Загальна характеристика методів розрахунку надійності ремонтованих систем

Показники надійності ремонтованих в процесі застосування систем зазвичай звичайно розраховують з напрацювання відновлюваних систем – завжди в календарному часу.

Показники надійності, як правило, визначаються за умови, що в момент включення все елементи працездатні. Найбільш часто використовуються два методи розрахунку надійності ремонтованих систем, які умовно на опиняються: метод інтегральних рівнянь і метод диференціальних рівнянь. Розвиток методу диференціальних рівнянь привело до формування ряду правил визначення шуканих величин безпосередньо за схемою станів.

Метод інтегральних рівнянь заснований на допущені, що значення часу (напрацювання) між послідовними відмовами відмовами і часу відновлення є незалежними випадковими величинами. Складають і розвязують інтегральні або інтегро-диференціальні рівняння, що зв'язують імовірності знаходження в різних станах. При цьому немає принципових обмежень на закони розподілу часу напрацювання між відмовами і часу відновлення елементів. Зазвичай порівняно просто скласти самі рівняння.

Однак рішення цих рівнянь часто зустрічає великі труднощі. Точні кінцеві результати можна отримати лише для деяких законів розподілу для дубльованих систем.

Розв’язують системи диференціальних рівнянь методом перетворення Лапласа або яким-небудь іншим методом.

Коли перерви в роботі системи допустимі, в якості показників надійності зазвичай використовують функцію готовності $K_Г(t)$ і функцію простою $K_П(t)$ або відповідні показники надійності. При цьому часто розглядають сталий режим експлуатації при $t \to \infty$. Тоді $P'(t)=0$ і система диференціальних рівнянь переходить в систему алгебраїчних рівнянь.

Коли перерви в роботі системи неприпустимі, в якості показників надійності використовуються умовні імовірності безперервної безвідмовної роботи протягом заданого часу виконання завдання при умові, що в початковий момент часу всі елементи системи працездатні. Безпосередньо за схемою станів можна визначити стаціонарні імовірності P_i знаходження системи в k-му стані. Для цього використовується наступне правило:

необхідно рухатися за напрямком стрілок з кожного крайнього стану в k-ий по найкоротшому шляху і перемножити всі інтенсивності переходів, відповідні стрілкам. Таким чином долаються всі шляхи з усіх крайніх станів в кожен стан системи. При розгалуженій схемі станів деякі ділянки шляху доведеться проходити кілька разів. При цьому інтенсивності переходів цих ділянок потрібно враховувати тільки один раз. Імовірність знаходження системи у k -му стані

$$P_k = \frac{\Delta k}{\sum_{j=0}^{m} \Delta j}$$

де Δk, Δj - добуток інтенсивностей переходів з крайніх станів відповідно у k та j при рухові найкоротшим шляхом в напрямку стрілок, m+1 – число станів системи.

5.8. Обчислення функцій готовності та простою систем

Нерезервована система може перебувати в будь-який момент часу t в одному з двох станів; 0 – система працездатна; 1 – система непрацездатна і ремонтується. Позначимо імовірність цих станів через $P_0(t)$ і $P_1(t)$. Очевидно, що $K_Г(t) = P_0(t)$, $K_П(t) = P_1(t)$.

При тривалій експлуатації можуть бути досягнуті встановлені значення $K_Г = P_0(t)$, $K_П = P_1(t)$.

Розглянемо спочатку випадок, коли час безвідмовної роботи і час відновлення мають експоненціальний розподіл.

На рис. 5.1 наведена схема станів системи, на якій зображені можливі стани і інтенсивності переходів. У відповідності зі схемою рис. 5-1 складемо систему диференціальних рівнянь.

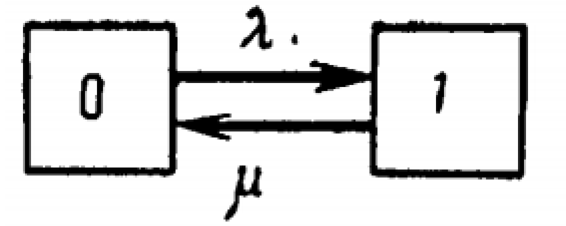

Рис. 5.1. Схема станів простої системи

$$P'_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t);$$
$$P'_1(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t).$$

Якщо при t = 0 система перебувала в працездатному стані, то початкові умови $P_0(0) = 1$, $P_1(0) = 0$ і в результаті розв'язку системи рівнянь отримаємо:

$$\begin{cases} К_{Г}(t) = P_0(t) = \dfrac{\mu}{\mu+\lambda} + \dfrac{\lambda}{\mu+\lambda}\exp(-(\mu+\lambda)t); \\ К_{П}(t) = P_1(t) = \dfrac{\lambda}{\mu+\lambda} - \dfrac{\lambda}{\mu+\lambda}\exp(-(\mu+\lambda)t). \end{cases}$$

Якщо при t = 0 система перебувала в ремонті, то початкові умови $P_0(0) = 0$, $P_1(0) = 1$ і в результаті розв'язку системи рівнянь отримаємо:

$$\begin{cases} К_{Г}(t) = P_0(t) = \dfrac{\mu}{\mu+\lambda} - \dfrac{\lambda}{\mu+\lambda}\exp(-(\mu+\lambda)t); \\ К_{П}(t) = P_1(t) = \dfrac{\lambda}{\mu+\lambda} + \dfrac{\lambda}{\mu+\lambda}\exp(-(\mu+\lambda)t). \end{cases}$$

При тривалій експлуатації $t \to \infty$ функції готовності та простою набувають сталого значення та перетворюються у коефіцієнти готовності та простою, які не залежать від початкових умов:

$$\begin{cases} К_{Г} = P_0(t) = \dfrac{\mu}{\mu + \lambda}; \\ К_{П} = P_1(t) = \dfrac{\lambda}{\mu + \lambda}. \end{cases}$$

Оскільки $\mu = \frac{1}{Т_{В}}$, $\lambda = \frac{1}{Т}$, отримаємо відомі вирази для коефіцієнтів готовності та простою:

$$\begin{cases} К_{Г} = \dfrac{Т_{В}}{Т + Т_{В}}; \\ К_{П} = \dfrac{Т}{Т + Т_{В}}. \end{cases}$$

Вирази для коефіцієнтів готовності і простою можна записати безпосередньо за схемою станів, використовуючи вищевикладене правило.

При русі у напрямку стрілки зі стану 1 в стан 0 інтенсивність переходу дорівнює μ, а зі стану 0 в стан $1 - \lambda$. Отже,

$$\begin{cases} P_0 = \dfrac{\mu}{\mu + \lambda}; \\ P_1 = \dfrac{\lambda}{\mu + \lambda}. \end{cases}$$

5.9. Особливості розрахунку зарезервованих систем

Система, що складається з рівних по надійності одного основного і k резервних елементів, може перебувати в будь-якому з $(k + 2)$ станів:

0 – всі елементи працездатні; 1 – один елемент в непрацездатному стані; j – коли j елементів в непрацездатному стані; k + l, коли (k + 1) елементів в непрацездатному стані.

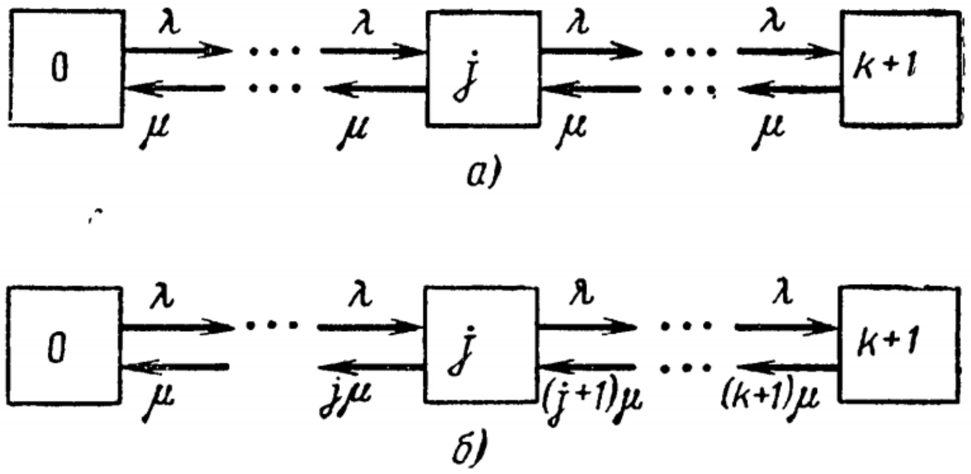

Рис. 5.2. Схема станів системи, що складається з основного і k однакових елементів в ненавантаженому резерві при обмеженому (a) і необмеженому ($б$) відновленні

Вважаємо, що при заміні працюючого елемента на резервний перерви в роботі системи не відбувається, тому відмова системи настає при одночасній непрацездатності основного і всіх резервних елементів (стан (k + 1)).

Розглянемо випадок ненавантаженого резерву з абсолютно надійним перемикачем і однієї ремонтною бригадою, яка обслуговує систему (обмежене відновлення). За припущенням, елементи в ненавантаженому резерві мають інтенсивність відмов λ = 0. Якщо число непрацездатних елементів більше одного, то існує черга на ремонт. Схема станів системи представлена на рис. 5.2, а.

Система диференціальних рівнянь для нашого прикладу має вигляд:

$$P'_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t);$$

.

$$P'_j(t) = \lambda P_{j-1}(t) - (\lambda + \mu) P_j(t) + \mu P_{j+1}(t);$$

.

$$P'_{k+1}(t) = \lambda P_k(t) - \mu P_{k+1}(t).$$

При тривалій експлуатації $t \to \infty$ система перетворюється у систему алгебраїчних рівнянь:

$$-\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) = 0;$$

$$.$$

$$\lambda P_{j-1}(t) - (\lambda + \mu) P_j(t) + \mu P_{j+1}(t) = 0;$$

$$.$$

$$\lambda P_k(t) - \mu P_{k+1}(t) = 0.$$

Також систему необхідно добавити нормувальною умовою:

$$\sum_{j=0}^{k+1} P_j(t) = 1$$

В результаті розв'язку даної системи отримаємо значення коефіцієнтів простою та готовності.

$$\begin{cases} К_Г = P_{к+1} = \dfrac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} (\frac{\mu}{\lambda})^j}; \\ К_П = 1 - P_{к+1} = 1 - \dfrac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} (\frac{\mu}{\lambda})^j}. \end{cases}$$

Якщо та ж система, що складається з $k + 1$ елементів, обслуговується ($k + 1$) ремонтними бригадами (необмежене відновлення), то черга на ремонт відсутня. Схема станів для ненавантаженого резерву і не обмеженого відновлення представлена на рис. 5.2, б. В результаті розв'язок системи рівнянь при P'(t) = 0 отримаємо:

$$\begin{cases} К_Г = P_{к+1} = \dfrac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \dfrac{(k+1)!}{j!} (\dfrac{\mu}{\lambda})^{k+1-j}}; \\ К_П = 1 - P_{к+1} = 1 - \dfrac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \dfrac{(k+1)!}{j!} (\dfrac{\mu}{\lambda})^{k+1-j}}. \end{cases}$$

Схеми станів для системи, що складається з одного основного і k елементів, в навантаженому резерві наведені на рис. 5.3, а – для обмеженого відновлення і б – для необмеженого відновлення.

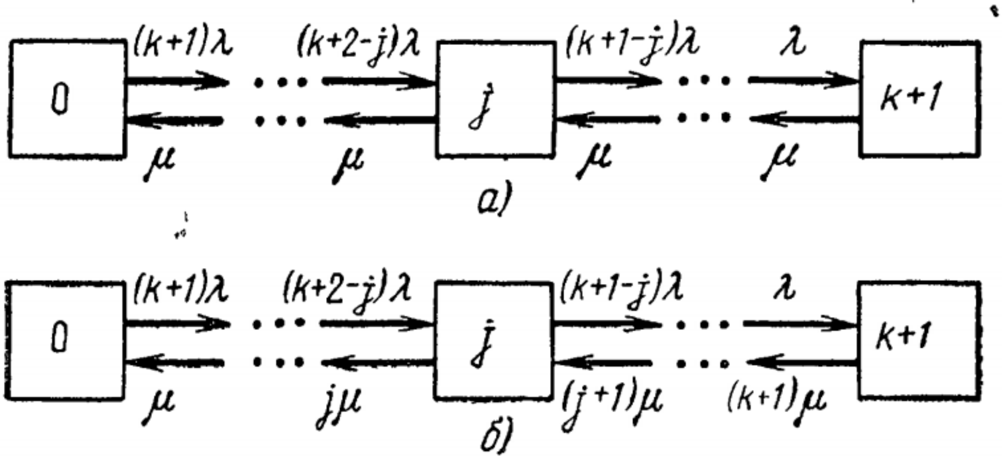

Рис. 5.3. Схема станів системи, що складається з основного і k елементів в навантаженому резерві при обмеженому (а) і необмеженому (б) відновлення

Аналогічними перетвореннями отримаємо:

для обмеженого відновлення:

$$\begin{cases} К_П = P_{к+1} = \dfrac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \dfrac{1}{j!} (\dfrac{\mu}{\lambda})^{j}}; \\ К_Г = 1 - К_П. \end{cases}$$

для необмеженого відновлення:

$$
\left.\begin{aligned}
K_{\text{п}} &= \left(\frac{\lambda}{\mu+\lambda}\right)^{k+1};\\
K_{\text{г}} &= 1-\left(\frac{\lambda}{\mu+\lambda}\right)^{k+1} = \sum_{j=0}^{k} C_{k+1}^{k+1-j} \times\\
&\times \left(\frac{\mu}{\mu+\lambda}\right)^{k+1-j}\left(\frac{\lambda}{\mu+\lambda}\right)^{j}.
\end{aligned}\right\}
$$

В деяких випадках можливі варіанти, коли після певної кількості відмов і відновлень настає час, коли прилад відновленню не підлягає. Приклад представлення схеми станів такого варіанту наведено на рис. 5.4.

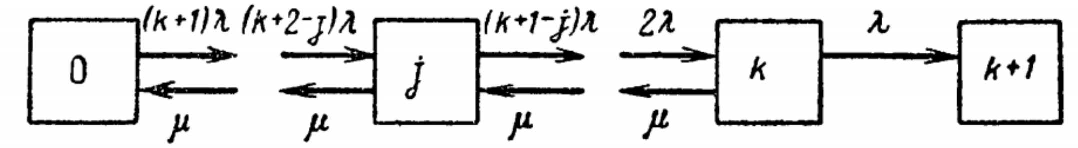

Рис. 5.4. Схема станів системи, що складається з основного і k елементів в навантаженому резерві. Стан $(k + 1)$ є поглинаючим

Методика розрахунку таких систем аналогічна попереднім розглянутим варіантам, в останньому рівнянні буде лише одна складова.