

Множина Еджворта-Парето

Мета заняття: ознайомитись із змістом методу багатокритеріальної оптимізації за методом Еджворта-Парето та закріпити теоретичний матеріал розв'язуванням задачі за варіантом індивідуального завдання.

4.1. Стислі теоретичні положення

Множина Еджворта-Парето є фундаментом численних теоретичних досліджень, а також надійним інструментом при розв'язанні різних прикладних багатокритеріальних задач (БКЗ).

Множина Еджворта-Парето названа так іменами вчених¹, які вперше звернули увагу на альтернативи, що поступаються одна одній при оцінці за кожним критерієм.

Італійський економіст і соціолог Вільфредо *Парето* (1848–1923) першим звернув увагу на ту обставину, що починати впорядкування багатокритеріальних альтернатив потрібно з видалення явно гірших.

У 1881 р. *Ф. Еджворт* запропонував геометричну інтерпретацію моделі економіки чистого обміну з двома учасниками, яка згодом отримала назву «ящик Еджворта». Міркування, використані автором при аналізі зазначеної моделі в разі двох критеріїв, по суті, спиралися на поняття, що наразі відоме як «оптимальність за Парето». Останнє найменування пов'язане з ім'ям італійського економіста і соціолога В. Парето, який ввів його пізніше.

Ідея формування множини Еджворта-Парето полягає у «відсіюванні» альтернатив, у яких оцінки за всіма критеріями гірші, ніж у інших.

Реалізація цієї ідеї базується на наступних визначеннях.

Домінуюча альтернатива А називається домінуючою відносно альтернативи **В**, якщо значення оцінки альтернативи **А** за всіма критеріями не гірше, ніж значення оцінки альтернативи **В**, а хоча б за одним критерієм значення оцінки альтернативи **А** – краще.

За таких умов альтернатива **В** називається **домінована**.

Альтернативи А і В називаються **непорівнюваними відносно одна одної**, якщо значення оцінки альтернативи **А** за одним із критеріїв краще за значення цього ж критерію альтернативи **В**, але водночас за одним з інших критеріїв значення альтернативи **А** гірше за значення цього критерію альтернативи **В**.

Абсолютно домінуюча альтернатива – це альтернатива, яка є домінуючою відносно кожної з наданих альтернатив.

Отже, *процедура формування множини Еджворта-Парето* полягає у пошуку всіх домінованих альтернатив та виключення їх із процесу прийняття рішення.

Для множини Еджворта-Парето справедливі такі твердження:

- до множини Еджворта–Парето входять альтернативи, які хоча б за одним критерієм не гірші, ніж інші;
- множина Еджворта–Парето складається із непорівнювальних альтернатив або тільки однієї абсолютно домінуючої альтернативи;
- множину Еджворта–Парето називають множиною непокращуваних рішень.

Задача виділення множини Еджворта–Парето зазвичай розглядається як попередня, і якщо не виявлено абсолютно домінуючої альтернативи, то для прийняття рішень використовують інші методи вже на суттєво меншій множині альтернатив.

4.2. Варіанти індивідуальних завдань

ЗАВДАННЯ.

Нехай існує необхідність вибору будинку при покупці. Обрано такі критерії оцінки: вартість, розмір, загальний стан, відстань до центру міста. Підібрано 10 альтернатив (A1 – A10) із певними значеннями за критеріями (див. нижче варіанти завдань).

ВИЗНАЧИТИ *множину Еджворта–Парето.*

Задача виділення множини Еджворта–Парето зазвичай розглядається як попередня, і якщо не виявлено абсолютно домінуючої альтернативи, то для прийняття рішень використовують інші методи вже на суттєво меншій множині альтернатив.

1.2. Варіанти індивідуальних завдань

ЗАВДАННЯ.

Нехай існує необхідність вибору будинку при покупці. Обрано такі критерії оцінки:

- вартість;
- розмір;
- загальний стан;
- відстань до центру міста, де знаходиться робота потенційного покупця;
- підібрано 5 альтернатив (A1 – A5) із певними значеннями їх критеріїв (див. далі).

ВИЗНАЧИТИ *множину Еджворта–Парето.*

Варіант 1

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	недалеко
A4	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі

Варіант 2

A1	дорого	малий	потребує капітального ремонту	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	недалеко
A4	недорого	середній	проведено євроремонт	в центрі
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 3

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко
A3	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі

Варіант 4

A1	недорого	малий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A9	недорого	малий	проведено євроремонт	поза містом
A5	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко

Варіант 5

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	великий	проведено євроремонт	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	поза містом

A4	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі

Варіант 6

A1	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	недалеко
A4	недорого	середній	проведено євроремонт	в центрі
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 7

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі

Варіант 8

A1	недорого	малий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	недорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A4	недорого	малий	проведено євроремонт	поза містом
A5	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко

Варіант 9

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	великий	проведено євроремонт	недалеко
A2	дорого	середній	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	поза містом

Варіант 10

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	далеко
A2	недорого	малий	проведено євроремонт	в центрі
A3	недорого	великий	проведено євроремонт	поза містом
A4	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A5	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	поза містом

Варіант 11

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A3	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом

Варіант 12

A1	дорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A3	дорого	малий	проведено євроремонт	поза містом
A4	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	в центрі

Варіант 13

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	середній	проведено євроремонт	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A3	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	дорого	малий	проведено євроремонт	поза містом
A5	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	недалеко

Варіант 14

A1	дорого	малий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	далеко
A3	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	поза містом
A4	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко
A5	недорого	великий	проведено євроремонт	поза містом

Варіант 15

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	далеко
A2	недорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A3	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко

Варіант 16

A1	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	в центрі
A2	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	далеко
A5	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	поза містом

Варіант 17

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі

Варіант 18

A1	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	не далеко
A4	недорого	середній	проведено євроремонт	в центрі
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 19

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	великий	проведено євроремонт	далеко
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	поза містом

Варіант 20

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	недорого	середній	потребує косметичного ремонту	недалеко
A4	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 21

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	недорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом

Варіант 22

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A4	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A5	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	далеко

Варіант 23

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом

Варіант 24

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	дорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A4	недорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A5	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 25

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	великий	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом

Варіант 26

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A4	недорого	середній	проведено євроремонт	далеко
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 27

Альтерна тиви	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	в центрі
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	в центрі

Варіант 28

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A4	дорого	середній	проведено євроремонт	недалеко
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 29

Альтерна тиви	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	дорого	середній	вимагає капітального ремонту	в центрі
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	в центрі

Варіант 30

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A4	недорого	середній	проведено євроремонт	недалеко
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 31

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	далеко
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	в центрі
A5	дорого	середній	вимагає капітального ремонту	в центрі

Варіант 32

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A4	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 33

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	середній	вимагає капітального ремонту	в центрі
A2	дорого	малий	проведено євроремонт	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	далеко
A4	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	вимагає капітального ремонту	в центрі

Варіант 34

A1	недорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A2	недорого	середній	проведено євроремонт	поза містом
A3	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A4	дорого	середній	проведено євроремонт	недалеко
A5	дорого	малий	потребує косметичного ремонту	недалеко

Варіант 35

Альтернативи	Критерії оцінки			
	вартість	розмір	загальний стан	відстань до центру міста
A1	недорого	великий	вимагає капітального ремонту	поза містом
A2	дорого	малий	вимагає капітального ремонту	недалеко
A3	дорого	середній	потребує косметичного ремонту	в центрі
A4	недорого	малий	потребує косметичного ремонту	поза містом
A5	дорого	великий	проведено євроремонт	в центрі