

## Практичне заняття 10

### Розрахунок статистичних параметрів дискретних каналів зв'язку

#### 1. Постановка задач

По дискретному двійковому симетричному каналу зв'язку із завадами в моменти часу, визначені сигналами синхронізації, передається один з двох сигналів, які умовно позначимо  $X$  і  $Y$ . Як приклад сигнали телеграфного коду Бодо. На передавальній стороні (ПРД) сигнали  $X$  і  $Y$  є випадковою послідовністю, однак вважаються відомими ймовірності їх появи, які позначимо, відповідно  $P(X), P(Y)$ . Ці ймовірності можуть бути визначені на основі попереднього вивчення статистики цього джерела повідомлень. Для розрахунків приймемо  $P(X) = P(Y) = 0,5$ .

Між передавальним (ПРД) і приймальним (ПРМ) пристроями розміщені дві ретрансляційні станції РТС-1 і РТС-2.

Через наявність завад на кожній з ділянок каналу зв'язку ПРД – РТС-1. РТС-1 – РТС-2, РТС-2 – ПРМ можливе неправильне приймання сигналів  $X$  та  $Y$ , яке характеризується ймовірністю помилки  $q$ . Приймемо, що на всіх ділянках і для обох сигналів ймовірність помилки є однаковою. Тоді ймовірність правильного приймання на кожній ділянці дорівнює  $p = 1 - q$ .

1. Необхідно дослідити і визначити:

а) який з двох сигналів  $X$  чи  $Y$  був переданий, якщо на РТС-1 прийняли сигнал  $X1$ ?

б) який з двох сигналів  $X$  чи  $Y$  був переданий, якщо на ПРМ було прийнято сигнал  $X3$ ?

2. Необхідно дослідити залежність ймовірності повної помилки приймання сигналів у пунктах РТС-1, РТС-2 і ПРМ від ймовірності правильного приймання сигналу.

3. Необхідно визначити ймовірності правильного приймання обох сигналів у пункті РТС-1, одночасно в пунктах РТС-1 і РТС-2, а також одночасно в пунктах РТС-1, РТС-2 і ПРМ.

Вхідні дані потрібно вибрати з табл.1.

Таблиця 1

#### Значення ймовірностей правильного приймання сигналів

Варіант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p$	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	0.6	0.65	0.7	0.75

#### 2. Практичні поради для формування відповідей на поставлені запитання і методик розв'язання наведених вище задач можна знайти

1. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. – М.: Радио и связь. 1986. – С. 150.

### 3. Рекомендації до формування методики розв'язання задачі

Для формування відповіді на перше запитання необхідно визначити ймовірність того, що був переданий сигнал  $X$ , за умови, якщо був прийнятий сигнал  $X1$  і ймовірність того, що був переданий сигнал  $Y$ , якщо було прийнято сигнал  $X1$ . Порівняння цих ймовірностей дає змогу відповісти на запитання 1а. Аналогічно формується відповідь на запитання 1б.

Ймовірність того, що був переданий сигнал  $X$ , якщо прийнято сигнал  $X1$  визначають за формулою Байєса, яку для цього випадку запишемо у вигляді

$$P\left(X/X1\right) = \frac{P(X)P\left(\frac{X1}{X}\right)}{P(Y)P\left(\frac{X1}{Y}\right) + P(X)P\left(\frac{X1}{X}\right)},$$

де  $P\left(\frac{X1}{X}\right) = p$ ,  $P\left(\frac{X1}{Y}\right) = q$ .

Аналогічно визначаємо ймовірність того, що був переданий  $Y$ , якщо було прийнято сигнал  $X1$ :

$$P\left(Y/X1\right) = \frac{P(Y)P\left(\frac{X1}{Y}\right)}{P(X)P\left(\frac{X1}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{X1}{Y}\right)}.$$

Ймовірність того, що був переданий сигнал  $X$ , якщо було прийнято сигнал  $X3$  визначаємо також за формулою Байєса, яку за заданих умов запишемо у вигляді

$$P\left(X/X3\right) = \frac{P(X)P\left(\frac{X3}{X}\right)}{P(X)P\left(\frac{X3}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{X3}{Y}\right)}.$$

Аналогічно визначимо ймовірність того, що був переданий сигнал  $Y$ , якщо було прийнято сигнал  $X1$ :

$$P\left(Y/X3\right) = \frac{P(Y)P\left(\frac{X3}{Y}\right)}{P(X)P\left(\frac{X3}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{X3}{Y}\right)}.$$

Значення ймовірностей того, що буде прийнято сигнал  $X3$ , якщо передано сигнал  $X$  чи  $Y$ , визначається за формулою повної ймовірності

$$P\left(\frac{X3}{X}\right) = P\left(\frac{X1}{X}\right)P\left(\frac{X2}{X1}\right)P\left(\frac{X3}{X2}\right) + P\left(\frac{X1}{X}\right)P\left(\frac{Y2}{X1}\right)P\left(\frac{X3}{Y2}\right) \\ + P\left(\frac{Y1}{X}\right)P\left(\frac{X2}{Y1}\right)P\left(\frac{X3}{X2}\right) + P\left(\frac{Y1}{X}\right)P\left(\frac{Y2}{Y1}\right)P\left(\frac{X3}{Y2}\right),$$

аналогічно

$$P\left(\frac{X3}{Y}\right) = P\left(\frac{Y1}{Y}\right)P\left(\frac{Y2}{Y1}\right)P\left(\frac{X3}{Y2}\right) + P\left(\frac{Y1}{Y}\right)P\left(\frac{X2}{Y1}\right)P\left(\frac{X3}{X2}\right) \\ + P\left(\frac{X1}{Y}\right)P\left(\frac{X2}{X1}\right)P\left(\frac{X3}{X2}\right) + P\left(\frac{X1}{Y}\right)P\left(\frac{Y2}{X1}\right)P\left(\frac{X3}{Y2}\right).$$

Друге завдання передбачає визначення ймовірностей повної помилки приймання сигналів у пунктах РТС-1, РТС-2 і ПРМ, які можна визначити за такими формулами:

$$P_{\text{РТС-1}} = P(X)P\left(\frac{Y1}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{X1}{Y}\right).$$

$$P_{\text{РТС-2}} = P(X)P\left(\frac{Y2}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{X2}{Y}\right).$$

$$P_{\text{ПРМ}} = P(X)P\left(\frac{Y3}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{X3}{Y}\right).$$

Для виконання третього завдання, застосуємо формули

$$P_{\text{РТС-1}} = P(X)P\left(\frac{X1}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{Y1}{Y}\right).$$

$$P_{\text{РТС-2}} = P(X)P\left(\frac{X1, X2}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{Y1, Y2}{Y}\right).$$

$$P_{\text{ПРМ}} = P(X)P\left(\frac{X1, X2, X3}{X}\right) + P(Y)P\left(\frac{Y1, Y2, Y3}{Y}\right),$$

де  $P\left(\frac{X1, X2}{X}\right)$  – умовна ймовірність правильного приймання переданого сигналу  $X$  в пунктах РТС-1 і РТС-2 одночасно, аналогічно  $P\left(\frac{Y1, Y2}{Y}\right)$ ;

$P\left(\frac{Y1, Y2, Y3}{Y}\right)$  – умовна ймовірність правильного приймання переданого сигналу  $X$  в пунктах РТС-1, РТС-2 і ПРМ одночасно; аналогічно  $P\left(\frac{Y1, Y2, Y3}{Y}\right)$ .

## 2. Контрольні запитання для формування висновків до роботи

1. На основі чого Ви робите висновок про те, який з двох сигналів був переданий  $X$  чи  $Y$ , якщо в приймальному пристрої зафіксовано сигнал  $X3$ ?
2. Поясніть математичні терміни «апостеріорна ймовірність» та «апріорна ймовірність».
3. Які висновки ви зробили на підставі дослідження ймовірності повної помилки від ймовірності правильного приймання сигналу в різних точках каналу зв'язку?
4. Запишіть формулу для визначення ймовірності правильного приймання сигналу  $Y$  одночасно в пунктах РТС-1, РТС-2 і ПРМ.
5. Запишіть формулу для визначення ймовірності повної помилки у разі приймання сигналів  $X$  та  $Y$  в пункті РТС-2.