

Прикладні динамічні моделі механічних систем**1. Приведення сил, моментів та мас у механізмах машин**

Приведеною силою (моментом) називається така сила (момент) прикладена до головної ланки, яка розвиває потужність рівну сумі потужностей сил і моментів, що приводяться:

$$F_{\text{пр}} \cdot V_{\text{гол}} = \sum F_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_i \omega_i \quad (8.1)$$

або

$$M_{\text{пр}} \cdot \omega_{\text{гол}} = \sum F_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_i \omega_i \quad (8.2)$$

Якщо головна ланка здійснює поступальний рух, то зручно всі сили замінювати еквівалентною за своєю дією на механізм приведеною силою. Якщо головна ланка обертається (що зустрічається набагато частіше), визначають приведений момент.

Приведеною масою (моментом інерції) називається така умовна маса (момент інерції), володіючи якою головна ланка має кінетичну енергію, рівну сумі кінетичних енергій приведених мас та моментів інерції:

$$\frac{m_{\text{пр}} V_{\text{гол}}^2}{2} = \sum \frac{m_i V_i^2}{2} + \sum \frac{I_i \omega_i^2}{2} \quad (8.3)$$

або

$$\frac{I_{\text{пр}} \omega_{\text{гол}}^2}{2} = \sum \frac{m_i V_i^2}{2} + \sum \frac{I_i \omega_i^2}{2} \quad (8.4)$$

⊕ звідки

$$m_{\text{пр}} = \sum \frac{m_i V_i^2}{V_{\text{гол}}^2} + \sum \frac{I_i \omega_i^2}{V_{\text{гол}}^2} \quad (8.5)$$

або

$$I_{\text{пр}} = \sum \frac{m_i V_i^2}{\omega_{\text{гол}}^2} + \sum \frac{I_i \omega_i^2}{\omega_{\text{гол}}^2} \quad (8.6)$$

2. Механізми з жорсткими та пружними ланками

Упорядкування динамічної моделі механічної системи полягає у ідеалізації реальних ланок і кінематичних пар, заміні їх деякими фізичними моделями.

Найбільш простим способом ідеалізації є перехід від реальних механізмів до моделей, які називатимуться механізмами з жорсткими ланками. Цей перехід ґрунтується на таких припущеннях.

1. Усі ланки, що є твердими тілами, вважаються абсолютно твердими, гнучкі ланки – нерозтяжними, рідкі ланки – нестисливими.

2. Усі кінематичні пари ідеально реалізують ті рівняння зв'язків, якими вони описуються; в шарнірах і поступальних ланках відсутні зазори, що стикаються з поверхнею вищих кінематичних пар не деформуються і т. п.

Машина, динамічна модель якої містить механізми з пружними ланками, називається пружною машиною.

Залежно від того, які ланки механізмів вважаються пружними, а які – жорсткими, та сама механічна система може описуватися різними динамічними моделями.

3. Приклад вибору динамічних моделей механічної системи

На рис. 8.1. показана кінематична схема механізму приводу шпинделя токарного верстата, яка складається з ротора двигуна 0, двохступеневої циліндричної зубчастої передачі (колеса 1-4) та шпинделя 5.

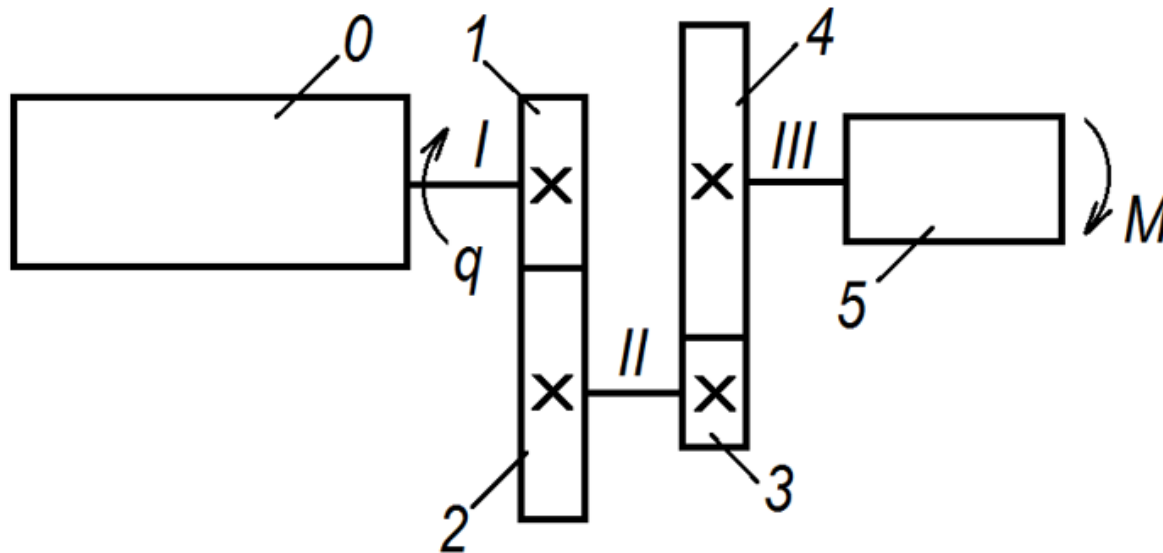
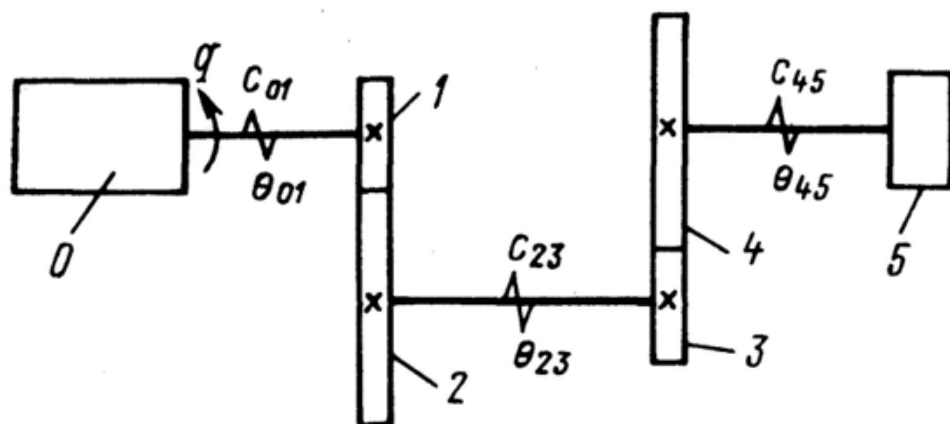
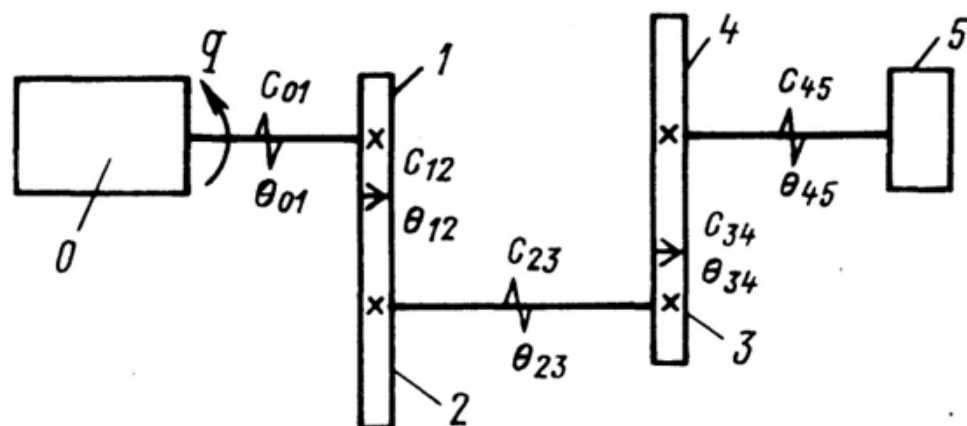


Рис. 8.1. Динамічна модель жорсткої машини

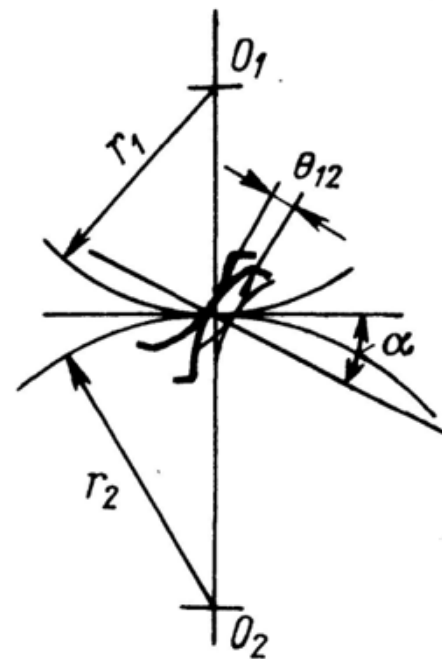
Положення матеріальних точок всіх ланок машини визначається однією узагальненою координатою, якою можна вибрати кут повороту ротора двигуна φ .



a)



б)



в)

Рис. 8.2. Динамічна моделі механізмів пружної машини

Механічна система представлена на рис. 8.2, а у вигляді двох твердих тіл 0 і 5 та двох механізмів з жорсткими ланками (зубчасті передачі 1-2 та 3-4), з'єднаних безінерційними пружними елементами. Система володіє чотирма ступенями свободи. Як узагальнені координати можуть бути обрані кут повороту ротора q і кути закручування пружних елементів θ_{01} , θ_{23} , θ_{45} .

На рис. 8.2, б показана динамічна модель, що враховує пружність ланок: зубчасті передачі представлені на ній як з'єднання абсолютно твердих тіл (зубчастих коліс) пружними елементами. Система має шість ступенів свободи; додаються узагальнені координати θ_{12} та θ_{34} – деформації зубів у напрямку лінії зачеплення (рис. 8.2, в).

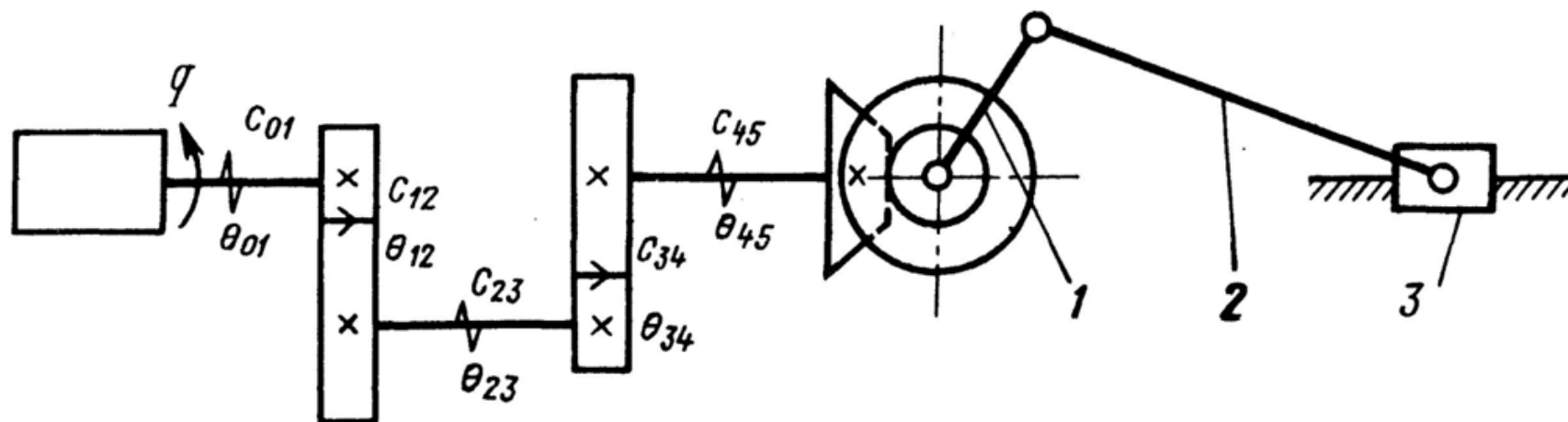


Рис. 8.2. Одновимірна модель машини, що враховує пружність ланок

Визначення часу пуску та гальмування електроприводу

Перехідні процеси у електроприводі виникають при переході з одного встановленого стану до іншого, коли змінюються швидкість, момент та струм живлення електродвигуна.

Згідно рівняння руху електроприводу $M - M_{оп} = I \frac{d\omega}{dt}$ в його механічній частині діють два моменти: електромагнітний момент двигуна M та момент статистичних опорів $M_{оп}$, приведений до валу двигуна. Результатом цього є динамічний момент $M_{дин}$: $M_{дин} = I \frac{d\omega}{dt}$.

Враховуючи знаки рівняння руху електроприводу матиме вигляд:

$$M_{дин} = \pm M \mp M_{оп} = I \frac{d\omega}{dt} \quad (8.10)$$

Знак і величина динамічного моменту є результатом взаємодії моментів двигуна та опору. Відповідно можуть бути три режими роботи електроприводу:

1. $M_{дин} > 0$ ($I \frac{d\omega}{dt} > 0$), що відповідає режиму розгону двигуна при $\omega > 0$ і гальмування при $\omega < 0$.
2. $M_{дин} < 0$ ($I \frac{d\omega}{dt} < 0$), що відповідає режиму розгону двигуна при $\omega < 0$ і гальмування при $\omega > 0$.
3. $M_{дин} = 0$ ($I \frac{d\omega}{dt} = 0$), що відповідає режиму, що встановився при $\omega = \omega_0 = \text{const}$.

Розв'язуючи рівняння (8.10) відносно похідної кутової швидкості, отримаємо:

$$d\omega = \frac{\pm M \mp M_{оп}}{I} dt = \varepsilon dt \quad (8.11)$$

де $\frac{\pm M \mp M_{оп}}{I} = \varepsilon$ – прискорення (уповільнення) приводу.

Після інтегрування (8.11) можна визначити час перехідного процесу зміни швидкості від $\omega_{\text{поч}}$ до $\omega_{\text{кін}}$:

$$t_{\text{пер}} = \frac{\omega_{\text{кін}} - \omega_{\text{поч}}}{\varepsilon} = I_{\Sigma_{\text{прив}}} \frac{\omega_{\text{кін}} - \omega_{\text{поч}}}{\pm M \mp M_{\text{оп}}} \quad (8.12)$$

Для випадку пуску і гальмування наближено час процесу можна визначити за формулою:

$$t_{\text{п,г}} = I_{\Sigma_{\text{прив}}} \frac{\omega_0}{M_{\text{дин}}} \quad (8.13)$$

Приклад попереднього розрахунку моменту на ходовому гвинті приводу подачі

Тип електродвигуна вибирають з умови забезпечення двигуном необхідного моменту для швидкого розгону приводу (рис. 8.3): $M_{\partial\partial} = K(M_{cm} + M_{\partial\partialн})$,

де K – коефіцієнт запасу, $K = 1,1 \dots 1,2$;

M_{cm} – статичний момент від приводу, приведений до валу двигуна, Нм;

$M_{\partial\partialн}$ – динамічний момент при невстановленому режимі, приведений до валу двигуна, Нм;

$$M_{cm} = M_{x.z\partial} U, \quad M_{\partial\partialн} = \varepsilon(I_m + I_{\partial\partial}), \quad I_m = I_{n\partial} + I_{x.z\partial} + I_n,$$

$$I_{n\partial} = \frac{(m_{n\partial} + m_{\partial}) p_{x\partial}^2 U^2}{4\pi^2}, \quad I_{x.z\partial} = m_{x.z\partial} R_{x.z\partial}^2 U^2 = \pi \cdot d_{x.z\partial}^4 l \rho U^2 / 16,$$

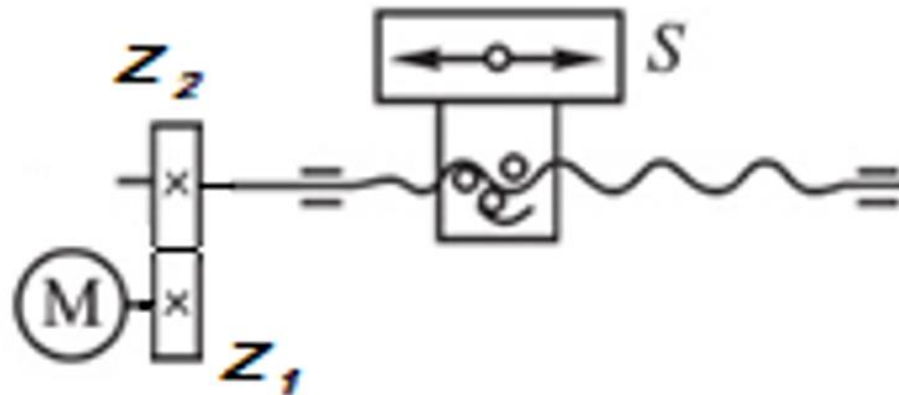


Рис. 8.3. Схема приводу подачі металорізального верстата

$$I_n = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 U^2 \approx \pi \rho (d_1^4 b_1 + d_2^4 b_2 / U^2) / 16,$$

де I_{nd} , $I_{x.zв}$, $I_{дв}$, I_n – моменти інерції, відповідно, вузлів що рухаються поступально, ходового гвинта, двигуна, елементів передачі, кг·м²;

ρ – густина сталі, $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3 = 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3$;

b – ширина деталі передачі (для зубчастої передачі: $b = 30 \text{ мм}$, m_0 – модуль колеса, $m_0 = 3 \text{ мм}$, якщо

$M_{x.zв} \leq 150 \text{ Н·м}$ і $m_0 = 4 \text{ мм}$, якщо більше);

$d_1 = U \cdot d_2$, $d_{min} = m \cdot z_{min} = m_0 20 \text{ мм}$;

m_d – маса деталі, інструмента та (або) вузла, що поступально рухається, кг; ε – прискорення валу двигуна (див. табл. 2);

l – довжина ходового гвинта, м;

I – моменти інерції мас, що обертаються, кг·м².

Характеристики високомоментних двигунів

Параметр	ПБВ-100		ПБВ-112		
	М	L	S	М	L
Номінальний момент, Нм	7,16	10,5	14	17,5	21
Номінальна частота обертання, хв ⁻¹	1000	1000	750	600	500
Максимальний пусковий момент, Нм	70	100	130	170	210
Момент при максимальній частоті обертання, Нм	21	21	36	34	38
Потужність, кВт	0,75	1,1	1,2	1,5	2,2
Діаметр валу, мм	28	28	32	32	32
Максимальне прискорення, рад с ⁻²	6800	7900	4800	4680	4300

3. Дослідження встановленого руху (приводу) машини з урахуванням статичної характеристики двигуна

Метод послідовних наближень. Дослідження руху машини зводиться в цьому випадку до інтегрування рівняння руху машини, яке у найпростішому вигляді, має вигляд (8.7):

$$J(q)\ddot{q} + \frac{1}{2} \frac{dJ(q)}{dq} \dot{q}^2 = M_{\text{дв}} + M_{\text{опору}}(q, \dot{q}) \quad (8.7)$$

Якщо підставити в це рівняння статичну характеристику двигуна отримаємо:

$$J(q)\ddot{q} + \frac{1}{2} \frac{dJ(q)}{dq} \dot{q}^2 = M_{\text{ст}}(u, q, \dot{q}) + M_{\text{опору}}(q, \dot{q}) \quad (8.8)$$

На підставі формул лекції 5*, а також враховуючи, що при русі, що встановився, $u = u_0 = \text{const}$, або для неуправляємої машини, якщо момент інерції машини постійний, відсутні складові нерівномірностей моментів опору та двигуна та складників, залежних від кута повороту валу, рівняння (8.7) матиме вигляд:

$$J_0\ddot{q} = M_{\text{д0}}(u_0, \dot{q}) + M_{\text{с0}}(\dot{q}) \quad (8.8)$$

де $M_{\text{д0}}(u_0, \dot{q})$ – середній момент рушійних сил двигуна при незмінній напрузі живлення та певній (миттєвій) швидкості обертання його валу без врахування змінної складової $\widetilde{M}_{\text{ст}}(u, q, \dot{q})$ (для роторних електродвигунів $M_{\text{д0}}(u, \dot{q}) \equiv M_{\text{ст}}(u, \dot{q})$).

$M_{\text{с0}}(\dot{q})$ – середній момент сил опору приводу при певній (миттєвій) швидкості обертання валу двигуна (робочого органу) без врахування змінної складової $\widetilde{M}_{\text{с}}(q, \dot{q})$.

Це рівняння може мати рішення виду $\dot{q} = \omega_0 = \text{const}$, $q \ddot{=} 0$, для чого значення ω_0 повинні задовольняти умові:

$$M_{\text{д0}}(u_0, \omega_0) + M_{\text{с0}}(\omega_0) = 0 \quad (8.9)$$

Визначення часу розбігу при лінійних характеристиках приводу

Визначення часу пуску та гальмування електроприводу

Перехідні процеси у електроприводі виникають при переході з одного встановленого стану до іншого, коли змінюються швидкість, момент та струм живлення електродвигуна. Зовнішньою причиною цих процесів можуть бути керуючі та збурюючі впливи: зміна напруги живлення, частоти, навантаження на валу, моменту інерції, опору в ланцюгах живлення...

Згідно рівняння руху електроприводу $M - M_{оп} = I \frac{d\omega}{dt}$ в його механічній частині діють два моменти: електромагнітний момент двигуна M та момент статистичних опорів $M_{оп}$, приведений до валу двигуна. Результатом цього є динамічний момент $M_{дин}$: $M_{дин} = I \frac{d\omega}{dt}$.

Враховуючи знаки рівняння руху електроприводу матиме вигляд:

$$M_{дин} = \pm M \mp M_{оп} = I \frac{d\omega}{dt} \quad (8.10)$$

Знак і величина динамічного моменту є результатом взаємодії моментів двигуна та опору. Відповідно можуть бути три режими роботи електроприводу:

1. $M_{дин} > 0$ ($I \frac{d\omega}{dt} > 0$), що відповідає режиму розгону двигуна при $\omega > 0$ і гальмування при $\omega < 0$.
2. $M_{дин} < 0$ ($I \frac{d\omega}{dt} < 0$), що відповідає режиму розгону двигуна при $\omega < 0$ і гальмування при $\omega > 0$.
3. $M_{дин} = 0$ ($I \frac{d\omega}{dt} = 0$), що відповідає режиму, що встановився при $\omega = \omega_0 = \text{const}$.

Загалом на всіх етапах перехідних процесів у першому наближенні можна прийняти, що $M_{\text{пуск}} = M_{\text{галь}}, M_{\text{оп}} = \text{const}$, але динамічні моменти при пуску і гальмуванні різні.

Розв'язуючи рівняння (8.10) відносно похідної кутової швидкості, отримаємо:

$$d\omega = \frac{\pm M \mp M_{\text{оп}}}{I} dt = \varepsilon dt \quad (8.11)$$

де $\frac{\pm M \mp M_{\text{оп}}}{I} = \varepsilon$ – прискорення (уповільнення) приводу.

Після інтегрування (8.11) можна визначити час перехідного процесу зміни швидкості від $\omega_{\text{поч}}$ до $\omega_{\text{кін}}$:

$$t_{\text{пер}} = \frac{\omega_{\text{кін}} - \omega_{\text{поч}}}{\varepsilon} = I_{\Sigma \text{прив}} \frac{\omega_{\text{кін}} - \omega_{\text{поч}}}{\pm M \mp M_{\text{оп}}} \quad (8.12)$$

Для випадку пуску і гальмування наближено час процесу можна визначити за формулою:

$$t_{\text{п,г}} = I_{\Sigma \text{прив}} \frac{\omega_0}{M_{\text{.....}}} \quad (8.13)$$