

Лекція 16. Перехідні процеси у RC ланцюзі

Перехідні процеси в RC-колах. Сталі та перехідні режими кіл, закони комутації. Напруга і струм при заряді і розряді конденсатора.

Перехідні процеси у лінійних колах.

В процесі комутації у колі (підключення додаткових або усунення існуючих джерел електромагнітної енергії, коротке замикання елементів кіл або розрив, підключення навантаження тощо) відбуваються тимчасові відхилення струмів та напруг на різних ділянках кола від усталених значень. При цьому говорять, що у колі мають місце перехідні процеси, бо саме вони пов'язують між собою два стаціонарних стани - початкове (до комутації) та кінцеве (після комутації).

При перехідних процесах значення струмів та напруг на окремих ділянках кола можуть істотно відрізнятися від таких, що відповідають усталеному режиму, що в ряді випадків приводить до порушення нормальних умов експлуатації радіоелектронних пристроїв і навіть до виходу їх із ладу.

Отже, математично задача розрахунку перехідних процесів зводиться до розв'язку диференціального рівняння відносно змінної стану. Початкові умови - закони комутації.

Перший закон комутації:

Струм через індуктивність безпосередньо до комутації дорівнює струму в ній безпосередньо після комутації.

$$i_L(0+) = i_L(0-)$$

Другий закон комутації

Напруга конденсатора безпосередньо до комутації дорівнює напрузі конденсатора безпосередньо після комутації.

$$U_C(0+) = U_C(0-)$$

Включення електричного кола з ємністю і опором на постійну напругу

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \Psi_e)$$

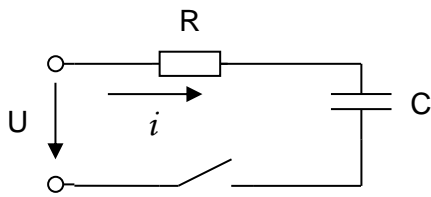
Розрахуємо перехідну напругу на конденсаторі

$$u_C(t) = u_{C \text{ вим}} + u_{C \text{ віль}} \quad (1)$$

Характер **вільних процесів** (тобто процесів в ланцюзі після комутації за відсутності зовнішніх джерел енергії) не залежить від виду зовнішнього впливу на ланцюг, а визначається тільки параметрами пасивних елементів і лінійно керованих джерел, а також топологією ланцюга після комутації.

Тоді, **вимушена складова** не залежить від режиму роботи ланцюга до комутації і, отже, від початкових значень струмів і напруг.

Таким чином, шукана реакція вимущених і вільних складових визначається як сума цих складових (1).



Приєднаємо незаряджений конденсатор з ємністю C через резистор з опором R до джерела живлення з постійною напругою U .

Напруга на затискачах конденсатора пропорційна заряду на його пластинах .

$u_c = q/C$, так як конденсатор незаряджений, за законом комутації напруга на конденсаторі в момент його включення ($t = 0$) дорівнює нулю $u_c(0) = 0$.

Після закінчення заряду (в заданому режимі) напруга (вимушена) на конденсаторі буде дорівнювати напрузі джерела живлення $u_{c \text{ вим}} = U$.

Під час перехідного процесу напруга на конденсаторі можна представити що складається з двох що складають: напруги вимушеного режиму і напруги вільного процесу.

За другим законом Кірхгофа для електричного кола,

$$U = iR + u_c$$

або заміняємо струм

$$i = dq/dt = C du_c/dt,$$

отримуємо рівняння

$$U = RC + u_c.$$

Враховуючи, що $u_c = U + u_{cв}$, можемо переписати

$$U = RC + U + u_{cв},$$

Оскільки похідна U дорівнює нулю (0).

З останнього рівняння вільного процесу:

$$du_{cв}/u_{cв} = - dt/RC.$$

Як відомо, добуток $CR = \tau$ називається постійною часу у колі з R і C ,

$$du_{cв}/u_{cв} = - dt/\tau.$$

Інтегруючи рівняння почленно отримуємо:

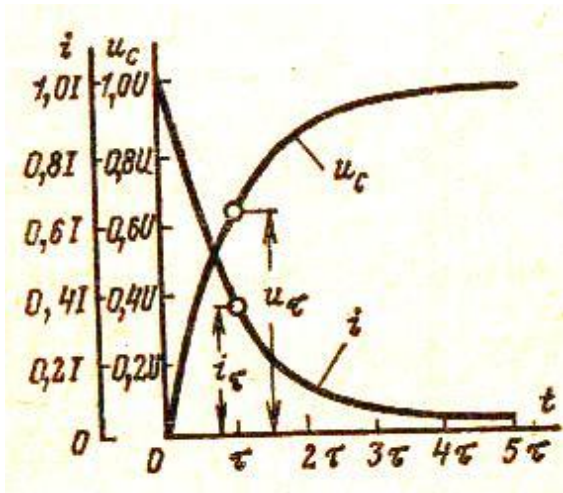
$$\ln u_{cв.} = -\frac{t}{\tau} + \ln K, \text{ звідки}$$

$$u_{cв.} = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$$

Постійну інтегрування K визначаємо з початкових значень. При $t = 0$ згідно другому закону Кірхгофа

$$u_c(0) = u_{c\text{ пр.}}(0) + u_{c\text{ св.}}(0) = U + Ke^{-\frac{0}{\tau}} = 0, \text{ звідки}$$

$$U + K = 0 \text{ або } K = -U.$$



Таким чином, (напруга на конденсаторі при заряджанні)

$$u_{c\text{ св.}} = U - Ue^{-\frac{t}{\tau}} = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

тобто вона дорівнює різниці постійної напруги U джерела напруги та вільного напруги, спадної з плином часу за законом показовою функції від значення U до нуля.

Зміна напруги u_c .

Струм перехідного процесу, або зарядний струм,

$$i = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{t}{\tau} U e^{-\frac{t}{\tau}} = I e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ де}$$

$$I = CU/\tau = U/R$$

Коротке замикання електричного кола з ємністю і опором

У загальному випадку напруга на затискачах ланцюга з ємністю C і опором R складається з двох що складають: напруги на ємності u_c і напруги на опорі iR , тобто

$$U = iR + u_c$$

При короткому замиканні кола джерела живлення в колі з C і R немає, тому

$$u_{c\text{ пр.}} = u_{c\text{ св.}}, i_{c\text{ пр.}} = i_{c\text{ св.}}, i_{\text{пр.}} = 0 \text{ и } u_{c\text{ пр.}} = 0$$

Рівняння кола за другим законом Кірхгофа

$$0 = iR + u_c \text{ или } iR = -u_c$$

а струм у колі:

$$i = -u_c/R$$

Знак мінус показує що при розрядці конденсатора струм в колі спрямований протилежно, тому напрямку (позитивному), і протилежно току при заряді конденсатора

$$i = dq/dt = -C du_c/dt,$$

з урахуванням $C du_c/dt = -u_c/R,$

Звідки отримуємо диференціальне рівняння для напруги на конденсаторі

$$du_c/u_c = - dt/(RC) = - dt/\tau$$

Інтегруючи праву і ліву частину рівняння отримуємо:

$$\ln u_c = -\frac{t}{\tau} + \ln K.$$

З отриманого виразу отримуємо:

$$u_c = u_{c\text{св}} = Ke^{-\frac{t}{\tau}}$$

Постійну K знайдемо з початкових умов. За другим законом комутації в початковий момент розряду конденсатора ($t = 0$) напруга залишається такою ж, як і до перемикання ключа, тобто

$$u_c(0) = U \text{ і за}$$

$$u_c(0) = Ke^{-\frac{0}{\tau}} = U;$$

тому $K = U$.

Таким чином напруга на конденсаторі

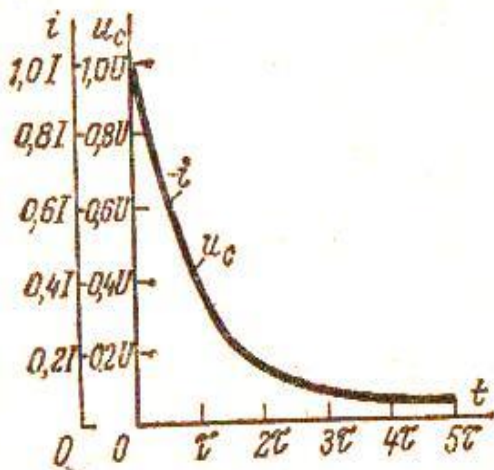
$$u_c = u_{c\text{св}} = Ue^{-\frac{t}{\tau}}$$

а струм у колі (струм розрядки)

$$i = i_{c\text{св}} = -\frac{u_c}{r} = -Ie^{-\frac{t}{\tau}}$$

де

$$I = U/R$$



Криві напруги та струму.

Напруга на конденсаторі в початковий момент має найбільше значення, а потім змінюється за законом показовою функції, досягаючи по закінченні часу t - практично нульового значення. Струм у контурі C, r в початковий момент ($t = 0$, стрибком змінюється від 0 значення- U / R , а потім змінюється пропорційно и напрузі на конденсатора Швидкість протікання процесу, як і раніше, визначається постійної часу.

Вся енергія електричного поля зарядженого конденсатора за час перетворюється в тепло.

Теоретично перехідний процес триває нескінченно довго. На практиці вважають, що перехідний процес триває час t_n , на протязі якого вільна складова перехідної величини зменшується до рівня рівного 0.1 від свого початкового значення, тобто $0.1A = Ae^{-t_n/\tau}$. Розв'язком даного рівняння є величина $t_n = 2.3\tau$. Отже, можна вважати (із

запасом), що перехідні процеси завершуються за час $(3 \div 5)\tau$.

Контрольні питання:

1. Сталі і перехідні процеси електричних кіл..
2. Умови виникнення перехідних процесів в RC-колах. Закони комутації.
3. Розряд конденсатора на резистор
4. Включення кола з резистором і конденсатором на постійну напругу (заряд конденсатора).