

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ МСЕ

Поняття про метод суперелементів

Виняткова ефективність методу скінченних елементів при моделюванні конструкцій створює ілюзію його універсальності і необмеженості можливостей. Дійсно, конструкцію довільної складності можна скласти з простіших, типових елементів, побудувавши таким чином скінченно-елементну модель. Однак, зі збільшенням кількості елементів зростають об'єми вхідної інформації, розміри матриць жорсткості і мас, що приводить часто до неможливості одержання розв'язків або у зв'язку з суттєвим збільшенням часу розв'язання задачі, або з причини недостатньої потужності обчислювальної техніки. Не на останньому місці серед труднощів, які при цьому виникають, є і збільшення похибок розв'язку систем рівнянь великої розмірності.

Усе це привело до необхідності введення різних модифікацій методу скінченних елементів, серед яких найбільш ефективною виявилась модифікація, названа методом скінченних суперелементів (МССЕ). Ідея методу така ж проста, як і ідея базового МСЕ [19]. Послідовність побудови суперелементної моделі для деякої конструкції наведено на рис. 12.1.

Конструкцію (рис. 12.1, *a*) розділяють на підконструкції (рис. 12.1, *б*), які, у свою чергу, розділяються на менші (рис. 12.1, *в*) і т.д. до нижнього рівня, за який приймаються типові скінченні елементи з відомими матрицями жорсткості і навантажень.

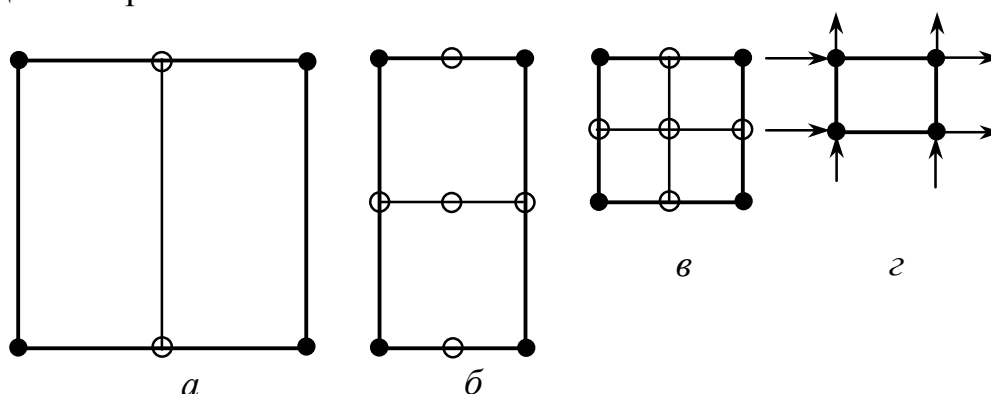


Рис. 12.1. Побудова суперелементної моделі: конструкція – 4 рівень (*a*); суперелемент – 3 рівень (*б*); суперелемент – 2 рівень (*в*); скінченний елемент – 1 рівень (*г*)

При розділенні на підконструкції враховують особливості форми, навантаження, структури конструкції, можливості обчислювальної техніки, яка використовується, тощо.

У загальному випадку не можна дати рецепт правильного розділення на підконструкції. Цей процес, як і побудова розрахункової схеми для довільної конструкції, є до деякої міри мистецтвом і залежить від рівня фундаментальної та інженерної підготовки фахівця.

Практика розрахунків підказує декілька рекомендацій щодо застосування методу суперелементів:

1) підконструкції на кожному етапі повинні розбиватися на типові елементи;

2) розміри підконструкцій повинні дозволяти формування і обробку матриць жорсткості на ЕОМ, які використовуються;

3) кількість рівнів визначається з порівняння трудомісткості розрахунку для декількох можливих варіантів;

4) кількість типів елементів першого рівня повинна бути якомога меншою.

Після умовного розділення конструкції на суперелементи переходять до одержання матриць жорсткості елементів на кожному з рівнів, поступово переходячи від нижніх рівнів до верхніх. При цьому враховуються умови об'єднання, які у варіанті методу переміщень зводяться до прирівнювання переміщень у спільних вузлах підконструкцій, що об'єднуються.

Тут необхідно зробити одне суттєве зауваження, яке, власне, і пояснює термін “суперелемент”. При переході від нижчих рівнів до вищих і об'єднанні підконструкцій кількість узагальнених координат конструкції в цілому не зменшується в порівнянні з їх кількістю при безпосередньому розділенні конструкції на елементи нижчого рівня. У зв'язку з цим здається незрозумілим, у чому ж полягають переваги розділення на підконструкції. Основною складовою алгоритму методу суперелементів є виключення частини узагальнених координат для підконструкцій на кожному рівні. Модель підконструкції, одержана після виключення деяких узагальнених координат, і є, власне, суперелементом. Як правило, виключають координати, пов'язані з переміщеннями внутрішніх вузлів, залишаючи необхідну кількість вузлових переміщень для об'єднання суперелементів на наступному етапі і виконання умов закріплення, а також умов навантаження.

Розмірність матриць на кожному етапі змінюється несуттєво, але збільшується кількість операцій визначення їх елементів. Саме ці два фактори визначають схему розділення на підконструкції-суперелементи.

Припустимо, що на деякому етапі для підконструкції можна виділити “внутрішні” і “зовнішні” вузли і відповідні переміщення (на рис. 12.1 “внутрішні” вузли зображені кружечками, а “зовнішні” – чорними

крапками^{*)}). Тоді матрицю жорсткості, навантажень і переміщень суперелемента можна розділити на блочні матриці

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rr} & \mathbf{K}_{rs} \\ \mathbf{K}_{sr} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_r \\ \mathbf{q}_s \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_r \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (12.1)$$

Система рівнянь для такого елемента

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rr} & \mathbf{K}_{rs} \\ \mathbf{K}_{sr} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_r \\ \mathbf{q}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_r \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (12.2)$$

Виключимо в (12.2) координати \mathbf{q}_s (“внутрішні”)

$$(\mathbf{K}_{rr} - \mathbf{K}_{rs} \mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sr}) \mathbf{q}_r = \mathbf{F}_r, \quad (12.3)$$

або

$$\mathbf{K}_p \mathbf{q}_r = \mathbf{F}_r.$$

Одержану редуційовану матрицю \mathbf{K}_p можна записати за допомогою матриці перетворень

$$\mathbf{K}_p = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T}, \quad (12.4)$$

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{ss}^{-1} \mathbf{K}_{sr} \end{pmatrix}. \quad (12.5)$$

Для багаторівневої схеми формула (12.4) застосовується для кожного рівня. Послідовність визначення матриць жорсткості від нижнього рівня до конструкції у цілому має вигляд

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_p^{(1)} &= \mathbf{T}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{T}_1, \\ \mathbf{K}_p^{(2)} &= \mathbf{T}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{T}_2, \\ &\dots \dots \dots \\ \mathbf{K}_p^{(n)} &= \mathbf{T}_n^T \mathbf{K}_n \mathbf{T}_n, \end{aligned} \quad (12.6)$$

де $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \dots, \mathbf{K}_n$ – матриці жорсткості підконструкцій на кожному з рівнів синтезу;

$\mathbf{K}_p^{(1)}, \mathbf{K}_p^{(2)}, \dots, \mathbf{K}_p^{(n)}$ – редуційовані матриці жорсткості підконструкцій – суперелементів на кожному з рівнів синтезу.

Наведена (редуційована) матриця конструкції $\mathbf{K}_p^{(n)}$ зберігає всі властивості повної скінченно-елементної моделі, хоча, на відміну від останньої, є більш заповненою і не завжди явно стрічковою.

^{*)} У дійсності “зовнішні” – це вузли, які залишаються, а “внутрішні” – які виключаються. Як видно з рис. 12.1, “внутрішніми” можуть бути і вузли на границях елементів. Як правило, навантаження у “внутрішніх” вузлах відсутне.

Значно складнішою є побудова суперелементів у задачах динаміки конструкцій. Іноді використовують матрицю перетворень \mathbf{T} і для одержання редуційованої матриці мас, однак одержана таким чином матриця мас є наближеною і не відображає правильно інерційні властивості конструкції.

Коректну редукцію матриць суперелементів для задач динаміки можна виконати, записуючи рівняння динаміки у просторі перетворень Фур'є [5]. При цьому редукція, проведена для матриці динамічної жорсткості

$$\mathbf{Z}(i\omega) = \mathbf{K}(i\omega) + (i\omega)^2 \mathbf{M} \quad (12.7)$$

за схемою, наведеною вище, дозволяє зберегти всі інерційні властивості конструкції.

Найбільш повно методика суперелементного підходу описується у роботах [18, 19].

Джерела похибок

Дослідження точності наближеного розв'язку складається з вивчення джерел похибок, аналізу величин похибок, умов збіжності і швидкості збіжності.

Похибка розв'язку складається з похибок, які не можна усунути, похибок, пов'язаних із методом, і похибок обчислення.

Похибки, які не можна усунути, виникають внаслідок невідповідності розрахункової схеми і конструкції. Цю невідповідність обумовлено неточністю вхідних даних, а також спрощеннями, які вносяться при побудові розрахункової схеми. Ці похибки не контролюються у процесі чисельного розв'язку і можуть бути зменшені тільки за рахунок більш точного описання конструкції.

Похибки математичної моделі МСЕ (похибки методу) виникають внаслідок апроксимації розшукуваних функцій наближеними виразами. У МСЕ функції апроксимації (координатні функції) є локально визначеними, і тому похибки методу залежать як від якісної відповідності координатних функцій розшукуваного розв'язку, так і від розмірів елементів. Якість координатних функцій оцінюється за повнотою координатних функцій і виконанням умов сумісності для сусідніх скінченних елементів на їх спільних границях. Для МСЕ у варіанті методу переміщень доведено, що при зменшенні кроку сітки в області, зайнятій тілом, збіжність розв'язку МСЕ до точного можна гарантувати тільки у тому випадку, якщо набір координатних функцій буде повним, а самі вони забезпечують виконання умов сумісності для суміжних скінченних елементів.

Похибки обчислень складаються з похибок округлення при арифметичних діях зі скінченною кількістю розрядів. Похибки зростають

зі збільшенням розмірності задачі у зв'язку зі збільшенням кількості арифметичних дій.

Вплив похибок округлення на похибки обчислень суттєво залежить від обумовленості системи лінійних алгебраїчних рівнянь, до яких зводиться розв'язок у МСЕ. Ці похибки обумовлюються такими причинами:

1) наявність похибок, які не можуть бути усунутими, у зв'язку з чим замість системи $\mathbf{K}\mathbf{U}=\mathbf{F}$ розв'язується система $(\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K})\mathbf{U} = \mathbf{F} + \Delta\mathbf{F}$, де $\Delta\mathbf{K}$ і $\Delta\mathbf{F}$ – похибки при визначенні матриць \mathbf{K} і \mathbf{F} ;

2) похибки округлення чисел при виконанні алгебраїчних дій на ЕОМ.

Вплив цих джерел похибок залежить від такої фундаментальної властивості матриці \mathbf{K} , як обумовленість. Мірою обумовленості матриці є число обумовленості, яке визначається як відношення $C(\mathbf{K}) = \lambda_{\max} / \lambda_{\min}$, де λ_{\max} і λ_{\min} – відповідно найбільше і найменше власні числа матриці \mathbf{K} , які визначаються з характеристичного рівняння

$$|\mathbf{K} - \lambda\mathbf{E}| = 0.$$

Якщо $\lambda_{\min} = 0$ і $C(\mathbf{K}) = \infty$, то матриця є виродженою. Чим більше число обумовленості, тим гірша обумовленість матриці \mathbf{K} .

Роль числа обумовленості можна проілюструвати таким прикладом [40]. Розглянемо дві системи, які відрізняються на величини, пов'язані з наявністю похибок

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{R}, \quad (\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K})\mathbf{U} = (\mathbf{R} + \Delta\mathbf{R}).$$

Для невиродженої матриці \mathbf{K} має місце відношення

$$\frac{\|\Delta\mathbf{U}\|}{\|\mathbf{U}\|} < C(\mathbf{K}) \frac{\|\Delta\mathbf{K}\|}{\|\mathbf{K}\|},$$

де $\frac{\|\Delta\mathbf{U}\|}{\|\mathbf{U}\|}$ – відносна похибка у розв'язку, обумовлена наявністю похибок

($\|\dots\|$ – норма вектора або матриці).

Нерівність показує, що число обумовленості є коефіцієнтом пропорційності у виразі для відносної похибки розв'язку. Чим більше $C(\mathbf{K})$, тим більше зростає похибка, обумовлена похибками визначення матриць.

Аналогічно впливає число обумовленості на зростання похибки, пов'язаної з округленням чисел у ЕОМ. Відносна похибка може бути визначена згідно із залежністю

$$\delta \approx 10^{-S} \cdot C(\mathbf{K}),$$

де S – число десяткових цифр у відповідності з розрядною сіткою ЕОМ.

У МСЕ число обумовленості можна зв'язати з параметрами сітки. При нерівномірній сітці

$$C(\mathbf{K}) = A \left(\frac{a}{l} \right)^{-2m},$$

де A – число, яке залежить від степеня p апроксимуючого полінома;

a, l – характерні розміри елемента і конструкції;

m – порядок вищої похідної у варіаційному рівнянні задачі.

Таким чином, задачі більш високого порядку більш чутливі до числа обумовленості.

Зменшення кроку сітки скінченних елементів, тобто відношення $\frac{a}{l}$,

приводить до зменшення похибки методу, але збільшує похибку обчислень, тому у практичних розрахунках сітки необхідно вибирати на основі компромісного рішення.

Існує зв'язок між числом обумовленості та формою скінченного елемента. Наприклад, при зменшенні кута у трикутних скінченних елементах обумовленість значно погіршується. Таким чином, необхідно уникати таких варіантів сітки, в яких з'являються скінченні елементи з малим гострим кутом або з одним розміром, значно більшим за інші габаритні розміри (у плоских і об'ємних елементах).

Збіжність методу скінченних елементів

Теоретична збіжність розв'язку до точного визначається похибками методу. Важливою характеристикою є також швидкість збіжності. Якщо швидкість збіжності висока, то хороші результати можна одержати на достатньо грубій сітці.

Як вказувалося вище, метод скінченних елементів у переміщеннях є варіантом методу Рітца зі специфічними (локальними) координатними функціями.

Збіжність методу Рітца вивчена з достатньою повнотою, і ці результати можна поширити і на метод скінченних елементів.

Будемо вважати, що номер наближення пов'язано з числом скінченних елементів. Тоді зі збільшенням номера наближення крок сітки зменшується. Граничним варіантом скінченно-елементної моделі буде такий, у якому число скінченних елементів, рівномірно розподілених по області тіла, безмежно зростає.

Розв'язок МСЕ збігається до точного, якщо виконуються такі умови:

1. На спільних границях суміжних елементів координатні функції повинні забезпечувати неперервність функції переміщень і усіх її похідних, порядок яких хоча б на одиницю менше порядку старших похідних, які входять у варіаційне рівняння задачі. Цією умовою встановлюються необхідні вимоги до гладкості координатних функцій у відповідності з принципом можливих переміщень.

Наприклад, у задачах теорії пружності варіаційне рівняння разом із функцією переміщень вміщує її перші похідні. Координатні функції у цьому випадку повинні забезпечувати тільки неперервність самих функцій. Перші похідні при цьому матимуть розриви першого роду. У задачах згину пластин у варіаційне рівняння входять другі похідні від переміщень. У цьому випадку необхідною є неперервність переміщень і перших похідних.

Взагалі, для задач, що описуються рівняннями $2m$ порядку, варіаційне рівняння вміщує похідні m порядку, і розв'язок необхідно шукати у класі функцій, що забезпечують на границях скінченних елементів неперервність похідних до $m-1$ порядку включно. Скінченні елементи, для яких виконується ця вимога, називають сумісними. В інших випадках маємо несумісні елементи.

2. Координатні функції повинні забезпечувати як переміщення елемента як твердого тіла, так і сталу по об'єму деформацію. Стала частина деформації є основним компонентом поля деформацій, – при зменшенні розмірів елементів змінна частина деформації (тобто залежна від координат) у межах елемента зменшується порівняно із сталою складовою. Ця умова відображає властивість координатних функцій створювати повну систему функцій. Умову повноти системи функцій задовольняють, зокрема, функції у вигляді повних поліномів відповідного степеня.

Для оцінки збіжності встановлено залежність похибки розв'язку від характерних параметрів задачі та її скінченно-елементної моделі. Нехай для координатних функцій використовується повний поліном степеня p . Тоді, згідно з теоремою Тейлора [38], похибка апроксимації функції

переміщень є пропорційною величині $\left(\frac{a}{l}\right)^{p+1}$, де a – характерний розмір –

крок сітки, l – характерний розмір тіла. Якщо диференціальні рівняння мають порядок $2m$, вираз для енергії деформації і, відповідно, варіаційне рівняння вміщують похідні m порядку. Ці похідні апроксимуються вже з

похибкою, пропорційною величині $\left(\frac{a}{l}\right)^{p+1-m}$. Оскільки у вирази для

енергії входять квадрати похідних (див. розд. 2), похибка у визначенні енергії, а значить і усього розв'язку, дорівнює

$$\delta = k \left(\frac{a}{l}\right)^{2(p+1-m)},$$

де k – коефіцієнт пропорційності.

Звідси випливає, що швидкість збіжності залежить від параметра p .

Оскільки $\left(\frac{a}{l}\right) < 1$, то чим більше p , тим вище швидкість збіжності. При вибраному параметрі p точність розв'язку регулюється за допомогою кроку сітки. Зменшуючи крок сітки, можна досягнути необхідної точності.

3. Ще однією умовою збіжності є умова геометричної апроксимації змінної на елементі при ортогональних перетвореннях системи координат. Геометрична інваріантність або геометрична ізотропія є гарантією повноти поліноміальної апроксимації вздовж границь скінченного елемента того ж порядку, що й у самому елементі.

Ця вимога є суттєвою при використанні переходу від локальної до глобальної системи координат, зокрема при використанні ізопараметричних елементів.

Якщо пробною функцією є повний поліном, то елемент відповідає геометричній ізотропії. Якщо деякі члени виключаються, то це необхідно робити так, щоб не порушувалась геометрична ізотропія. Зокрема, можна відкидати симетричні пари змінних, наприклад, x^3 і y^3 , x^5y^2 і x^2y^5 , зменшуючи порядок полінома.

Програмна реалізація МСЕ

Програми МСЕ можуть мати різне призначення: від програм, що виконують порівняно прості розрахунки елементів конструкцій з невеликою кількістю невідомих, до універсальних програмних комплексів із потужним програмним забезпеченням усіх етапів алгоритму МСЕ. Саме різноманітність задач, де використовується МСЕ, привела до появи універсальних програмних комплексів із бібліотеками скінчених елементів (як правило, кількість елементів у бібліотеках перевищує 50), можливістю розв'язання рівнянь із декількома десятками тисяч невідомих, розвиненим графічним інтерфейсом для введення даних і одержання результатів.

До найбільш відомих необхідно віднести програмні комплекси NASTRAN (NASA, Лос-Анджелес, США), ANSYS (Х'юстонський науково-дослідний центр, США), ADINA (Масачусетський технологічний інститут), ASKA (Штутгартський університет), КАСКАД-2 (Кораблебудівний інститут, Санкт-Петербург), СУМПАК (Інженерно-будівельний інститут, м. Казань), Термоупругопластичність (Київський політехнічний інститут), ПРОЧНОСТЬ (Київський інженерно-будівельний інститут) та ін.

Усі ці системи призначені для автоматизації інженерного аналізу (CAE – Computer Aids Engineering), на відміну від систем автоматичного проектування (CAD – Computer Aids Design) і автоматизації виробництва (CAM – Computer Aids Manufacturing).

Такі CAD/CAM системи як AutoCAD, PRO/Engineer, Solids Works широко використовуються для комп'ютерного моделювання виробів складної форми з випуском креслень і генерацією управляючих програм для верстатів з ЧПК. Однак ці пакети не мають розвинених засобів інженерного аналізу. CAE-системи інженерного аналізу, вказані вище, дозволяють, окрім моделювання систем різної фізичної природи, ще й

дослідити реакцію цих систем на зовнішні збурення у вигляді розподілення напружень, температур, швидкостей, електромагнітних полів тощо.

Одним із найбільш поширених комплексів є система ANSYS, що використовує метод скінченних елементів. У значній мірі це пов'язано з діяльністю фірми CAD-FEM GmbH, яка займається розвитком, продажем і технічним супроводженням спеціалізованого програмного забезпечення в області сучасних автоматизованих комп'ютерних технологій – CAE-систем ANSYS, LS-DINA, STAR-CD, ADAMS, CAD/x та інших.

Система ANSYS використовується у багатьох зарубіжних університетах та фірмах. Вона є рекомендованою Науково-методичною Радою Міністерства РФ за напрямком “Прикладна механіка” як основа для використання в учбовому процесі підготовки бакалаврів, магістрів науково-технічного напрямку.

Сукупність програмних засобів фірми ANSYS складається з окремих багатоцільових розрахункових пакетів, які призначені для розв'язання широкого кола інженерних задач.

Флагманський пакет ANSYS/Multiphysics є найбільш потужним, багатоцільовим продуктом, який дозволяє виконувати розрахунки не тільки у таких окремих областях, як міцність, розповсюдження тепла, механіка рідин і газів та електромагнетизм, але і розв'язку зв'язаних задач.

ANSYS/Mechanical надає широкі можливості для виконання проектних розробок, аналізу й оптимізації: розв'язок складних задач міцності, теплопередачі і акустики. Програма є потужним інструментом для визначення переміщень і напружень, зусиль, температур та інших важливих параметрів.

ANSYS/Structural виконує складний аналіз конструкцій з урахуванням нелінійностей, серед яких геометрична і фізична нелінійності, стійкість.

ANSYS/Linear Plus – варіант пакета ANSYS/Mechanical для розв'язку задач лінійної статичної динаміки і стійкості.

ANSYS/Thermal – програма, що відокремилась від ANSYS і призначена для розв'язку теплових стаціонарних і нестаціонарних задач.

ANSYS/Prep Post забезпечує швидку і зручну побудову скінченно-елементних моделей.

ANSYS/ED – варіант програми ANSYS/Multiphysics, який має обмеження за розмірами моделі.

Автономними програмами фірми ANSYS є такі:

ANSYS/FLOTRAN – програма для розв'язку задач обчислювальної гідроаеродинаміки.

ANSYS/Emag – пакет для числового моделювання електромагнітного поля і розв'язку задач, пов'язаних з електрикою і магнетизмом.

ANSYS/LS-DINA – пакет, призначений для розв'язку задач динаміки при великих нелінійностях. Може використовуватись для моделювання

процесів формування матеріалів, аналізу аварійних зіткнень і ударів при великих деформаціях.

ANSYS/ LS-DINA Prep Post забезпечує пре- і постпроцесорну обробку даних для основного пакета ANSYS/ LS-DINA.

Крім програмного комплексу ANSYS необхідно відмітити FEMLAB – універсальний програмний комплекс для моделювання за допомогою методу скінченних елементів фізичних процесів, які описуються диференційними рівняннями у частинних похідних. FEMLAB може бути встановлений також як додаток до програми MATLAB.

Останнім часом набуває поширення CAD/CAE система APM WinMachine.

APM WinMachine вміщує сучасні ефективні і надійні алгоритми і програми для розрахунку:

- міцності, жорсткості й стійкості елементів конструкцій і машин;
- витривалості при змінних режимах навантаження;
- динамічних характеристик і кінематичних параметрів;
- вірогідності, надійності та зносостійкості.

Комплекс APM WinMachine складається з 17 модулів, серед яких:

APM WinTruss – модуль розрахунку і проектування плоских ферм методом скінченних елементів;

APM WinFEM2D – модуль розрахунку напружено-деформованого стану плоских деталей;

APM WinFEM3D – модуль розрахунку і проектування пластинчастих, оболонкових і стержневих конструкцій;

APM WinMachine призначена для персональних комп'ютерів і працює у середовищі Microsoft Windows-98, ...,XP.

Зазначимо, що намагання створити універсальні комплекси привело до їх суттєвого ускладнення. Підтвердженням цього є поява професії консультанта з прикладних програм. Однак, можливості цих комплексів, які розробляються великими колективами програмістів, інженерів, математиків, і недосяжні для програм індивідуальної розробки, свідчать про необхідність їх появи в арсеналі інструментальних засобів інженера-механіка сучасного рівня. У першу чергу, для того, щоб освоїти ці програми, які у більшості випадків працюють за принципом „чорного ящика”, необхідно зрозуміти алгоритм методу скінченних елементів, для чого і призначений даний посібник.

Програмна реалізація МСЕ

Програми МСЕ можуть мати різне призначення: від програм, щовиконують порівняно прості розрахунки елементів конструкцій з невеликою кількістю невідомих, до універсальних програмних комплексів із потужним програмним забезпеченням усіх етапів алгоритму МСЕ. Саме різноманітність задач, де використовується МСЕ, привела до появи універсальних програмних комплексів із бібліотеками скінченних елементів (як правило, кількість елементів у бібліотеках перевищує 50), можливістю розв'язання рівнянь із декількома десятками тисяч невідомих, розвиненим графічним інтерфейсом для введення даних і одержання результатів.

До найбільш відомих необхідно віднести програмні комплекси NASTRAN (NASA, Лос-Анджелес, США), ANSYS (Х'юстонський науково-дослідний центр, США), ADINA (Масачусетський технологічний інститут), ASKA (Штутгартський університет), КАСКАД-2 (Кораблебудівний інститут, Санкт-Петербург), СУМРАК (Інженерно-будівельний інститут, м. Казань), Термоупругопластичність (Київський політехнічний інститут), ПРОЧНОСТЬ (Київський інженерно-будівельний інститут) та ін.

Усі ці системи призначені для автоматизації інженерного аналізу (CAE – Computer Aids Engineering), на відміну від систем автоматичного проектування (CAD – Computer Aids Design) і автоматизації виробництва (CAM – Computer Aids Manufacturing).

Такі CAD/CAM системи як AutoCAD, PRO/Engineer, Solids Works широко використовуються для комп'ютерного моделювання виробів складної форми з випуском креслень і генерацією управляючих програм для верстатів з ЧПК. Однак ці пакети не мають розвинених засобів інженерного аналізу. CAE-системи інженерного аналізу, вказані вище, дозволяють, окрім моделювання систем різної фізичної природи, ще й дослідити реакцію цих систем на зовнішні збурення у вигляді розподілення напружень, температур, швидкостей, електромагнітних полів тощо.

Одним із найбільш поширених комплексів є система ANSYS, що використовує метод скінченних елементів. У значній мірі це пов'язано з діяльністю фірми CAD-FEM GmbH, яка займається розвитком, продажем і технічним супроводженням спеціалізованого програмного забезпечення в області сучасних автоматизованих комп'ютерних технологій – CAE-систем ANSYS, LS-DINA, STAR-CD, ADAMS, CAD/x та інших.

Система ANSYS використовується у багатьох зарубіжних університетах та фірмах. Вона є рекомендованою Науково-методичною Радою Міністерства РФ за напрямком “Прикладна механіка” як основа для використання в учбовому процесі підготовки бакалаврів, магістрів науково-технічного напрямку.

Сукупність програмних засобів фірми ANSYS складається з окремих багатоцільових розрахункових пакетів, які призначені для розв'язання широкого кола інженерних задач.

Флагманський пакет ANSYS/Multiphysics є найбільш потужним, багатоцільовим продуктом, який дозволяє виконувати розрахунки не тільки у таких окремих областях, як міцність, розповсюдження тепла, механіка рідин і газів та електромагнетизм, але і розв'язку зв'язаних задач.

ANSYS/Mechanical надає широкі можливості для виконання проектних розробок, аналізу й оптимізації: розв'язок складних задач міцності, теплопередачі і акустики. Програма є потужним інструментом для визначення переміщень і напружень, зусиль, температур та інших важливих параметрів.

ANSYS/Structural виконує складний аналіз конструкцій з урахуванням нелінійностей, серед яких геометрична і фізична нелінійності, стійкість.

ANSYS/Linear Plus – варіант пакета ANSYS/Mechanical для розв'язку задач лінійної статичної, динамічної і стійкості.

ANSYS/Thermal – програма, що відокремилась від ANSYS і призначена для розв'язку теплових стаціонарних і нестаціонарних задач.

ANSYS/Prep Post забезпечує швидку і зручну побудову скінченно-елементних моделей.

ANSYS/ED – варіант програми ANSYS/Multiphysics, який має обмеження за розмірами моделі.

Автономними програмами фірми ANSYS є такі:

ANSYS/FLOTRAN – програма для розв'язку задач обчислювальної гідродинаміки.

ANSYS/Emag – пакет для числового моделювання електромагнітного поля і розв'язку задач, пов'язаних з електрикою і магнетизмом.

ANSYS/LS-DINA – пакет, призначений для розв'язку задач динаміки при великих нелінійностях. Може використовуватись для моделювання процесів формування матеріалів, аналізу аварійних зіткнень і ударів при великих деформаціях.

ANSYS/LS-DINA Prep Post забезпечує пре- і постпроцесорну обробку даних для основного пакета ANSYS/LS-DINA.

Крім програмного комплексу ANSYS необхідно відмітити FEMLAB – універсальний програмний комплекс для моделювання за допомогою методу скінченних елементів фізичних процесів, які описуються диференціальними рівняннями у частинних похідних. FEMLAB може бути встановлений також як додаток до програми MATLAB.

Останнім часом набуває поширення CAD/CAE система APM WinMachine.

APM WinMachine вміщує сучасні ефективні і надійні алгоритми і програми для розрахунку:

- міцності, жорсткості й стійкості елементів конструкцій і машин;
- витривалості при змінних режимах навантаження;
- динамічних характеристик і кінематичних параметрів;
- вірогідності, надійності та зносостійкості.

Комплекс APM WinMachine складається з 17 модулів, серед яких:

АРМ WinTruss – модуль розрахунку і проектування плоских ферм методом скінченних елементів;

АРМ WinFEM2D – модуль розрахунку напружено-деформованого стану плоских деталей;

АРМ WinFEM3D – модуль розрахунку і проектування пластинчастих, оболонкових і стержневих конструкцій;

АРМ WinMachine призначена для персональних комп'ютерів і працює у середовищі Microsoft Windows-98, ..., XP.

Зазначимо, що намагання створити універсальні комплекси привело до їх суттєвого ускладнення. Підтвердженням цього є поява професії консультанта з прикладних програм. Однак, можливості цих комплексів, які розробляються великими колективами програмістів, інженерів, математиків, і недосяжні для програм індивідуальної розробки, свідчать про необхідність їх появи в арсеналі інструментальних засобів інженера-механіка сучасного рівня. У першу чергу, для того, щоб освоїти ці програми, які у більшості випадків працюють за принципом „чорного ящика”, необхідно зрозуміти алгоритм методу скінченних елементів, для чого і призначений даний посібник.

Література:

Борисенко В. Д. Основи комп'ютерного моделювання в інженерній діяльності: навчаль-ний посібник / В. Д. Борисенко, С. А. Устенко, І. В. Устенко. – Миколаїв: МНУ, 2016. – 276 с.

Комп'ютеризовані системи інженерного аналізу : стислий конспект лекцій для студентів спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» / уклад. : В.С.Гузенко. – Краматорськ : ДДМА, 2018. – 48 с.