

## Практичне заняття. Тема № 5 «Векторна алгебра»

### План заняття

1. Опрацювати матеріал двох останніх лекцій

2. Переглянути відео за посиланнями:

Частина 1. [https://drive.google.com/file/d/1RZzm4MFjyQD5q4AVC6xIC\\_o7cSqEPKge/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1RZzm4MFjyQD5q4AVC6xIC_o7cSqEPKge/view?usp=sharing)

Частина 2. [https://drive.google.com/file/d/1j9OKYENSYI\\_E5lmNyna0wlQOR5AlfW9Q/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1j9OKYENSYI_E5lmNyna0wlQOR5AlfW9Q/view?usp=sharing)

Частина 3. [https://drive.google.com/file/d/1oIneXZQtf6D0UrG5W6s\\_uBno6FVGDaoZ/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1oIneXZQtf6D0UrG5W6s_uBno6FVGDaoZ/view?usp=sharing)

Частина 4. <https://drive.google.com/file/d/1t0ZBm3h8TD3meo-pi6uwHwMqKxI3g5Os/view?usp=sharing>

Додатково. <https://drive.google.com/file/d/1nZTJe4mhhvLnUf2LufseUigxg3IhAeP/view?usp=sharing>

Текстовий варіант <https://drive.google.com/file/d/1ZMBEUlvbxAmcEo319cZxOAAQ81V5pY4iu/view?usp=sharing>

### Завдання для роботи на занятті

2.20. По заданих векторах  $a$  і  $b$  побудувати кожен із векторів:

1)  $3a$ ;      4)  $\frac{1}{2}a - 3b$ .

2.26. Перевірити колінеарність векторів  $a = (2; -1; 3)$  і  $b = (-6; 3; -9)$ . Встановити, який із них довший і в скільки разів. Як вони напрямлені – в одну, чи в протилежні сторони?

2.30. Знайти орт вектора  $a = (6; -2; -3)$ .

2.40. Вектори  $a$  і  $b$  утворюють кут  $\varphi = \frac{2}{3}\pi$ , знаючи, що  $|a| = 3$ ,  $|b| = 4$ , обчислити:

1)  $ab$ .

2.46. Дано вектори  $a = (4; -2; -4)$ ,  $b = (6; -3; 2)$ . Обчислити:

1)  $ab$ ;      4)  $(2a - 3b)(a + 2b)$ .

2.51. Дано вершини чотирикутника  $A(1; -2; 2)$ ,  $B(1; 4; 0)$ ,  $C(-4; 1; 1)$  і  $D(-5; -5; 3)$ . Довести, що його діагоналі  $AC$  і  $BD$  взаємно перпендикулярні.

2.55. Дано вершини трикутника  $A(3; 2; -3)$ ,  $B(5; 1; -1)$  і  $C(1; -2; 1)$ . Знайти його зовнішній кут при вершині  $A$ .

2.63. Знайти проекцію вектора  $s = (4; -3; 2)$  на вісь, яка складає з координатними осями рівні гострі кути.

2.75. Дано вектори  $a = (3; -1; -2)$  і  $b = (1; 2; -1)$ . Знайти координати векторних добутоків:

1)  $[a, b]$ ;      2)  $[(2a + b), b]$ .

2.82. Дано точки  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(3; 0; -3)$  і  $C(5; 2; 6)$ . Обчислити площу трикутника  $ABC$ .

2.98. Встановити, чи компланарні вектори (для випадку некомпланарних встановити яку трійку праву чи ліву вони утворюють), якщо:

1)  $a = (2; 3; -1)$ ,  $b = (1; -1; 3)$ ,  $c = (1; 9; -11)$ .

2.100. Обчислити об'єм тетраедра, вершинами якого є точки  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(5; 5; 4)$ ,  $C(3; 2; -1)$ ,  $D(4; 1; 3)$ .

3. Перевірити, чи утворюють вектори  $a$ ,  $b$ ,  $c$  базис і знайти координати вектора  $d$  в цьому базисі:

$a = (1; -3; 2)$ ,  $b = (0; 1; -2)$ ,  $c = (1; 2; 0)$ ,  $d = (5; -1; 6)$ .

### Домашнє завдання

3.1. Дано координати вершин піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ . Знайти: 1) довжину ребра  $A_1A_2$ ; 2) кут між ребрами  $A_1A_2$  і  $A_2A_3$ ; 3) кут між ребром  $A_1A_2$  і гранню  $A_2A_3A_4$ ; 4) площу грані  $A_2A_3A_4$ ; 5) об'єм піраміди; 6) висоту піраміди  $A_1H$ , використовуючи проекцію вектора на вісь.

$A_1(1; 4; 5)$ ,  $A_2(6; 2; 0)$ ,  $A_3(-1; 5; 4)$ ,  $A_4(4; -2; 3)$ .

3.2. Перевірити, чи утворюють вектори  $a$ ,  $b$ ,  $c$  базис і знайти координати вектора  $d$  в цьому базисі:

$a = (-2; 1; 3)$ ,  $b = (3; -6; 2)$ ,  $c = (-5; -3; -1)$ ,  $d = (31; -6; 22)$ .

**Додаткові вправи для самостійного розв'язування**

**2.21 (ДЗ).** В трикутнику  $ABC$  вектор  $\overline{AB} = \mathbf{m}$  і вектор  $\overline{AC} = \mathbf{n}$ . Побудувати кожен із векторів:

1)  $\frac{\mathbf{m} + \mathbf{n}}{2}$ ; 2)  $\frac{\mathbf{m} - \mathbf{n}}{2}$ ; 4)  $-\frac{\mathbf{m} + \mathbf{n}}{2}$ .

**2.27(ДЗ).** Визначити при яких значеннях  $\alpha$  і  $\beta$  вектори  $\mathbf{a} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \beta\mathbf{k}$  і  $\mathbf{b} = \alpha\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  колінеарні.

**2.31(ДЗ).** Знайти орт вектора  $\mathbf{a} = (3; 4; -12)$ .

**2.48(ДЗ).** Дано точки  $A(-1; 3; -7)$ ,  $B(2; -1; 5)$  і  $C(0; 1; -5)$ . Обчислити:

1)  $(2\overline{AB} - \overline{CB})(2\overline{BC} + \overline{BA})$ ; 2)  $\sqrt{\overline{AB}^2}$

**2.52(ДЗ).** Визначити, при якому значенні  $\alpha$  вектори  $\mathbf{a} = \alpha\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  і  $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \alpha\mathbf{k}$  взаємно перпендикулярні.

**2.54(ДЗ).** Дано вершини трикутника  $A(-1; -2; 4)$ ,  $B(-4; -2; 0)$  і  $C(3; -2; 1)$ . Знайти його внутрішній кут при вершині  $B$ .

**2.66(ДЗ).** Обчислити проекцію вектора  $\mathbf{a} = (5; 2; 5)$  на вектор  $\mathbf{b} = (2; -1; 2)$ .

**2.76(ДЗ).** Дано точки  $A(2; -1; 2)$ ,  $B(1; 2; -1)$  і  $C(3; 2; 1)$ . Знайти координати векторних добутків:

1)  $[\overline{AB}, \overline{BC}]$ .

**2.83(ДЗ).** Дано вершини трикутника  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(5; -6; 2)$  і  $C(1; 3; -1)$ . Обчислити довжину його висоти, опущеної з вершини  $B$  на сторону  $AC$ .

**2.98.** Встановити, чи компланарні вектори, якщо:

2) (ДЗ)  $\mathbf{a} = (3; -2; 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2; 1; 2)$ ,  $\mathbf{c} = (3; -1; -2)$ ;

**2.101(ДЗ).** Дано вершини тетраедра  $A(2; 3; 1)$ ,  $B(4; 1; -2)$ ,  $C(6; 3; 7)$ ,  $D(-5; -4; 8)$ . Знайти довжину його висоти, опущеної з вершини  $D$ .

**2.102\*.** Об'єм тетраедра  $V = 5$ , три його вершини:  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(2; -1; 3)$ . Знайти координати четвертої вершини  $D$ , якщо відомо, що вона лежить на осі  $Oy$ .

**Відповіді:**

**2.26.**  $|\mathbf{b}| = 3|\mathbf{a}|$ . В протилежні сторони. **2.27.**  $\alpha = 4$ ;  $b = -1$ . **2.29.**  $|\overline{AB}| = 2|\overline{CD}|$ . В одну сторону. **2.30.**  $(\frac{6}{7}; -\frac{2}{7}; -\frac{3}{7})$ . **2.31.**

$(\frac{3}{13}; \frac{4}{13}; -\frac{12}{13})$ . **2.40.** 1) -6; 2) 9; 3) 16; 4) 13; 5) -61; 6) 37; 7) 73. **2.41.** 1) -62; 2) 162; 3) 373. **2.46.** 1) 22; 2) 6; 3) 7; 4) -200;

5) 129; 6) 41. **2.48.** 1) -524; 2) 13; 3) 3; 4) (-70; 70; -350), (-78; 104; -312). **2.49.** 31. **2.50.** 13. **2.52.** -6. **2.53.**  $\frac{5}{21}$ . **2.54.**  $45^\circ$ . **2.55.**

$\arccos(-\frac{4}{9})$ . **2.63.**  $\sqrt{3}$ . **2.66.** 6. **2.75.** 1) (5; 1; 7); 2) (10; 2; 14); 3) (20; 4; 28). **2.76.** 1) (6; -4; -6); 2) (-12; 8; 12). **2.78.** (-4, 3; 4). **2.79.** 15;

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ;  $\cos \beta = -\frac{2}{15}$ ;  $\cos \gamma = \frac{11}{15}$ . **2.80.** 28;  $\cos \alpha = -\frac{3}{7}$ ;  $\cos \beta = -\frac{6}{7}$ ;  $\cos \gamma = \frac{2}{7}$ . **2.82.** 14. **2.83.** 5. **2.89.** 1) права; 2) ліва; 3) ліва; 4)

права; 5) вектори компланарні; 6) ліва. **2.97.** -7. **2.98.** 1) компланарні; 2) не компланарні; 3) компланарні. **2.100.** 3. **2.101.** 11. **2.102.**  $D_1(0; 8; 0)$ ;  $D_2(0; -7; 0)$ .