Лабораторна робота 2.
РОЗВ’ЯЗВАННЯ ЗАДАЧ УПРАВЛІННЯ ТОВАРНО-МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ (задачі "про ранець")

2. 1. Вихідні дані

Класична назва задач управління товарно-матеріальними запасами підприємства – це так звані "задачі про ранець", які формулюються наступним чином:

загальна вага ранця попередньо обмежена. Необхідно визначити, які предмети покласти в ранець, щоб загальна корисність відібраних предметів була максимальною? Вага кожного предмету відома.

При цьому задачі "про ранець" бувають двох типів.

В задачах **I типу** вирішуються питання щодо визначення кількості одиниць кожного предмету, які передбачається покласти до ранця.

В задачах **II типу** вирішуються питання щодо визначення необхідності класти предмет у ранець взагалі.

З точки зору планування, моделювання та верифікації процесів у ГВС при організації виробництва актуальною є наступна інтерпретація задачі "про ранець":

в якості "предметів, що потрібно покласти до ранця", розглядаються замовлення (або варіанти виготовлення партій тих або інших товарів);
в якості "корисності" – прибуток від виконання того або іншого замовлення;
в якості "ваги" – собівартість замовлення.

2. 2. Короткі теоретичні відомості та математичне моделювання задач "про ранець"

Передбачається, що *відоме* наступне:

- $\boldsymbol{n}$ предметів, які необхідно розмістити в ранці;
- максимально можлива "місткість" ранця $\boldsymbol{B}$;
- для кожного $\boldsymbol{i}$-го предмета відомі його:
  - "вага" $\boldsymbol{A_i}$, $\boldsymbol{i = 1,2,\ldots, n}$;
  - "корисність" $\boldsymbol{C_i}$, $\boldsymbol{i = 1,2,\ldots, n}$.

Для задачі **I типу** *необхідно визначити* кількість одиниць кожного предмету $\boldsymbol{X_i}$, $\boldsymbol{i = 1,2,\ldots, n}$, які передбачається покласти в ранець.

Цільовою функцією задач I типу є загальна корисність від розміщення предметів в ранці, яку необхідно максимізувати:

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^{n} C_i X_i \right) \rightarrow \max , \qquad (2.1)$$

де C_i – "корисність" i-го предмету;

X_i – кількість одиниць i-го предмету, що передбачається покласти в ранець.

Функціональні обмеження задач I типу полягають в обмеженні місткості ранця. Крім того, значення змінних X_i є цілими:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} A_i X_i \le B, \\ X_i \ge 0, \\ X_i \in Z_0, \end{cases} \qquad (2.2)$$

де A_i – "вага" предмету, який передбачається розмістити у ранці;

B – максимально можлива "місткість" ранця;

Z_0 – множина всіх невід’ємних цілих чисел.

Для задач **II типу** *необхідно* вирішити питання, чи класти предмет в ранець, тобто запускати у виробництво певний виріб, чи ні.

Для опису рішення вводять булеві змінні X_i, $i = 1, 2, \dots , n$, що приймають два значення 0 або 1. При цьому, якщо

-X_i=1, то i-ий предмет розміщають у ранці;

- X_i=0, якщо i-ий предмет не розміщають у ранці

Цільовою функцією задач II типу в цьому випадку також є загальна корисність від розміщення предметів у ранці, яку необхідно максимізувати (див. вираз (2.1)), а обмеження мають вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} A_i X_i \le B; \\ X_i = \{0;1\}, \end{cases} \qquad (2.3)$$

де A_i – "вага" i-го предмету, який передбачається розмістити у ранці;

B – максимально можлива "місткість" ранця;

X_i – може приймати значення мулевих змінних 0 або 1.

2. 3. Приклад розв’язування задачі "про ранець"

Формальна *постановка задачі про ранець* має наступний вигляд. Цільова а функція:

$$\boldsymbol{X_1 + X_2 + 2X_3 + 2X_4 + X_5 + X_6 \rightarrow \max}.$$

Обмеження:

$$\boldsymbol{0{,}5X_1\ 0{,}5X_1 + X_2 + 1{,}5X_3 + 2X_4 + 2{,}5X_5 + 3X_6 \leq 3;}$$
$$\boldsymbol{X_k = \{0;\ 1\},\ k = 1{,}2{,}\ldots,\ 6}.$$

Вихідні дані для розв’язування задачі “про ранець” зручно представити у вигляді табл. 2. 1.

Таблиця 2. 1

Вихідні дані для розв’язування задачі "про ранець"

Умовне позначення *i*-го предмету	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Вага предмету A_i	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Корисність предмету *Ci*	1	1	2	2	1	1
Загальна місткість	3					

Розв’язок

1. Математичне моделювання задачі

Виходячи із умови задачі, можна зробити висновок, що вирішувана задача є задачею II типу тому, що її формальна постановка відповідає математичній моделі за виразами (2.1) та (2.3). Для таких задач розв’язком є відповідь щодо наявності предметів в ранці.

1.1. Цільова функція задачі – максимізація загальної корисності предметів, що розміщуються в ранці:

$$f(x) = \left(\left(\sum_{i=1}^{6} C_i X_i \right) = (\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + 2\mathrm{x}_3 + 2\mathrm{x}_4 + \mathrm{x}_5 + \mathrm{x}_6) \right) \to \max .$$

1.2. Формування функціональних обмежень здійснюється за виразом (2.3.3).

1.2.1. Функціональні обмеження на сумарну вагу предметів, що розмістяться у ранці:

$$\sum_{i=1}^{6} A_i X_i \le B ,$$

$$\mathbf{0{,}5}\, X_1 + X_2 + \mathbf{1{,}5}\, X_3 + \mathbf{2} X_4 + \mathbf{2{,}5} X_5 + \mathbf{3} X_6 \quad \le \mathbf{3}.$$

1.2.2. Функціональні обмеження на значення змінних:

$$X_i = \{0;1\},$$

або

$$0 \le X_i \le 1 .$$

2. Автоматизоване розв'язування задачі за допомогою надбудови "Пошук рішення"

2. 1.Створення форми для введення умов задачі та виведення рішення задачі. Форма для введення умов задачі створена в MS Excel приведена на рис. 2.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			**X1**	**X2**	**X3**	**X4**	**X5**	**X6**						
2	**Змінювані**								"1" - предмет має бути в ранці					
3	**комірки**								"0" - предмет не потрібно класти в ранець					
4	**Вага**	**предмету Ai**	0,5	1	1,5	2	2,5	3	**Обмеження**					
5		**Загальна**	**0**						<=	3	Максимальна місткість			
6	**Корисність**	**предмету Ci**	1	1	2	2	1	1						
7		**Загальна**	**0**	**max**										
8		**Цільова комірка**												

Рис. 2. 1. Форма для введення вихідних даних

2.2. Введення залежностей із математичної моделі та призначення цільової функції.

Форма для виведення рішення задачі із введеними залежностями, визначеними в п. 1 даного розв'язку задачі, наведена на рис. 2.2.

1) В комірку "Цільова функція", що відображає загальну корисність всіх предметів і яка в перспективі має бути максимізована, вводиться вираз для розрахунку загальної корисності, зокрема сума добутків корисності кожного предмету C_i на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець X_i, наприклад, наступним чином:

=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)

2) В комірку, що відображає загальну вагу всіх предметів, вводиться формула для розрахунку суми добутків ваги предмету A_i на одиницю предмету, що передбачається покласти у ранець X_i, наприклад, наступним чином:

=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1			X1	X2	X3	X4	X5	X6				
2		Змінювані комірки							"1" - пре,			
3									"0" - пре,			
4	Вага	предмету Ai	0,5	1	1,5	2	2,5	3			Обмеження	
5		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C4:H4;C2:H2)						<=	3	Максимальна місткість	
6	Корисність	предмету Ci	1	1	2	2	1	1				
7		Загальна	=СУММПРОИЗВ(C6:H6;C2:H2)									
8		Цільова комірка										

Рис. 2.2. Екранна форма з введеними залежностями із математичної моделі за виразами (2.1) та (2. 2)

2.3. Запуск надбудови "Пошук рішення" та отримання розв'язку. Результати наведені на рис. 2.3.

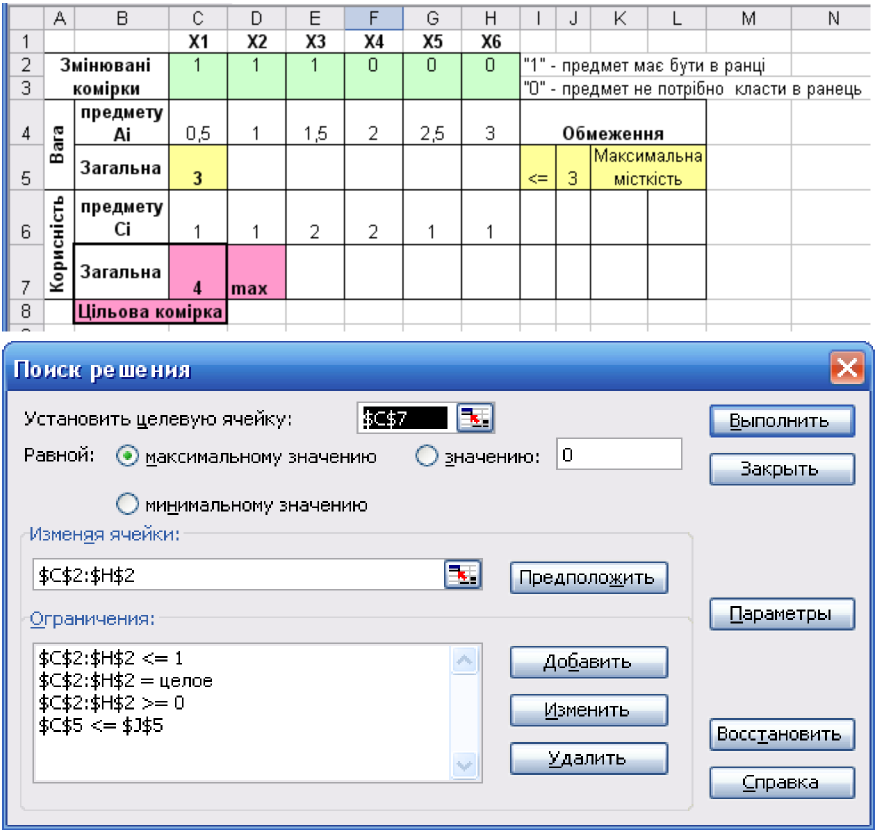

Рис. 2 3. Вікно надбудови "Пошук рішення" та отримане рішення прикладу задачі "про ранець" за п. 2.3

В результаті розв’язування задачі отримане наступне оптимальне рішення (табл. 2.2)

Таблиця 2.2

Оптимальне рішення

Умовне позначення предмету	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Рішення щодо наявності предмету в ранці	1	1	1	0	0	0
Загальна корисність	4					

Відповідь.

Відповідно до отриманого рішення задачі (табл. 2.2) максимальна корисність від наявності предметів у ранці в розмірі 4 одиниці буде отримана, якщо в ранець покласти тільки предмети з умовним позначенням X_1, X_2, X_3.