Лабораторна робота №6

**ДИСКРЕТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР’Є. ЧАСТОТНА ФІЛЬТРАЦІЯ ЗОБРАЖЕНЬ**

 Мета роботи:

1. Ознайомлення зі способами представлення зображень в області просторових частот: дослідити різні методи, такі як перетворення Фур'є, дискретне косинусне перетворення (DCT) та інші, які використовуються для перетворення зображень з просторової області в область частот.
2. Ознайомлення з частотними методами фільтрації зображень: вивчити різні методи фільтрації зображень, такі як фільтрація низькими та високими частотами, медіанний фільтр, Гауссівський фільтр та інші, які застосовуються для покращення якості зображень, видалення шуму та виокремлення деяких об'єктів.
3. Використання системи моделювання MATLAB з набором інструментів Image Processing Toolbox: вивчити як використовувати інструменти Image Processing Toolbox в середовищі MATLAB для виконання різних операцій з обробки зображень, зокрема для представлення зображень в просторових частотах та застосування різних методів фільтрації.
4. Проаналізувати призначення різних методів фільтрації: дослідити ефективність різних методів фільтрації в залежності від їх призначення та застосування. Вивчити переваги та недоліки різних методів, їх вплив на якість зображень та можливі використання в різних додатках.
5. Отже, ваша мета роботи полягає в ознайомленні зі способами представлення зображень в просторових частотах, вивченні частотних методів фільтрації зображень, використанні системи моделювання MATLAB з набором інструментів Image Processing Toolbox та аналізі призначення.

**6.1.Теоретична інформація**

Метод перетворення Фур'є забезпечує велику гнучкість при розробці і реалізації алгоритмів фільтрації зображень, таких як поліпшення, відновлення і стиснення. Він також використовується в багатьох інших практичних застосуваннях.

Для двомірного зображення f(x, y) розміром MxN, де x = 0,1,2,...,M-1 та y = 0,1,2,...,N-1, дискретне перетворення Фур'є (DFT, Discrete Fourier Transform) задається рівнянням:



де u = 0,1,2,...,M-1 та v = 0,1,2,...,N-1, а j є уявною одиницею.

Це рівняння використовує комплексні числа та експоненційну функцію для обчислення амплітуд і фазових компонентів зображення f в просторі частот. DFT перетворює зображення з області просторових частот в область частот Фур'є, де можна застосовувати різні фільтри та операції для поліпшення, відновлення або стиснення зображень.

Дискретне перетворення Фур'є можна реалізувати за допомогою різних алгоритмів, таких як алгоритм Баттерворта, алгоритм Швейцарського ножа, алгоритм Фаст Фур'є (FFT) та багато інших. Ці алгоритми дозволяють ефективно обчислювати перетворення Фур'є для великих зображень і використовувати його в різних застосуваннях обробки зображень.

Зворотне дискретне перетворення Фур'є. Зворотне дискретне перетворення Фур'є задається рівняннями:



при х = 0,1,2,..., М – 1 и у = 0,1,2,..., N – 1. Таким чином, знаючи F(u,v), можна відновити f(х,у) з допомогою зворотного ДПФ. Величини F(u,v) в цих рівняннях прийнято називати коефіцієнтами розкладання Фур'є

Фільтрація в частотній області базується на перетворенні Фур'є зображення, яке дозволяє змінювати його властивості у відповідній частотній ділянці. В частотній області фільтрація виконується шляхом множення перетвореного зображення на фільтр, який також представлений в частотній ділянці. Застосування фільтру в частотній області відповідає згортці зображення з фільтром в просторовій області. Коефіцієнт 1/МN визначається в рівняннях зворотного перетворення Фур'є в MATLAB для забезпечення сумісності з індексацією масивів у MATLAB, де індекси починаються з 1, а не з 0. Значення F(0,0) відповідає компоненті dc (постійній складовій) перетворення Фур'є, яка визначається в початкових координатах частотної області.

Фільтрація в частотній області. Фільтрація в частотній області має вельми просту концепцію. Основою лінійної фільтрації в частотної і просторової області є теорема про згортку, яку можна сформулювати так:



і зворотню:



Теорема про згортку відображає співвідношення між згорткою функцій у просторовій області та множенням їх прямих перетворень Фур'є в частотній області. Згортка двох функцій у просторовій області може бути отримана шляхом обчислення зворотного перетворення Фур'є від добутку їх прямих перетворень Фур'є. Навпаки, пряме перетворення Фур'є згортки двох функцій дає добуток їх прямих перетворень Фур'є. Це співвідношення також можна виразити в частотній області, множачи перетворення Фур'є однієї функції на передаточну функцію фільтру.

Основні кроки фільтрації в частотній області можна сформалізувати в наступній послідовності дій з використанням функцій MATLAB, де f - вихідне зображення, а g - результат фільтрації. Припускається, що передаточна функція Н(u,v) має такі ж розміри, як і вихідне зображення.

1. Отримати параметри розширення з допомогою paddedsize: PQ = paddedsize(size(f));

2. Побудувати перетворення Фур’є з розширенням: F = fft2(f,PQ(1),PQ(2));

3. Згенерувати функцію фільтру Н розміром РQ(1)хРQ(2) одним з описаних далі методів. Якщо він був центрований, до використання його у фільтрації слід виконати команду Н = fftshift(Н).

4. Помножити перетворення Фур’є на передаточну функцію фільтра: G = Н.\*Р;

5. Знайти дійсну частину зворотного перетворення Фур’є від G: g = геаl(ifft2(G)); 6. Вирізати верхній лівий прямокутник початкових розмірів: g = g(1:size(f,1), 1:size(f,1));

Ця процедура змальована на рис.6.1



Рис. 6.1

Передаточна функція фільтра Н(u,v) на рис. 6.1 множиться на дійсну і уявну частини F(u,v), що призводить до зміни фазової частини виразу. Однак, якщо функція Н(u,v) є дійсною, то фазовий кут не змінюється, як видно з фазового рівняння. Такі фільтри відомі як фільтри з нульовим зрушенням фази.

М-функція використовується для фільтрації в частотній області і приймає зображення та передаточну функцію фільтра в якості аргументів. Вона виконує всі необхідні процедури фільтрації і повертає відфільтроване та обрізане зображення.

Побудова фільтрів в частотній області на основі просторових фільтрів може бути ефективнішою з обчислювальної точки зору, оскільки використання "малих" фільтрів у просторовій області є ефективнішим. Фільтрація з використанням алгоритму швидкого перетворення Фур'є (FFT) виконується швидше, ніж просторова реалізація цього процесу, коли функція має невелику кількість точок, наприклад, близько 32. Тому цікаво знати, як конвертувати просторові фільтри в еквівалентну частотну форму, щоб мати можливість порівняти ці два підходи.

Низькочастотні фільтри. Ідеальний низькочастотний фільтр (ILPF, Ideal Lowpass Filter) має передаточну функцію



де D0 — це задане число >0, a D(u,v) – відстань від центру фільтра до точки (и, v). Геометричне місце точок (и,v), для яких D(u, v) = D0, являє собою коло. Пам'ятаючи про те, що фільтр Н множиться на перетворення Фур'є зображення, можна сказати, що ідеальний фільтр «зрізає» (множить на нуль) всі компоненти F, що знаходяться поза цим колом, і залишає незмінними (множить на 1) всі компоненти, що знаходяться усередині або на кордоні кола. Не дивлячись на те, що цей фільтр неможливо реалізувати на практиці в аналоговій формі за допомогою електронних компонент, його, безумовно, можна змоделювати на комп'ютері за допомогою заданої передаточної функції. Властивості ідеального фільтра часто бувають корисними при поясненні таких явищ, як помилки перекриття. Низькочастотний фільтр Баттерворта (BLPF, Butterworth LowPass Filter) порядку п з обрізанням частот на відстані D0 від початку координат має передаточну функцію



На відміну від ідеального низькочастотного фільтру, функція фільтру BLPF не має розриву в пороговій точці D0. Для фільтрів з гладкою передаточ- 28 ною функцією прийнято задавати частоту зрізання, яка визначається розташуванням точок, для яких функція H(u,v) менше певної долі її максимального значення. У попередньому рівнянні значення H(u,v)= 0.5 (тобто, 50% від максимального значення, яке дорівнює 1), коли D(u,v) = D0.

Підвищення різкості зображень можна досягти за допомогою високочастотної фільтрації, яка зменшує амплітуду низьких частот і залишає високі частоти практично незмінними.

Основи високочастотної фільтрації полягають в тому, що можна отримати передаточну функцію відповідного високочастотного фільтра, використовуючи передаточну функцію низькочастотного фільтра Hlp(u,v) за допомогою відповідної формули.

6.2. **Хід роботи**

6.2.1 Отримати дискретне перетворення Фур’є від зображення(1 рис):

img = imread('bear.bmp');

I = rgb2gray(img);

F=fft2(I);%ДПФ від матриці зображення

F2=log(abs(F));%Для візуалізації ДПФ необхідно взяти його модуль у логарифмічній шкалі

imshow(F2, [-5 15]); colormap(jet); colorbar

Проаналізувати отримане зображення, де знаходиться початок координат.

6.2.2 Відцентрувати результат ДПФ(1рис):

img = imread('bear.bmp');

I = rgb2gray(img);

F=fft2(I);%ДПФ від матриці зображення

F2=log(abs(F));%Для візуалізації ДПФ необхідно взяти його модуль у логарифмічній шкалі

F1=fftshift(F2);

imshow(F1, [-5 15]); colormap(jet); colorbar

Проаналізувати отримане зображення, описати ділянки високих та низьких просторових частот.

6.2.3 Застосувати фільтри(4 рис. по 1 рис. для кожного фільтру):

img = imread('bear.bmp');

I = rgb2gray(img);

F=fft2(I);%ДПФ від матриці зображення

F2=log(abs(F));%Для візуалізації ДПФ необхідно взяти його модуль у логарифмічній шкалі

F1=fftshift(F2);

% imshow(F1, [-5 15]); colormap(jet); colorbar

namefilter = "gaussian";% average, laplacian, motion

H=fspecial(namefilter);

subplot(1,2,1)

freqz2(H);%Виводить АЧХ фільтру на екран

title("АЧХ фільтру")

I2=imfilter(I,H);% Здійснюється фільтрація вихідного зображення

subplot(1,2,2)

imshow(I2)

title(namefilter)

6.2.4 Спроектувати фільтр(1 рис):

img = imread('bear.bmp');

I = rgb2gray(img);

F=fft2(I);%ДПФ від матриці зображення

F2=log(abs(F));%Для візуалізації ДПФ необхідно взяти його модуль у логарифмічній шкалі

F1=fftshift(F2);

% imshow(F1, [-5 15]); colormap(jet); colorbar

namefilter = "gaussian";

% H=fspecial(namefilter);

% subplot(1,2,1)

% freqz2(H);%Виводить АЧХ фільтру на екран

% title("АЧХ фільтру")

% I2=imfilter(I,H);% Здійснюється фільтрація вихідного зображення

% subplot(1,2,2)

% imshow(I2)

% title(namefilter)

[u,v]=freqspace(20,'meshgrid');

 %Створюємо маску фільтру ВЧ

 Hd=zeros(20);

 R=sqrt(u.^2+v.^2);Hd(R>0.15)=1;%0.15 – відносна частота зрізу

 figure

 H=fsamp2(Hd);%Створення фільтру по його масці

 freqz2(H);

 I2=imfilter(I,H);

 subplot(1,2,1)

 freqz2(H);%Виводить АЧХ фільтру на екран

 title("АЧХ фільтру")

 subplot(1,2,2)

 imshow(I2)

 title("Вихідне зображення");

Отримати ДПФ відфільтрованого зображення та пояснити результат фільтрації, використовуючи представлення зображення у частотній та просторовій областях. Проаналізувати вплив на кінцеве зображення величини відносної частоти зрізу фільтру.

6.2.5 Заманити zeros на ones(1 рис):

img = imread('bear.bmp');

I = rgb2gray(img);

F=fft2(I);%ДПФ від матриці зображення

F2=log(abs(F));%Для візуалізації ДПФ необхідно взяти його модуль у логарифмічній шкалі

F1=fftshift(F2);

% imshow(F1, [-5 15]); colormap(jet); colorbar

namefilter = "gaussian";

% H=fspecial(namefilter);

% subplot(1,2,1)

% freqz2(H);%Виводить АЧХ фільтру на екран

% title("АЧХ фільтру")

% I2=imfilter(I,H);% Здійснюється фільтрація вихідного зображення

% subplot(1,2,2)

% imshow(I2)

% title(namefilter)

[u,v]=freqspace(20,'meshgrid');

 %Створюємо маску фільтру ВЧ

 Hd=ones(0);

 R=sqrt(u.^2+v.^2);Hd(R>0.15)=1;%0.15 – відносна частота зрізу

 figure

 H=fsamp2(Hd);%Створення фільтру по його масці

 freqz2(H);

 I2=imfilter(I,H);

 subplot(1,2,1)

 freqz2(H);%Виводить АЧХ фільтру на екран

 title("АЧХ фільтру")

 subplot(1,2,2)

 imshow(I2)

 title("Вихідне зображення")

Отримати ДПФ відфільтрованого зображення та пояснити результат фільтрації, використовуючи представлення зображення у частотній та просторовій областях. Проаналізувати вплив на кінцеве зображення величини відносної частоти зрізу фільтру.

6.2.6 Перетворити частоти за допомогою команди ftrans2(1 рис):

img = imread('bear.bmp');

I = rgb2gray(img);

F=fft2(I);%ДПФ від матриці зображення

F2=log(abs(F));%Для візуалізації ДПФ необхідно взяти його модуль у логарифмічній шкалі

F1=fftshift(F2);

B=fir1(6,0.3);%Створення коеф. одновимірного ФНЧ 6-го порядку з відносною частотою зрізу 0,3

H=ftrans2(B);

figure

freqz2(H);

I2=imfilter(I,H);

subplot(1,2,1)

freqz2(H);%Виводить АЧХ фільтру на екран

title("АЧХ фільтру")

subplot(1,2,2)

imshow(I2)

title("Вихідне зображення")

Отримати ДПФ відфільтрованого зображення та пояснити результат фільтрації, використовуючи представлення зображення у частотній та просторовій областях. Проаналізувати вплив на кінцеве зображення величини відносної частоти зрізу фільтру.

6.2.7 Повторити пункт 6.2.6 внісши зміни(рис 1):

B=fir1(6,0.3,'high');

Отримати ДПФ відфільтрованого зображення та пояснити результат фільтрації, використовуючи представлення зображення у частотній та просторовій областях. Проаналізувати вплив на кінцеве зображення величини відносної частоти зрізу фільтру.

6.2.8 Зробити висновки по лабораторній роботі.