

## Практичне заняття 5

### Розрахунок інформаційних параметрів джерел дискретних повідомлень

#### 1. Постановка задач

**Задача 1.** Джерело інформації формує незалежні повідомлення. Алфавіт джерела  $A$  складається з  $m$  повідомлень, тривалість яких є однаковою і дорівнює  $\tau$  (мсек). Поява будь-якого повідомлення не залежить від того, які повідомлення були на виході джерела у попередні моменти часу.

Визначить ентропію джерела повідомлень  $H(A)$  і його продуктивність  $R_d$ , якщо відомі ймовірності появи окремих повідомлень  $P(A_k), k = 1, 2, \dots, m$ .

Вкажіть, як треба змінити параметри джерела, щоб ентропія досягла максимального значення.

Вхідні дані для розрахунків згідно з варіантом необхідно вибрати з табл.1.

Таблиця 1

Параметри джерел повідомлень

Варіант	$m$	$\tau$ , мсек	$P(a_1)$	$P(a_2)$	$P(a_3)$	$P(a_4)$
1	5	1	0.2	0.1	0.2	0.3
2	4	2	0.1	0.2	0.3	-
3	3	3	0.4	0.3	-	-
4	5	4	0.5	0.1	0.1	0.1
5	4	5	0.6	0.2	0.1	-
6	3	6	0.4	0.2	-	-
7	5	7	0.3	0.2	0.2	0.1
8	4	8	0.2	0.2	0.2	-
9	3	9	0.1	0.3	-	-
10	5	10	0.2	0.4	0.2	0.05
11	4	11	0.4	0.3	0.1	-
12	3	12	0.5	0.1	-	-
13	5	13	0.3	0.2	0.2	0.05
14	4	14	0.4	0.3	0.1	-
15	3	15	0.1	0.4	-	-
16	5	16	0.2	0.5	0.1	0.05
17	4	17	0.3	0.6	0.05	-
18	3	18	0.5	0.1	-	-
19	5	19	0.3	0.1	0.1	0.2
20	4	20	0.1	0.2	0.4	-

**Задача 2.** На виході джерела повідомлення появляються парами. До того ж перше повідомлення є незалежним, а поява другого повідомлення залежить

від того, яким було перше повідомлення. Для визначення значень безумовних ймовірностей появи на першій позиції повідомлень  $a^{(1)}$  і  $b^{(1)}$  виберіть з табл. 3.1  $P(a_1)$  Вашого варіанта. Тоді  $P(a^{(1)}) = P(a_1)$ , а  $P(b^{(1)}) = 1 - P(a_1)$ . Дослідіть характер зміни ентропії і надлишковості джерела повідомлень з переходом від режиму формування незалежних повідомлень (коефіцієнт кореляції між сусідніми повідомленнями дорівнює 0) до режиму, коли між сусідніми повідомленнями існує залежність (статистичний зв'язок), причому ймовірність появи наступного повідомлення залежить від появи тільки одного попереднього повідомлення. Розгляньте два випадки:

а) Ймовірність того, що наступним появиться повідомлення  $a^{(2)}$  за умови, що попереднім було повідомлення  $a^{(1)}$  дорівнює ймовірності того, що наступним появиться повідомлення  $b^{(2)}$  за умови, що попереднім було повідомлення  $b^{(1)}$ , тобто  $P(a^{(2)} | a^{(1)}) = P(b^{(2)} | b^{(1)})$ . І ймовірність того, що наступним появиться повідомлення  $a^{(2)}$  за умови, що попереднім було повідомлення  $b^{(1)}$  дорівнює ймовірності того, що наступним появиться повідомлення  $b^{(2)}$  за мови що попереднім було повідомлення  $a^{(1)}$ , тобто  $P(a^{(2)} | b^{(1)}) = P(b^{(2)} | a^{(1)})$ .

Вхідні дані для розрахунків згідно з варіантом необхідно вибрати з табл.2.

Таблиця 2

**Значення умовних ймовірностей появи повідомлень на виході джерела**

Варіант	$P(a^{(2)}   a^{(1)})$ $= P(b^{(2)}   b^{(1)})$	$P(a^{(2)}   b^{(1)})$ $= P(b^{(2)}   a^{(1)})$
1	0,7	0,3
2	0,2	0,8
3	0,9	0,1
4	0,3	0,7
5	0,6	0,4
6	0,8	0,2
7	0,4	0,6
8	0,1	0,9
9	0,75	0,25
10	0,15	0,85
11	0,95	0,05
12	0,35	0,65
13	0,55	0,45
14	0,85	0,15
15	0,65	0,35

б) Ймовірність того, що наступним появиться повідомлення  $a^{(2)}$  за умови, що попереднім було повідомлення  $a^{(1)}$  не дорівнює ймовірності того, що наступним появиться повідомлення  $b^{(2)}$  за умови, що попереднім було повідомлення  $b^{(1)}$ , тобто  $P(a^{(2)} | a^{(1)}) \neq P(b^{(2)} | b^{(1)})$ . І ймовірність того, що наступним появиться повідомлення  $a^{(2)}$  за умови, що попереднім було повідомлення  $b^{(1)}$  не дорівнює ймовірності того, що наступним появиться повідомлення  $b^{(2)}$  за мови що попереднім було повідомлення  $a^{(1)}$ , тобто  $P(a^{(2)} | b^{(1)}) \neq P(b^{(2)} | a^{(1)})$ .

Вхідні дані для розрахунків згідно з варіантом необхідно вибрати з табл.3.

Таблиця 3

**Значення умовних ймовірностей появи повідомлень на виході джерела**

Варіант	$P(a^{(2)}   a^{(1)})$	$P(b^{(2)}   a^{(1)})$	$P(b^{(2)}   b^{(1)})$	$P(a^{(2)}   b^{(1)})$
1	0,7	0,3	0,1	0,9
2	0,9	0,1	0,3	0,7
3	0,2	0,8	0,75	0,25
4	0,6	0,4	0,15	0,85
5	0,8	0,2	0,65	0,35
6	0,4	0,6	0,95	0,05
7	0,1	0,9	0,85	0,15
8	0,3	0,7	0,55	0,45
9	0,75	0,25	0,9	0,1
10	0,15	0,85	0,4	0,6
11	0,95	0,05	0,8	0,2
12	0,35	0,65	0,65	0,35
13	0,55	0,45	0,45	0,55
14	0,85	0,15	0,15	0,85
15	0,65	0,35	0,35	0,65

**2. Практичні поради для формування відповідей на поставлені запитання і методик розв'язування поставлених вище задач можна знайти:**

1. Волочій Б.Ю. Передавання сигналів у інформаційних системах : навч. посібник, Ч.1. – Л. : Львівська політехніка, 2005. – с. 107 – 123
2. Мандзій, Б. А., Желяк Р.І. Основи теорії сигналів : підручник. – Львів : Ініціатива, 2008. – с 150 – 156.
3. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов : Учебник. – 2-е изд.,перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1986. – с.101 –106.

### 3. Рекомендації до формування методик розв'язання задач

3.1. Розв'язуючи задачу 1, невідомі значення  $P(a_m)$  визначте з умови, що повідомлення джерела повідомлень становлять повну групу подій.

$$P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_m) = 1$$

$$P(a_i) = 1 - \sum_{k=1}^{m-1} P(a_k)$$

Знайти ентропію джерела  $H(A)$ , максимальне значення ентропії  $H_{max}(A)$  та продуктивність  $R_d$  джерела повідомлень. Ентропію джерела обчислюють за формулою

$$H(A) = \sum_{k=1}^m P(a_k) \log_2 \frac{1}{P(a_k)}.$$

Виконуючи розрахунки функції  $\log_2 X$ , можемо застосувати формулу

$$\log_2 X = \frac{\lg X}{\lg 2} = 3,32 \lg X$$

Щоб ентропія була максимальною, потрібно, щоб усі повідомлення джерела мали однакову ймовірність появи:

$$P(a_1) = P(a_2) = \dots = P(a_m)$$

Продуктивність джерела визначається так:

$$R_d = \frac{H(A)}{T},$$

де  $T$  – тривалість повідомлення.

Знайти надлишковість джерела повідомлень

$$\rho = 1 - \frac{H(A)}{H_{max}(A)}.$$

3.2. Виконуючи задачу 2, ймовірності появи на другій позиції повідомлень  $a^{(2)}$  і  $b^{(2)}$  визначайте за формулою повної ймовірності для залежних повідомлень

$$P(a^{(2)}) = P(a^{(1)})P(a^{(2)} | a^{(1)}) + P(b^{(1)})P(a^{(2)} | b^{(1)}),$$

і відповідно

$$P(b^{(2)}) = P(a^{(1)})P(b^{(2)} | a^{(1)}) + P(b^{(1)})P(b^{(2)} | b^{(1)}).$$

Для випадку «а» розрахунок ймовірностей появи на другій позиції повідомлень  $a^{(2)}$  і  $b^{(2)}$  виконайте крім даних свого варіанта і для двох сусідніх варіантів. Метою такого розрахунку є оцінювання характеру їх зміни.

Для оцінювання характеру зміни ентропії і надлишковості джерела у випадках «а» і «б», обчисліть реальну ентропію і надлишковість за умови, що поява повідомлень на другій позиції є незалежною.

#### ***4. Контрольні запитання для формування висновків до роботи***

1. Як змінити параметри джерела, щоб його ентропія досягла максимального значення?
2. Як визначити ймовірність появи  $m$ -го повідомлення джерела, коли є відомі ймовірності появи всіх повідомлень від 1 до  $m-1$ ?
3. Що означає фраза «алфавіт джерела повідомлень складається з  $m$  символів»?
4. Які особливості на розв'язання задачі накладає умова «всі символи алфавіту незалежні один від одного»?
5. Які вхідні дані необхідні для розрахунку продуктивності джерела повідомлень?
6. Яка розмірність ентропії?