Лекція 6. Нерозгалужені електричні кола змінного струму. Розгалужені електричні кола. Потужність електричних кіл змінного струму. Резонанс напруг та струмів

Розглянемо застосування методу комплексних амплітуд. При послідовному з’єднані елементів Рис.4 мають місце співвідношення для миттєвих значень та комплексів напруг:

$$u = u_R + u_L + u_C,$$
$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C.$$
$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

Також, при послідовному з’єднанні цих елементів у колі буде протікати електричний струм:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) \sim I_m$$

Оскільки $\dot{U}_R = \dot{I}R,\ \ \dot{U}_L = j\dot{I}X_L,\ \ \dot{U}_C = -j\dot{I}X_C,$

то комплексні діючі значення струмів та напруг на комплексній площині можна зобразити відповідними обертовими векторами рис. 5.

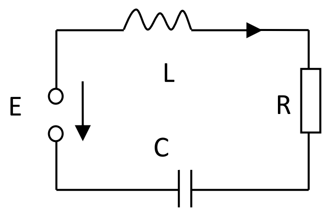


Рис. 4

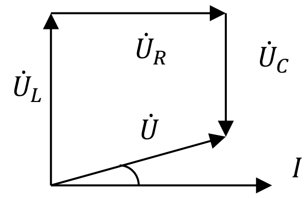


Рис. 5

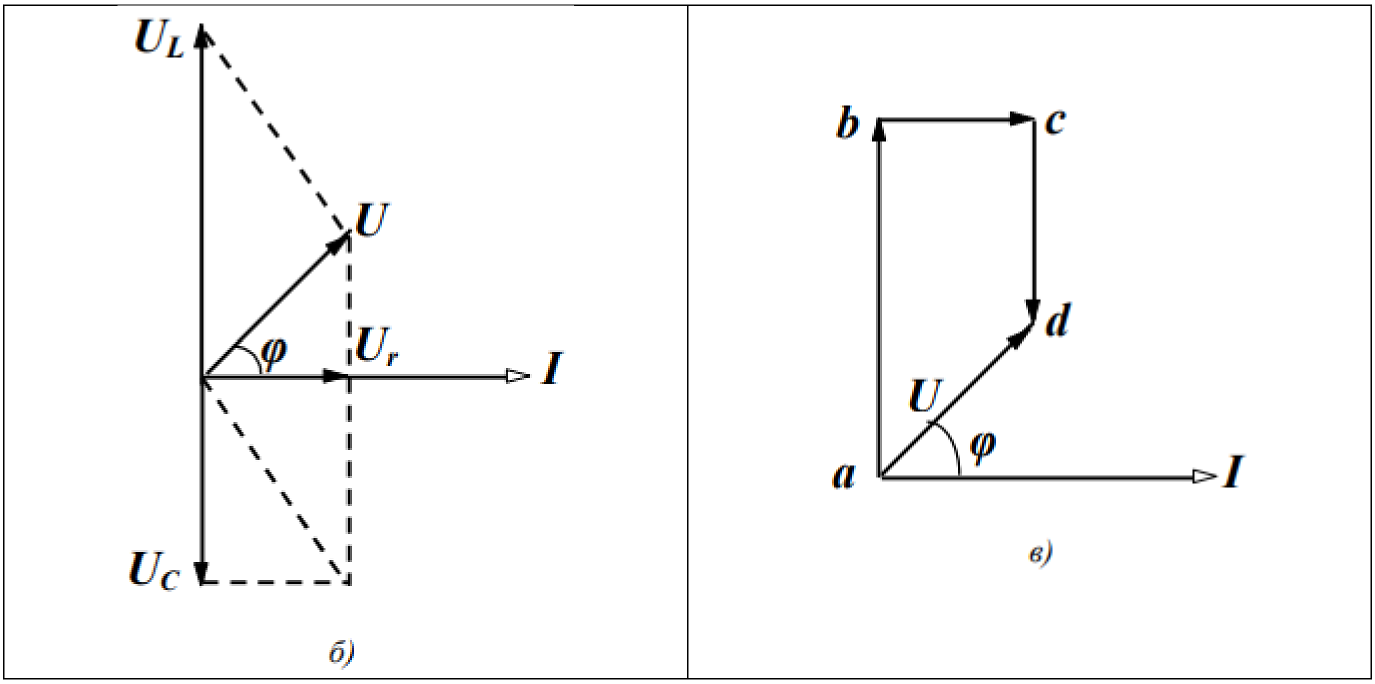


Рис. 5 а - променева, б – топографічна діаграма

З цієї векторної діаграми можна записати вираз щодо комплексу напруги:

$$\dot{U} = \dot{I}[R + j(X_L - X_C)]$$

або

$$I = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)}.$$

Різницю $X = X_L - X_C$ *називають реактивним опором, що в комплексній формі має вигляд:* $jX = j(X_L - X_C)$.

Далі, можна виразити повний опір у комплексній формі

$$\underline{Z} = R + jX,$$

або

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi},$$

$$\underline{Z} = Z(\cos\varphi + j\sin\varphi)$$

де: φ *– кут між струмом та напругою, визначається за співвідношенням*

$$\varphi = \mathrm{arctg}\frac{\mathrm{X}}{\mathrm{R}}.$$

Модуль повного опору можна виразити як $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$.

Прямокутний трикутник на векторній діаграмі можна перетворити на трикутник опорів. З трикутника опорів випливають такі співвідношення:

$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, *- повний опір*

$R = Z\cos\varphi$, *- активний опір*

$X = Z\sin\varphi$, *- реактивний опір*

$$\varphi = \mathrm{arctg}\frac{\mathrm{X}}{\mathrm{R}}.$$

*Зсув фаз вважають **позитивним**, коли* $\omega L > 1/\omega C$.

Закон Ома для діючих значень та у комплексній формі для нерозгалуженого кола має вигляд:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}, \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}, \quad I = \frac{U}{Z}.$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + jX}, \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}.$$

Розрахунок нерозгалуженого кола символічним методом можна виконувати так само, як і обчислення кола постійного струму.

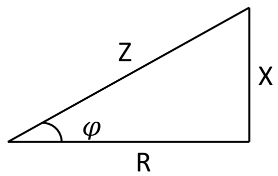


Рис.6 Трикутник опорів

Якщо є таке коло і треба визначити повний опір, то можна записати таке співвідношення:

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 + j(X_2 + X_4) - j(X_1 + X_3).$$

Отже всі індуктивні опори помножуються на символ $+j$, *а всі ємнісні опори помножуються на символ* $-j$.

Тепер можна підставити у формулу дані з електричного кола, якщо:

$$R_1 = 3,\ R_2 = 2,\ X_1 = 1,\ X_2 = 3,\ X_3 = 2,\ X_4 = 4,$$

то

$$\underline{Z} = 3 + 2 + j(3 + 4) - j(1 + 2)$$

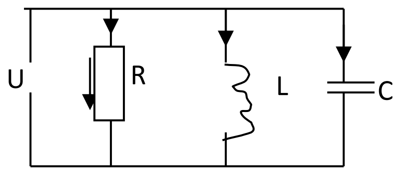
$\underline{Z} = 5 + 4j$. *- алгебраїчна форма*

З цього можна зробити висновок, що все коло можна замінити еквівалентним опором. Цей опір складається із дійсної частини (активний опір 5 Ом*) та уявної частини (індуктивний реактивний опір, що дорівнює 4 Ом)*

Розгалужені електричні кола

При паралельному з'єднанні елементів рівняння, за першим законом Кірхгофа для миттєвих значень та у комплексній формі мають такий вигляд:

$$i = i_R + i_L + i_C,$$
$$\dot{I} = \dot{I}_R + I_L + I_C.$$



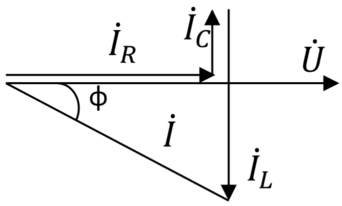
Через такі провідності: g – активну; b_L – реактивну індуктивність; b_C – реактивну ємнісну, струми можна записати в такому вигляді:

$$\dot{I}_R = \mathrm{g}\dot{U};$$
$$\dot{I}_L = -jb_L\dot{U};$$
$$\dot{I}_C = jb_C\dot{U}.$$

У формулі $\mathrm{g} = \frac{1}{R}$, активна провідність; $b_L = 1/{-X_L}$- реактивна провідність вітки з індуктивністю, $b_\mathrm{C} = 1/X_\mathrm{C}$ – реактивна провідність на конденсаторі.

Згідно з першим законом Кірхгофа, векторна діаграма має вигляд:

Рис.7 Векторна діаграма (топографічна)



За початковий вектор, зручно прийняти вектор напруги. Розділивши всі сторони трикутника струму на напругу, маємо трикутник провідностей.

Різницю $b_L - b_C = b$ називають реактивною провідністю. У такому випадку повну провідність у комплексній формі можна визначити як:

$$\underline{Y} = g - jb,$$

або $$Y = Y(cos\varphi - jsin\varphi),$$

де модуль повної провідності буде дорівнювати

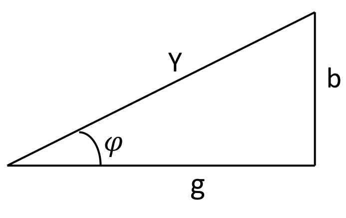
$$Y = \sqrt{g^2 + b^2},$$

а зсув фаз між струмом та напругою

$$\varphi = arctg\frac{b}{g}.$$

Прямокутний трикутник векторної діаграми можна перетворити на трикутник провідностей. З цього трикутника випливають такі співвідношення між провідностями:

$$Y = \sqrt{g^2 + b^2};$$
$$g = Ycos\varphi,$$
$$b = Ysin\varphi,$$
$$\varphi = arctg\frac{b}{g}.$$



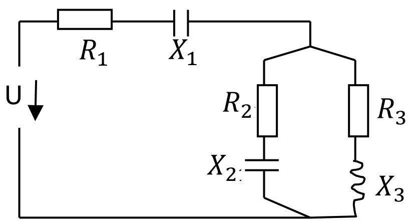
Прямокутний трикутник векторної діаграми дає таке співвідношення за законом Ома:

$$I = U\sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}$$

Для розрахунку розгалуженого кола, можна використати символічний метод, тобто:

$$\underline{Z} = \frac{R_1(-jX_1)(jX_2)}{R_1(-jX_1)+(-jX_1)(jX_2)+R_1(jX_2)}.$$

При змішаному з'єднанні елементів, спочатку розраховують розгалужені ділянки, а потім усе коло розглядають як нерозгалужене (або навпаки). Таким чином, якщо треба визначити повний опір кола (Рис.8), то можна визначити символічний метод:



$$\underline{Z} = R_1 - jX_1 + \underline{Z}_{екв}$$

$$\underline{Z}_{екв} = \frac{(R_2 - jX_2)(R_3 + jX_3)}{R_2 + R_3 + j(X_3 - X_2)}$$

Рис.8 Паралельне з'єднання елементів

Потужність кола електричного струму

Миттєва потужність кола синусоїдного струму визначається добутком миттєвого струму та миттєвої напруги: $p = iu$.

Потужність у символічному вигляді визначається добутком комплексу напруги та спряженого комплексу струму:

$$\underline{S} = \dot{U}\dot{I}.$$

Вираз повної потужності у показниковій формі записується таким шляхом:

$$\underline{S} = UIe^{j\varphi}.$$

Можна потужність визначити і в алгебраїчній та тригонометричній формі:

$$\underline{S} = Scos\varphi + jSsin\varphi;$$

$$\underline{S} = P + jQ,$$

де $S = UI$ - модуль повної потужності;

P - активна потужність;

Q – реактивна потужність.

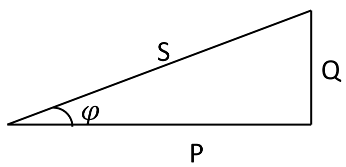
Трикутник потужностей має вигляд Рис. 1 і дає таке співвідношення:

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$,

$P = Scos\varphi$,

$Q = Ssin\varphi$,

$\varphi = arctg\frac{Q}{P}$.



Таким чином, повна потужність є величина комплексна. Активна потужність є дійсною частиною повної потужності, а реактивна – уявною частиною повної потужності. Якщо є кілька приймачів електричної енергії, то співвідношення для повної потужності має вигляд:

$$S = \sqrt{(\sum P)^2 + (\sum Q_L - \sum Q_C)^2},$$

Баланс потужностей можна визначити рівнянням:

$$\underline{S}_{\text{дж}} = S_{\text{прийм}},$$

де $\underline{S}_{\text{дж}}$ – потужність усіх джерел живлення, $S_{\text{прийм}}$ – потужність приймачів кола.

10.2 Коефіцієнт потужності. Підвищення коефіцієнта потужності

З попереднього виразу активної потужності за співвідношенням:

$$P = Scos\varphi$$

У цьому виразі $cos\varphi$ – коефіцієнт потужності. Він характеризує ступінь використання електричної енергії. Тому дуже важливим стає питання підвищення коефіцієнта потужності.

В приклад можна привести електричну схему, де індуктивним елементом можуть бути більшість потужних приймачів (наприклад, привідні двигуни), які мають індуктивний характер.

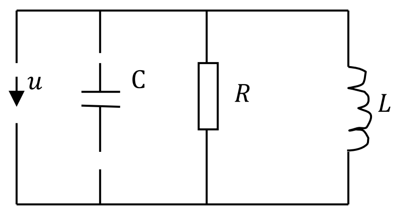


Рис. 2 типова схема енергоспоживання

Векторна діаграма такого кола буде мати такий вигляд рис. 2. Для того щоб зменшити зсув фаз, тобто підвищити коефіцієнт потужності, зазвичай паралельно приймачів вмикають батарею конденсаторів.

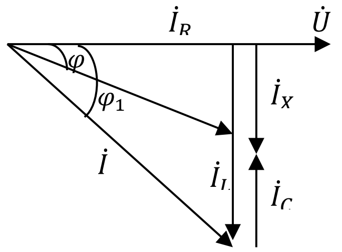


Рис. 3 Векторна діаграма

Для того, щоб визначити додаткову ємність, необхідно зменшити зсув фаз від φ_1 до φ, тоді:

$$I_X = I_L - I_C; \quad I_X = I_R \tan\varphi; \quad I_L = I_R \tan\varphi_1; \quad I_C = U\omega C;$$

$$I_R \tan\varphi = I_R \tan\varphi_1 - U\omega C.$$

де $$\text{C} = \frac{I_R}{\omega U}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)$$

Якщо використати залежність $P = I_R U$, то додаткову ємність визначити співвідношенням.

$$\text{C} = \frac{P}{\omega U^2}(\tan\varphi_1 - \tan\varphi).$$

10.3 Явище резонансу

Закон Ома для нерозгалуженого кола має вигляд: $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$,

У разі виникнення умови $\omega L = 1/\omega C$ – таке явище називають ***резонансом напруги***.

Режим електричного кола при послідовному з'єднанні ділянок з індуктивністю та ємністю, який характеризується рівністю індуктивного та ємнісного опорів, **називають резонансом напруг**.

В цьому випадку електричне коло перебуває в режимі резонансу напруг, який характеризується тим, що реактивна потужність кола дорівнює нулю, струм і напруга збігаються за фазою.

При незмінних параметрах L та C умову резонансу можна виконувати зміною частоти струму. Резонансну частоту визначають

$$\omega_0 L = 1/\omega_0 C;$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}.$$

У разі резонансу – напруги індуктивності та ємності рівні і векторна діаграма в цьому випадку буде виглядати таким чином рис. 3

$\varphi = 0;$

$\cos\varphi = 1;$

$U = IR;$

$S = P.$

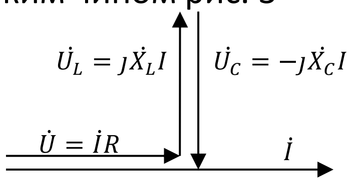


Рис. 4 Векторна діаграма

Якщо активний опір малий, то виникає значний струм і великі напруги на ємності та індуктивності, що можуть бути значно більшими, ніж напруга мережі:

$R > 1/\omega C$ та $R < \omega L$.

Величину реактивного опору при резонансній частоті називають ***хвильовим опором:***

$$\rho = \omega_0 L = \frac{L}{\sqrt{L/C}}.$$

Добротністю контуру називають відношення хвильового опору до активного, тобто добротність визначає, у скільки разів напруга на реактивних елементах перевищує напругу на резистивному елементі:

$$Q = \frac{\rho}{R}.$$

Враховуючи, що $C = \omega L,$

$$X_L = \omega L,$$

$$X_C = 1/\omega\, C,$$

$$X = X_L - X_C,$$

Закон Ома для розгалуженого кола має вигляд: $I = U\sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}$.

Якщо $b_L = b_C$, то таке явище називається ***резонансом струмів***. У цьому разі струми у вітках із реактивними елементами рівні і повернені у протилежні боки. Як і при резонансі напруг, резонансні струми мають такі співвідношення:

$\varphi = 0,$

$cos\varphi = 1\,,$

$S = P,$

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}.$