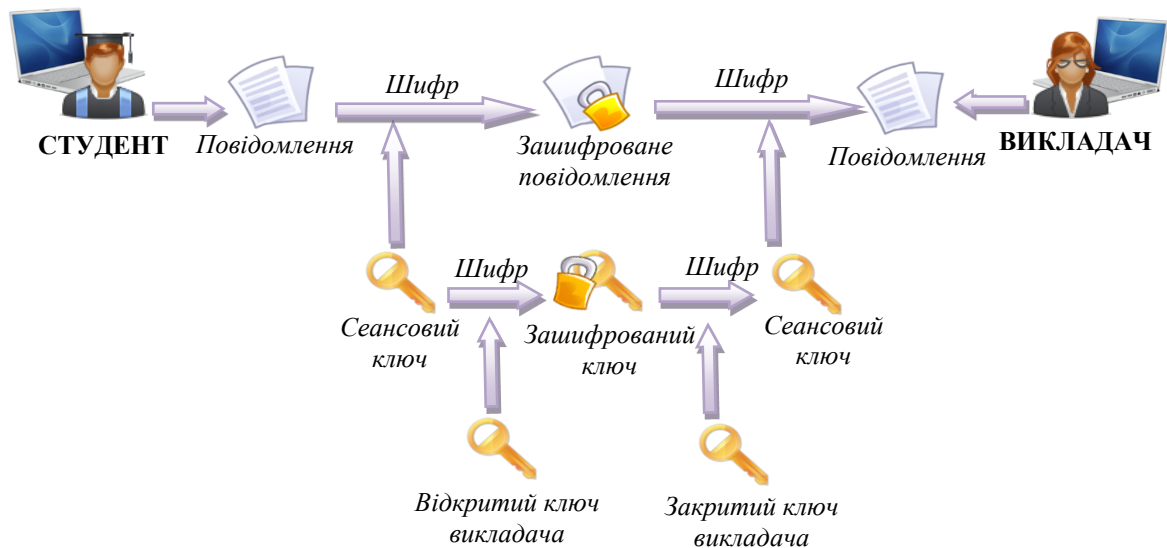
2.2. Експортувати свій публічний ключ у свою робочу папку. Відповідний файл повинен мати назву за шаблоном, наприклад *Shchur Nataliia\_0x8C0F7F0A\_public.asc*.

2.3. Відправити свій публічний ключ на пошту викладача.

2.4. Імпортувати публічний ключ викладача до середовища **Kleopatra**.

2.5. За допомогою текстового редактора створити файл, вказати у ньому своє прізвище, ім'я, по батькові. Присвоїти файлу назву *Enc\_N.docx*, де *N* – номер студента за списком групи, впорядкованим за алфавітом (наприклад, *Enc\_12.docx*).

2.6. Із використанням відкритого ключа викладача зашифрувати *Enc\_N.docx* за допомогою GPG. Схема зашифрування повідомлення із використанням GnuPG представлена на рис. 7.10.

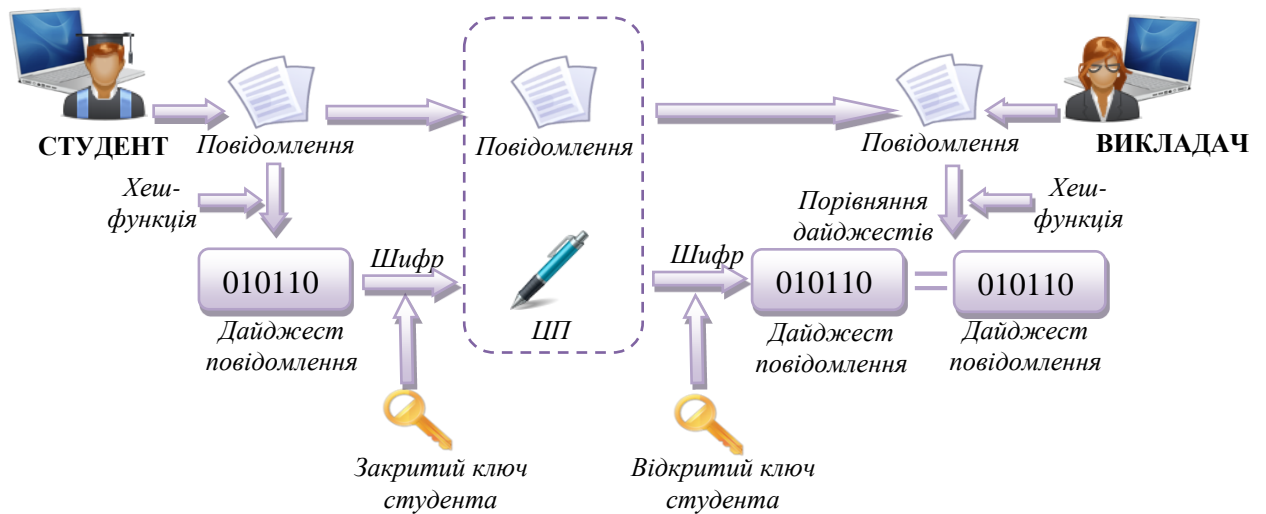


**Рис. 7.10. Схема зашифрування повідомлення із використанням GnuPG**

2.7. За допомогою текстового редактора створити файл, вказати у ньому свій варіант, курс, групу. Присвоїти файлу назву *Enc\_Sign\_N.docx*, де *N* – номер

студента за списком групи, впорядкованим за алфавітом (наприклад, *Enc\_Sign\_12.docx*).

2.8. Із використанням свого ключа підписати *Enc\_Sign\_N.docx* та зашифрувати за допомогою ключа викладача. Схема алгоритму створення та перевірки підпису з використанням GnuPG представлена на рис. 7.11.



**Рис. 7.11. Схема створення та перевірки підпису з використанням GnuPG**

2.9. Відправити два файли викладачеві: зашифрований *Enc\_N.docx* та підписаний/зашифрований *Enc\_Sign\_N.docx*.

2.10. Отримати від викладача зашифроване повідомлення, підписане його цифровим підписом.

2.11. Розшифрувати повідомлення викладача та перевірити дійсність його підпису у системі GPG.

### **Контрольні питання:**

1. Для чого потрібен цифровий підпис?
2. Дайте визначення поняттям «хешування», «хеш-функція».
3. Опишіть схему створення і перевірки ЦП.
4. Який порядок використання відкритого та закритого ключів при створенні і перевірці ЦП?
5. Які схеми цифрового підпису існують?
6. Як здійснюється підпис RSA? Яка відмінність підпису RSA від шифру RSA?
7. Як здійснюється підпис Ель-Гамала?
8. Як здійснюється перевірка на дійсність підпису Ель-Гамала?