

Лекція

Перехідні процеси у послідовних

Розглянемо електричне коло з послідовно з'єднаними RL елементами.

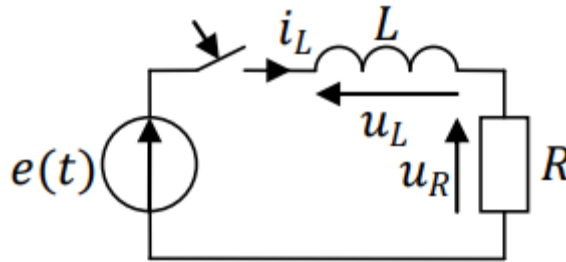


Рис. 1. Послідовне з'єднання RL

Для кола рис. 1, запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа

$$e(t) = u_R + u_L$$

Диференціальне рівняння краще складати щодо струму, оскільки можна застосувати 1-й закон комутації для визначення початкових умов і знаходження констант інтегрування.

Виразимо напругу на резисторі через його струм i_L , а напругу на котушці індуктивності – за допомогою виразу, через який ми з вами визначали параметри напруги для ємності конденсатора і тоді одержимо таке диференційне рівняння :

$$e(t) = Ri_L + L \frac{di_L}{dt} \quad (1)$$

Одержали неоднорідне диференціальне рівняння. Корені цього рівняння мають вигляд

$$i_L(t) = i_{L \text{ вим}} + i_{L.B}(t)$$

де $i_{L \text{ вим}}$, $i_{L.B}(t)$ – струми вимушеного режиму та вільного процесу відповідно.

Для знаходження $i_{L.B}$ запишемо однорідне диференціальне рівняння 1-го порядку. Для того щоб знайти розв'язання цього рівняння, складаємо характеристичне рівняння, ввівши заміну і застосувавши закон комутації для котушки, одержимо таке характеристичне рівняння

$$i_{L.B}(t) = Ae^{\lambda t} = Ae^{-tR/L} = Ae^{-t/\tau}$$

де $\tau = R/L$ – стала часу послідовного RL кола.

Стала часу кола показує час, упродовж якого вільна складова струму, загасаючи, зменшується у e (ета) раз у порівнянні зі своїм початковим значенням $i_{L.B}$. Практично можна вважати, що вільна складова струму у котушці індуктивності згасне за час 3τ .

Розглянемо тепер, як розв'язується наведене диференціальне рівняння (1) для різних видів джерела сигналу $e(t)$.

Підключення послідовного RL-кола до постійної напруги

Нехай напруга джерела постійна та не залежить від часу, тобто

$$e(t) = E$$

Тоді, розв'язок будемо знаходити у вигляді суми вимушеної та вільної складових

$$i_L(t) = i_{L \text{ вим}} + i_{L.B}(t) = i_{L \text{ вим}} + Ae^{-t/\tau}$$

Давайте знайдемо вимушену складову $i_{L \text{ вим}}$. У момент комутації котушка індуктивності L із нульовими початковими умовами еквівалентна замиканню кола у місті її включення (на підставі наслідків із законів комутації). Таким чином, вимушена складова струму визначається

$$i_{L \text{ вим}} = \frac{E}{R}$$

Тепер струм в індуктивності визначається наступним чином

$$i_L(t = 0) = \frac{E}{R} + Ae^{-\frac{0}{\tau}} = \frac{E}{R} + A$$

Оскільки до підключення джерела, напруги E у колі не було, то за першим законом комутації

$$i_L(0) = i_L(0-) = 0$$

Звідси знаходимо константу A

$$A = -\frac{E}{R}$$

Запишемо повний вираз струму у котушці індуктивності

$$i_L(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = I_{L.0} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

Можна побудувати графік зміни струму в часі на котушці індуктивності

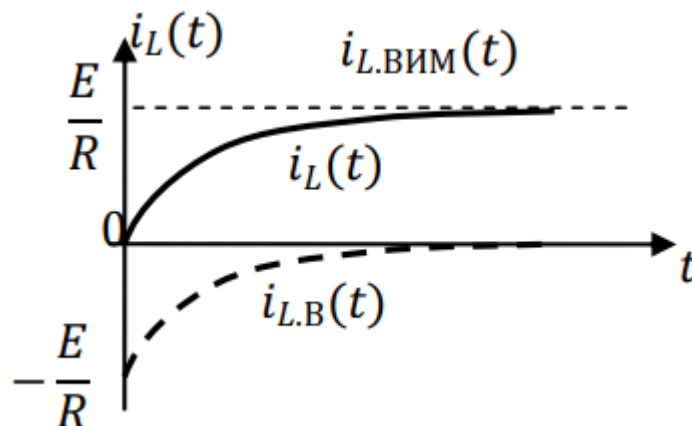


Рис. 2. Зміна струму в часі у котушці індуктивності

Далі, ми знайдемо напругу на резисторі схеми Рис. 1, за законом Ома

$$u_R(t) = i_L(t) \cdot R = I_{L,0} \cdot R \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Знайдемо напругу на індуктивному елементі схеми за другим законом Кірхгофа

$$u_L(t) = E - u_R(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

або це рівняння можна записати диференційно

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

І наведемо графіки напруг на всіх елементах RL

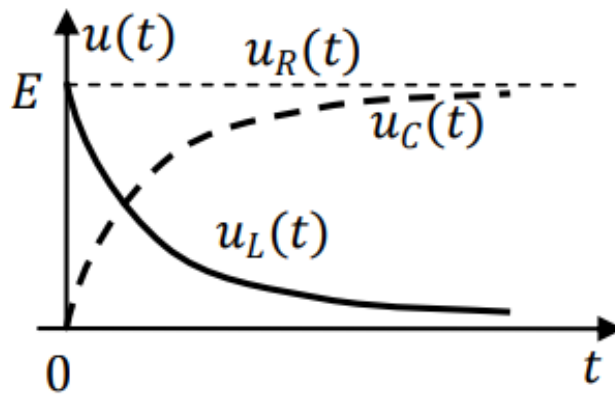


Рис. 3. Напруга на RL елементах

Із графіка (рис. 3) видно, що напруга на опорі повторює форму струму. Ці криві (рис. 3) показують, що струм у колі не встановлюється миттєво, а потрібно якийсь час (час перехідного процесу) до початку вимушеного режиму. Струм зростає тим повільніше, чим більша стала часу кола τ , тобто чим повільніше загасає вільний струм. Частина енергії, що одержується від джерела, іде на збільшення магнітного поля котушки, а частина переходить у тепло в її опорі.

Відключення послідовного RL-кола від постійної напруги

Розглянемо випадок відключення послідовного RL-кола від постійної напруги (тобто при замиканні ключа на рис. 4.). Енергія магнітного поля, накопичена у котушці, розсіюється на опорі. При складанні рівняння будемо вважати, що у момент комутації у котушці був струм. Крім того, варто зазначити, що рівняння будемо складати для правої частини схеми.

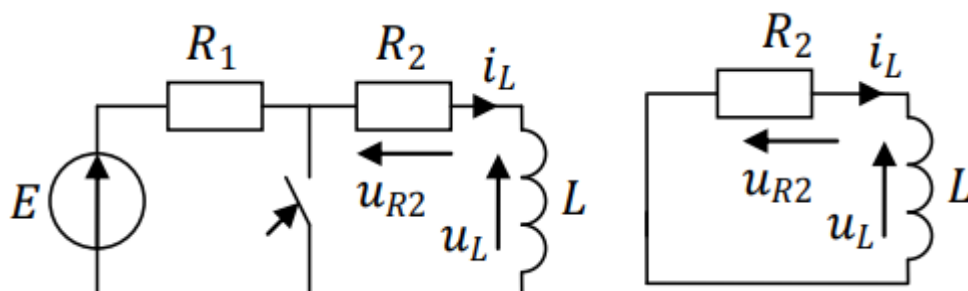


Рис.4. Відключення RL від E

За першим законом комутації визначимо струм котушки

$$i_L(0) = i_L(0-) = I_0$$

Якщо напруга джерела постійна $e(t) = E$, то складова постійного струму до комутації, що є початковою умовою, визначається за формулою

$$I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

Шуканий струм визначається як сума вимушеної та вільної складових

$$i_L(t) = i_{L\text{ вим}} + i_{L.B}(t)$$

Оскільки після комутації у колі джерело відсутнє, то вимушена складова дорівнює нулю $i_{L\text{ вим}} = 0$.

$$i_{L.B}(t) = Ae^{-t/\tau}$$

де $\tau = L/R_2$ – стала часу від'єданого від джерела елементів RL

Остаточний вигляд рівняння струму на котушці індуктивності буде мати вигляд

$$i_L(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

Графік залежності струму у колі буде мати вигляд

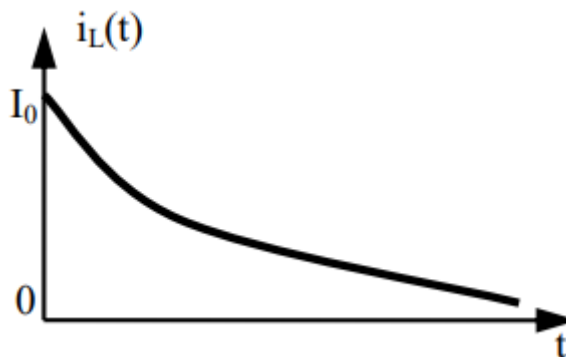


Рис. 5. Залежність струму у колі

Знайдемо значення напруг на опорі R_2 – u_2 і індуктивності L – u_L

$$u_2(t) = R_2 I_0 e^{-t/\tau}$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

Графічне зображення залежності напруг на котушці індуктивності та напруги на другому опорі зображено на рис. 6

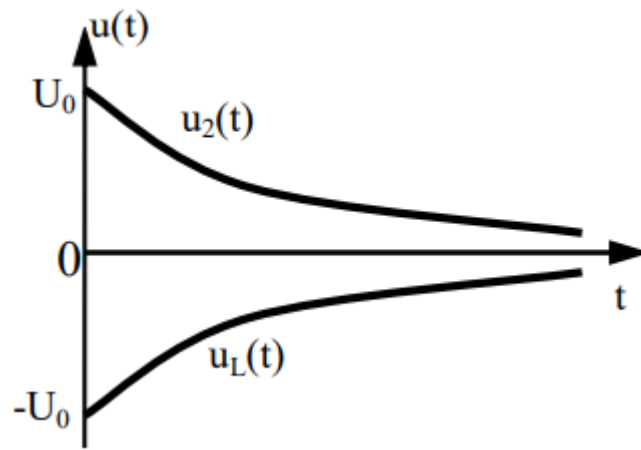


Рис. 6 Залежність напруги при комутації відключення Е

У момент комутації у котушці індуктивності була запасена енергія магнітного поля. Енергія, що розсіюється на опори, повинна дорівнювати тому ж значенню енергії.