

ЛЕКЦІЯ 4 ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ З МАТЕМАТИЧНОЇ КАРТОГРАФІЇ

1. Математична основа карти

Математична основа карти складається з сукупності математичних елементів, які визначають математичний зв'язок між картою і поверхнею відображення. До математичних елементів карти відносять її масштаб, картографічну проекцію, координатну сітку, геодезичну основу а також елементи компонування і систему розграфлення.

Масштаб на карті не є постійною величиною, він змінюється не тільки від точки до точки, але і від точки за різними напрямками. Тому розрізняють масштаб головний і частковий. Головний масштаб карти - це відношення, яке показує, у скільки разів зменшені лінійні розміри еліпсоїда або кулі при його зображенні на карті. Його, як правило, підписують внизу, під південною рамкою карти. Він зберігається лише в тих точках і лініях карти, де немає спотворень. Вони називаються точками і лініями нульових спотворень. Масштаб в інших місцях карти більше або менше головного і його називають частковим. Частковий масштаб - це відношення нескінченно малого відрізка на карті до довжини нескінченно малого відрізка на поверхні еліпсоїда або кулі.

Важливим елементом географічної карти є **сітки координатних ліній**, які служать основою для побудови картографічного зображення. Розрізняють картографічну, прямокутну, кілометрову та інші сітки. Картографічна сітка - це зображення меридіанів і паралелей на карті. Прямокутна сітка - це координатна сітка у системі плоских прямокутних координат у даній картографічній проекції. Кілометрова сітка - це координатна сітка, лінії якої проведені на карті через інтервали, відповідні певному числу кілометрів. Точки перетину ліній координатної сітки на карті називають вузловими. Лінії, які обмежують картографічне зображення, називають рамками карти. Рамки поділяють на внутрішню, мінутну (градусну) і зовнішню. Форма рамок може бути прямокутна, трапецевидна, кругла, овальна та ін.

2. Геодезична основа карти

Геодезична основа карти - це сукупність геодезичних даних, необхідних для створення карти. До них належать параметри прийнятої для картографування поверхні, система координат і визначені в цій системі координати опорних пунктів.

Визначення меж території картографування та її розміщення відносно рамок, а також розміщення всередині рамок і на полях карти її назви, легенди, при потребі - додаткових карт, графіків, тексту і т. п. називають **компонуванням карти**. Характер компонування залежить від розмірів і форми аркуша паперу, від форми і положення зображуваної території, від проекції карти, її масштабу, призначення та ряду інших факторів.

Система розграфлення потрібна для побудови багатоаркушевих карт, при цьому вводиться система позначення аркушів. Позначення кожного аркуша визначається його номенклатурою.

3. Картографічні проекції, спотворення проекцій.

Картографічна проекція - математично визначений спосіб зображення поверхні еліпсоїда (або кулі) на площині, який встановлює аналітичну залежність між географічними (чи іншими) координатами точок еліпсоїда і прямокутними (чи іншими) координатами цих же точок на площині. Ця залежність може бути виражена двома рівняннями виду:

$$X = f_1(\varphi, \lambda), Y = f_2(\varphi, \lambda), \quad (10.1)$$

які дозволяють за географічними координатами φ, λ (чи іншими) обчислити прямокутні координати X, Y . Кількість можливих функціональних залежностей і, отже, проекцій необмежена. При цьому функції f_1 і f_2 - незалежні, неперервні, однозначні і кінцеві.

Неможливість розгортання сфероподібної поверхні Землі на площині призводить до виникнення спотворень. Розрізняють спотворення довжин, площ і кутів.

Для характеристики спотворень використовують еліпси спотворень і ізоколи. **Еліпс спотворень** - це нескінченно малий еліпс на карті, який є зображенням нескінченно малого кола на поверхні еліпсоїда. Характеризує величину часткового масштабу у даній точці за різними напрямками. Напрямки осей еліпса спотворень співпадають з напрямками найбільшого a і найменшого в лінійних масштабів і називаються головними (рис.10.1).

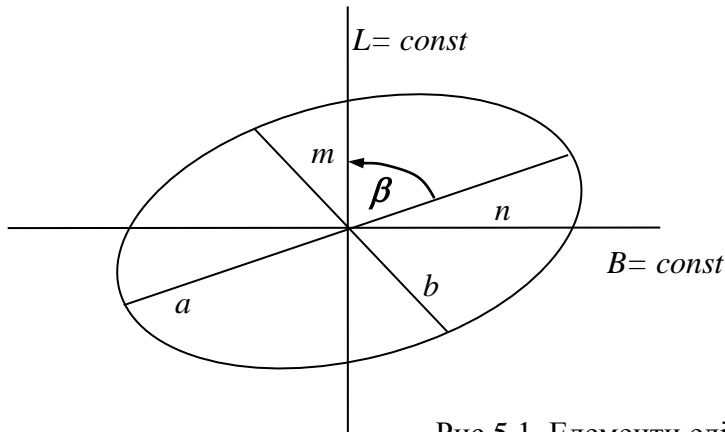


Рис.5.1. Елементи еліпса спотворень

Визначаючи за картою або обчислюючи за формулами часткові масштаби довжин по меридіанах m і паралелях n і кут між ними θ , легко обчислюють елементи еліпса спотворень - півосі a, b та кут нахилу β .

$$\begin{aligned} a + b &= \sqrt{m^2 + n^2 + 2mn \sin \theta} ; \\ a - b &= \sqrt{m^2 + n^2 - 2mn \sin \theta} ; \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{b}{a} \sqrt{\frac{a^2 - m^2}{m^2 - b^2}} \end{aligned} \quad (10.2)$$

Наочну уяву про величину і характер спотворень на проекції дають **ізоколи** - лінії, які з'єднують точки з однаковими значеннями спотворень. Форма ізокол залежить від виду проекції.

4. Класифікація проекцій.

При вивченні картографічних проекцій, природно, виникає питання про їх класифікацію. Для класифікації потрібно встановити загальний принцип, який кладеться у їх основу. Найбільш розповсюджені ознаки класифікації проекцій - характер спотворень і вид нормальної картографічної сітки.

За характером спотворень картографічні проекції можуть бути поділені на три групи: рівнокутні, рівновеликі, довільні.

Рівнокутними є проекції, у яких відсутні спотворення кутів, тобто $\omega = 0$, $\varepsilon = 0$, $\theta = 90^\circ$, де ω - показник еліпса спотворень, максимальне спотворення кутів в даній точці карти, ε - відхилення кута між меридіанами і паралелями від 90° , $\varepsilon = \theta - 90^\circ$. У кожній точці рівнокутної проекції часткові масштаби будуть однакові за всіма напрямками ($m=n$), еліпс спотворень перетворюється у коло. Ці проекції доволі правильно передають форму фігур, тому називаються **конформними**, але не дають правильної уяви про розміри, оскільки у даному випадку збільшення площ може бути значним, частковий масштаб площ

$$p = m^2 = n^2.$$

Рівновеликими або еквівалентними є проєкції, у яких відсутні спотворення площ (еліпси спотворень всюди мають однакову площу): $p = \text{const}$ і частіше всього $p = 1$;

$p = ab = mn \sin \theta = 1$, $a = \frac{1}{b}$; $b = \frac{1}{a}$. В цих проєкціях зберігаються не тільки нескінченно

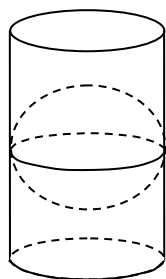
малі, але і площі будь-яких розмірів. Недоліком є сильні спотворення кутів і форми зображуваної території. Витягнутість еліпсів спотворень різна, форма і розміри їх залежать від картографічної проєкції.

Довільними є картографічні проєкції, у яких є спотворення кутів і площ. Немає і не може бути проєкції, яка була б одночасно рівнокутною і рівновеликою: ці властивості виключають одна одну. Взагалі кажучи, чим більше спотворення кутів, тим менше спотворення площ, і навпаки. Всі довільні проєкції різні за своїми властивостями. Серед них виділяють **рівнопроміжні** або **еквідистантні**, у яких $a = 1$ або $b = 1$ і $p = a$ або $p = b$. Одна із півосей еліпса спотворень зберігає свої розміри, або у напрямі меридіанів ($m = 1$), або у напрямі паралелей ($n = 1$).

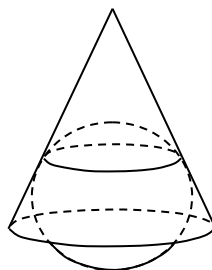
В залежності від виду **допоміжної геометричної поверхні**, яка може бути використана при побудові проєкції, виділяють:

- **циліндричні** проєкції, коли допоміжною поверхнею служить бічна поверхня циліндра;
- **конічні** проєкції, коли допоміжною поверхнею є бічна поверхня конуса;
- **азимутальні** проєкції, коли допоміжною поверхнею служить площина.

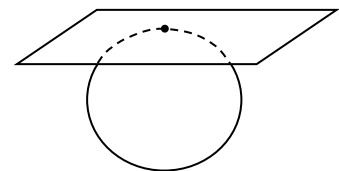
Поверхні, на які проєктують земний еліпсоїд, можуть бути до нього дотичними або перетинати його (рис.10.2).



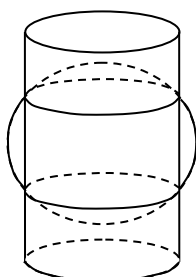
Дотичний
циліндр



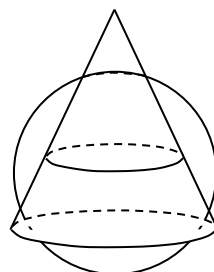
Дотичний
конус



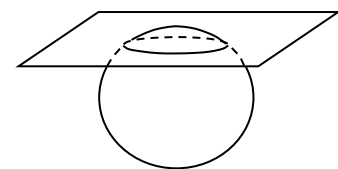
Дотична
площина



Січний
циліндр



Січний
конус



Січна
площина

Рис. 5.2. Дотичні і січні допоміжні поверхні

Геометрична побудова названих проєкцій виділяється великою наочністю. Градусна сітка переноситься на дотичну або січну поверхню певної геометричної побудови, яка після

цього розрізається по твірній і розгортається у площину. У точках і лініях дотику (перерізу) спотворення відсутні.

Проекції, при спотворенні яких осі циліндра й конуса суміщаються з полярною віссю земної кулі або площина проектування розміщується дотично до точки полюса, називаються **нормальними**. Вид картографічних сіток нормальних проекцій показано на рис. 10.3.

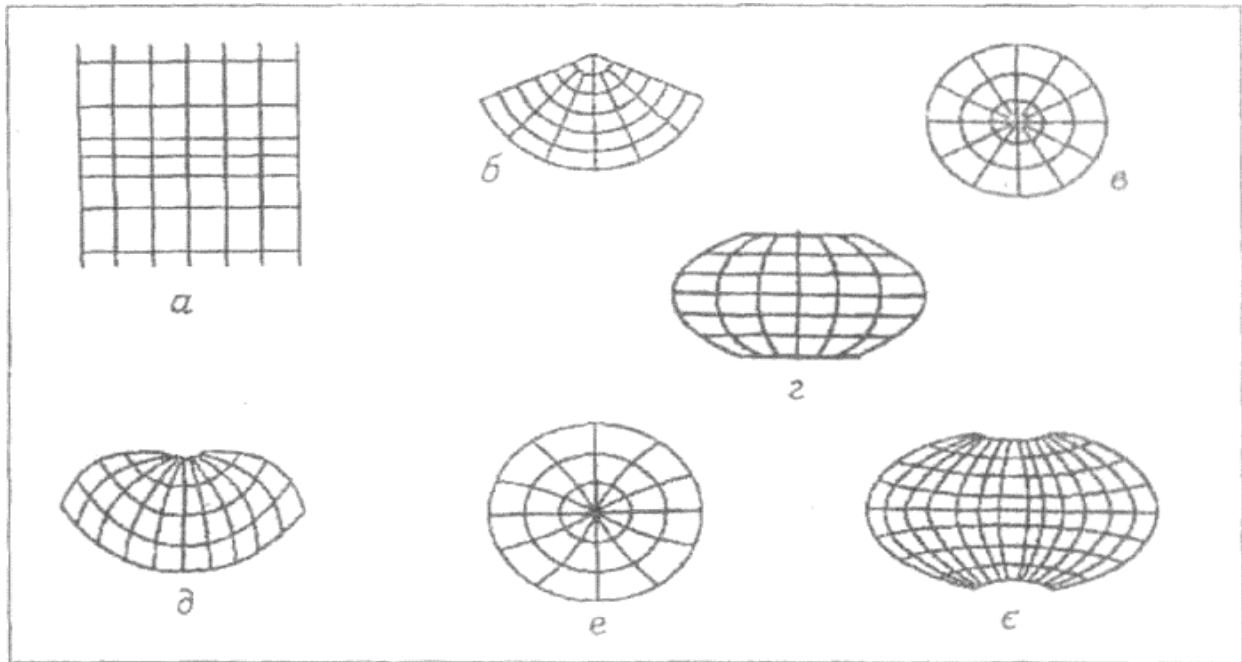


Рис. 5.3. Види картографічних сіток нормальних проекцій

a- циліндричної

б- конічної

в- азимутальної

г - псевдоциліндричної

д - псевдоконічної

е - псевдоазимутальної

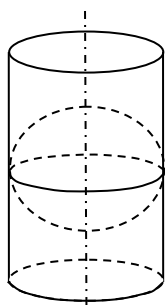
є – поліконічної

За способом орієнтування допоміжної геометричної поверхні, крім **нормальних**, виділяють також проекції (рис. 10.4):

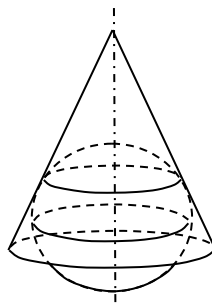
- **поперечні**, коли площина проектування торкається екватора у якійсь точці або вісь циліндра (конуса) співпадає із площиною екватора;
- **косі**, у яких площина проектування торкається земної кулі у будь-якій заданій точці.

Слід відмітити, що в останні роки розроблені нові картографічні проекції, які не" підходять до якогось певного з перерахованих класів. Ці проекції отримують шляхом зміни існуючих проекцій у відповідності із раніше поставленими математичними умовами, тому їх називають **похідними** або **умовними**.

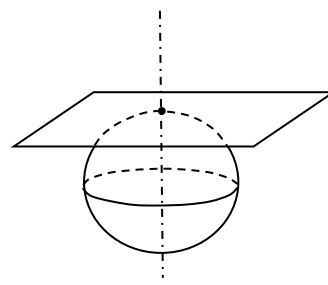
Нормальні проєкції



циліндричні

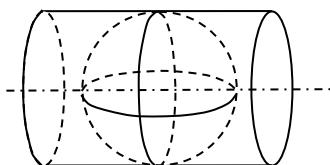


конічні

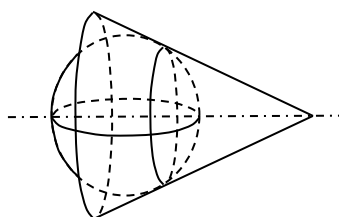


азимутальні

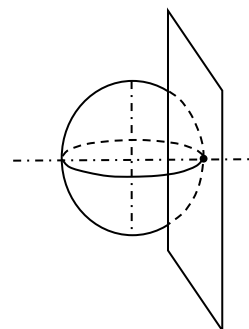
Поперечні проєкції



циліндричні

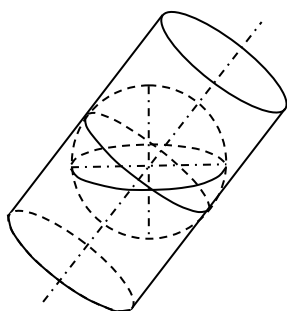


конічні

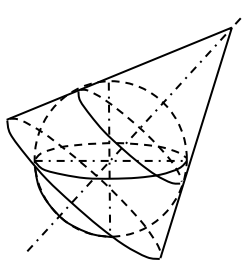


азимутальні

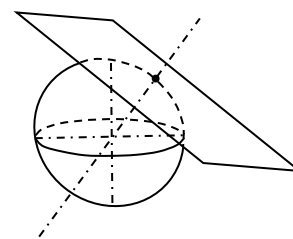
Косі проєкції



циліндричні



конічні



азимутальні

Рис. 5.4. Орієнтування допоміжних геометричних поверхонь

Основна література:

1. Берлянт А.М. Картографія/ Учебник для вузов. М.: Аспект Пресс, 2001. – 336с.
2. Божок А.П., Осауленко Л.Є., Пастух В.В. Картографія. Підручник. – К.: Фітосоціоцентр, 1999. – 182 с.
3. Загородній В.В. Основи топографії і картографії. Посібник. – К.: 2002.
4. Ратушняк Г.С. Картографія з основами топографії.- К.: 2003 – 285с.
5. Топографія з основами геодезії: Підручник / А.П. Божок. В.Д. Барановський, К.І. Дрич та ін.; За ред. А.П. Божок. – К.: Вища шк., 1995. – 265 с.