

Лабораторна робота № 3

Ідентифікація динамічних характеристик вимірювального каналу та об'єктів вимірювань по методу взаємної кореляційної функції

Мета роботи: дослідження методів ідентифікації, що базуються на взаємній кореляційній функції входу і виходу об'єкту вимірювання.

3.1. Теоретичні відомості

При моделюванні ОВ однією з задач є визначення його динамічних характеристик (ідентифікація об'єкту). Ця задача може бути вирішена по методу взаємної кореляційної функції (ВКФ) вхідного і вихідного сигналів.

При дослідженні даного методу будемо припускати, що процеси, які протікають в ОВ, є стаціонарні і ергодичні. Точне рішення задачі ідентифікації вимагає спостереження за процесами, що досліджуються, на достатньо великому (теоретично нескінченному) відрізку часу, але в реальній системі потрібно обмежувати час спостереження, розповсюджуючи отримані дані на нескінченний інтервал спостереження. Одержані при такому підході результати будуть наближеними. Оцінка ступеня такого наближення - одна з важливих задач, що вирішуються при моделюванні ОВ.

Розглянемо ОВ (рис. 3.1, а), вихід якого при вхідному сигналі $x(t)$ визначається наступним виразом (інтегралом згортки):

$$y(t) = \int_{-\infty}^t k(t - \tau)x(\tau)d\tau \quad (3.1)$$

де $k(t)$ - імпульсна характеристика ОУ, одержувана зворотним перетворенням Лапласа з передаточної функції (рис. 3.1, б), тобто

$$k(t) = L^{-1} \{K(p)\}. \quad (3.2)$$

Приймаючи обмеження $x(t)=0$ для всіх $t<0$, отримаємо з (3.1)

$$y(t) = \int_0^t k(t - \tau)x(\tau)d\tau = \int_0^t k(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad (3.3)$$

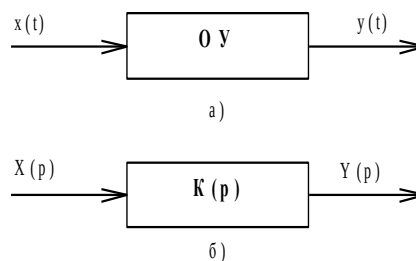


Рис 3.1

Розглянемо фізичний сенс рівнянь (3.1) і (3.3). Нехай на вхід ОВ подаються імпульси шириною $\theta \rightarrow 0$ і амплітудою $x(t)$ в моменти часу $t=0, \theta, 2\theta, \dots$ з енергією $\theta x(t)$ (рис. 3.2). Введемо позначення: $y_i(t)$ - реакція ОУ в момент часу t на один i - імпульс, прикладений в момент часу $t = (i-1)\theta$. На основі викладеного можна записати

$$y_i(t_1) = k[t_1 - (i-1)\theta] \cdot \theta \cdot x[(i-1)\theta]. \quad (3.4)$$

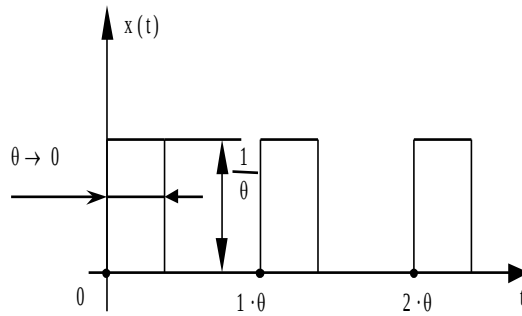


Рис. 3.2

Оскільки послідовність імпульсів додається з моменту часу $t=0$ до $t=t_1$, то $y(t_1)$ можна розглядати як суму n виходів $y_1(t_1), y_2(t_1), \dots, y_n(t_1)$:

$$y(t_1) = \sum_{i=1}^N y_i(t_1) = k \sum_{i=1}^N [t_1 - (i-1)\theta] \cdot \theta \cdot x[(i-1)\theta] \quad (3.5)$$

За умови $\theta \rightarrow dt \rightarrow 0$ і $i \cdot \theta \rightarrow \tau$ одержуємо вираз (3.3). Якщо вхідний сигнал ОУ $x(t)$ - випадковий, то, маючи (3.1) або (3.5), можна обчислити взаємну кореляційну функцію $R_{xy}(\tau)$, що відбиває взаємозв'язок між виходом ОУ $y(t)$ в будь-який момент часу t і входом ОУ $x(t-\tau)$, наступним чином:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_T(t) y_T(t-\tau) dt, \quad (3.6)$$

де T - тривалість спостереження, тобто $x(t)$ і $y(t)$.

Підставляючи в (3.6) вираз (3.1) і вводячи поняття АКФ, одержуємо:

$$R_{xy}(t) = \int_0^{\infty} k(\tau) R_{xx}(t-\tau) d\tau, \quad (3.7)$$

де $R_{xx}(\tau)$ - АКФ,

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t-\tau) dt. \quad (3.8)$$

Розглянемо випадок, коли на вхід ОУ подається вхідний сигнал $x(t)$ типу "білого" шуму. Як відомо, АКФ "білого" шуму являє собою дельта-функцію. Отже, для АКФ "білого" шуму формула матиме наступний вигляд (3.8):

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t-\tau) dt = \sigma^2 \delta(\tau). \quad (3.9)$$

Підставляючи значення (3.9) в (3.7), одержуємо

$$R_{xy}(t) = \sigma^2 \int_0^{\infty} k(\tau) \delta(t-\tau) d\tau = \sigma^2 k(t), \quad (3.10)$$

де $k(t)$ - імпульсна характеристика ОВ,

σ^2 - дисперсія шуму.

Отже, для визначення динамічних характеристик по методу ВКФ необхідно на вхід подати "білий" шум і по вихідній реакції ОВ визначити ВКФ, тотожно рівну (з точністю до постійних коефіцієнтів) в даному випадку імпульсній характеристиці ОВ. В результаті даної процедури ідентифікації і одержується імпульсна характеристика ОВ.

На практиці неможливо отримати сигнал у вигляді "білого" шуму. Для визначення динамічних характеристик в реальному масштабі часу

застосовуються сигнали, АКФ яких з деяким наближенням апроксимується дельта - функцією. Докладно властивості таких сигналів і засоби їхнього отримання за допомогою цифрових генераторів шуму досліджувались в лабораторній роботі № 2.

Визначення динамічних характеристик... в реальному масштабі часу здійснюється шляхом накладання вхідного сигналу $x(t)$ (одержаного від генератора шуму) на робочий сигнал $r(t)$ ОВ (рис. 3.3).

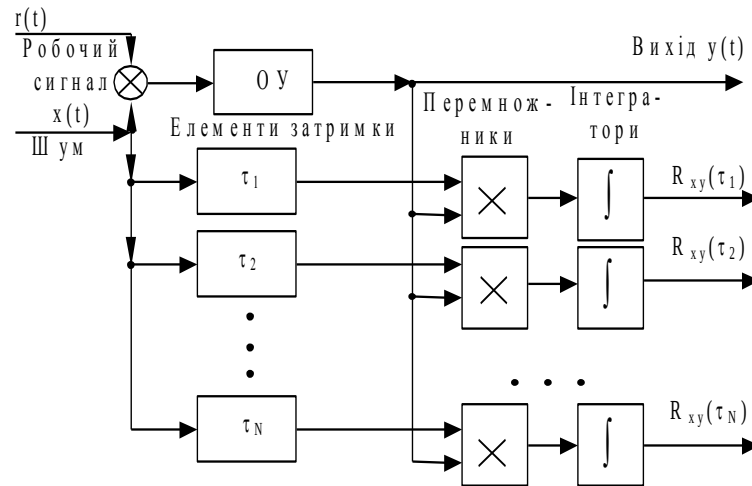


Рис. 3.3

В цьому випадку ВКФ між $x(t)$ і $y(t)$ дасть імпульсну характеристику $k(t)$ з деякою малою похибкою. Додатковою умовою є нерівність $x(t) \ll r(t)$, так як процес ідентифікації не повинен впливати на нормальну роботу САВ.

При виконанні ідентифікації за допомогою ЕОМ в наведених виразах всі інтеграли повинні бути замінені відповідними сумами.

3.2. Програма визначення динамічних характеристик ОВ по методу ВКФ

Алгоритм програми визначення динамічних характеристик ОВ по методу ВКФ зображений на рис. 3.4.

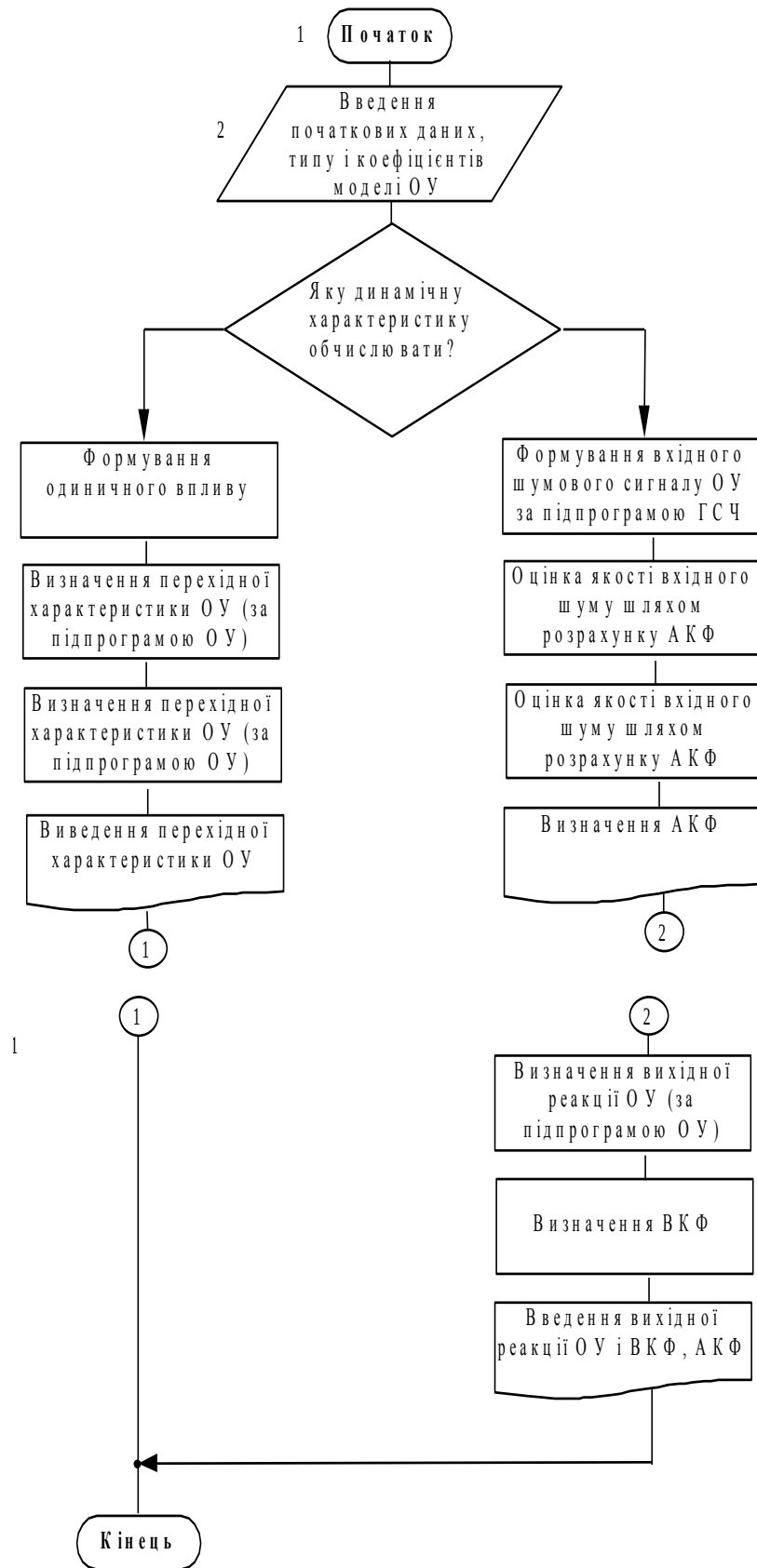


Рис. 3.4

У програмі використовуються два ОВ:

– аперіодичний ОВ першого порядку

$$K_o(z) = \alpha / [1 - (1 - \alpha)z^{-1}] ; \quad (3.10)$$

– ОВ другого порядку з двома інтеграторами

$$K_0(z) = \frac{[\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1}]}{[1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2}]} \quad (3.10)$$

Для кожного об'єкта необхідно одержати перехідну характеристику (вихідну реакцію ОВ на прикладений до його входу одиничний стрибок) і імпульсну характеристику (вихідну реакцію ОВ на прикладену до входу дельта-функцію в нульовий момент часу).

Одержимо різницеве рівняння для ОВ першого порядку:

$$K_0(z) = \alpha / [1 - (1 - \alpha)z^{-1}] = Y(z) / X(z), \quad (3.13)$$

де $X(z)$, $Y(z)$ - Z-перетворення відповідно входу і виходу ОВ.

Тоді на основі формули (3.13) можна записати:

$$(1 - (1 - \alpha)z^{-1}) Y(z) = \alpha X(z). \quad (3.14)$$

Далі виконуємо зворотнє z-перетворення і отримуємо різницеве рівняння:

$$y(n) = (1 - \alpha) \cdot y(n-1) + \alpha x(n), \quad (3.15)$$

де $0 \leq \alpha \leq 2$ - одновимірний область стійкості ОВ.

Для ОВ другого порядку:

$$K_0(z) = [\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1}] / [1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2}] = Y(z) / X(z); \quad (3.16)$$

$$(1 - (2 - \alpha - \beta)z^{-1} + (1 - \alpha)z^{-2}) Y(z) = (\alpha - (\alpha - \beta)z^{-1}) X(z); \quad (3.17)$$

$$Y(z) = (2 - \alpha - \beta)z^{-1} Y(z) + (\alpha - 1)z^{-2} Y(z) + \alpha X(z) + (\beta - \alpha)z^{-1} X(z). \quad (3.18)$$

Виконуючи зворотнє z-перетворення над (3.19), одержуємо різницеве рівняння для ОВ другого порядку:

$$y(n) = (2 - \alpha - \beta) \cdot y(n-1) + (\alpha - 1) \cdot y(n-2) + \alpha x(n) + (\beta - \alpha) \cdot x(n-1), \quad (3.19)$$

де $0 \leq \alpha \leq 2$, $0 \leq \beta \leq 4$ - двовимірний область стійкості ОВ.

Для одержання перехідної характеристики на вхід ОВ необхідно подати одиничний східчастий вплив

$$x(n) = 1, n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3.20)$$

де N - довжина досліджуємої вибірки відліків входу і виходу ОВ.

Імпульсну характеристику одержимо, якщо на вхід ОВ подано випадкові числа (псевдовипадкова бінарна послідовність) від цифрового генератора шуму і визначимо ВКФ входу і виходу.

Виходячи з (3.6) і з огляду на дискретність відліків, отримаємо

$$R_{xy}(n) = \lim_{N \rightarrow \infty} 1/(2N + 1) \sum y_N(i) x_N(i - n), \quad (3.21)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$; $n \Delta t = \tau$; $N \Delta t = T$.

Враховуючи, що $y(t) = 0$ для $t \leq 0$, і обмежуючись кінцевими вибірками процесів $x(i)$ і $y(i)$, маємо

$$R_{xy}(n) = 1/(N - n) \sum_{i=1}^{N-n} y(i + n)x(i), \quad (3.22)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Для оцінки якості цифрового генератора шуму обчислюється його АКФ.

Виходячи з (3.7) і виконав перетворення аналогічно формулам (3.21) і (3.22), одержуємо вираз для визначення АКФ:

$$R_{xx}(n) = 1/(N - n) \sum_{i=1}^{N-n} x(i)x(i + n), \quad (3.23)$$

де $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Більш докладні відомості про властивості цифрового генератора шуму і його АКФ наведені в лабораторній роботі № 2.

Початкові дані для програми:

- тип і коефіцієнти рівняння ОВ;
- кількість відліків вхідного сигналу.

Вихідні дані програми:

- перехідна характеристика;
- АКФ цифрового генератора шуму;
- ВКФ входу і виходу ОВ.

3.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичної відомості, необхідні для виконання роботи.
2. Виконати попередній аналіз початкових даних індивідуального варіанту (табл. 3.1).
3. Одержати перехідну характеристику ОВ 1-го порядку (коефіцієнт $\alpha = \alpha_1$, кількість відліків $N = 32$).
4. Повторити п.3 при коефіцієнті $\alpha = \alpha_2$.
5. Одержати перехідну характеристику ОВ 2-го порядку (кількість відліків $N = 32$).
6. Одержати імпульсну характеристику ОВ 1-го порядку (коефіцієнт $\alpha = \alpha_1$, кількість відліків $N = 32$).
7. Одержати імпульсну характеристику ОВ 2-го порядку (кількість відліків $N = 32$).

Таблиця 3.1

Варіант	Коефіцієнт α ОВ 1-го порядку (2 значення α_1 та α_2)	Коефіцієнти α_1 і β_1 ОВ 2-го порядку
1	0,4; 1,1	0,5; 2,0
2	0,5; 1,3	0,4; 2,2
3	0,6; 1,4	0,8; 2,5
4	0,7; 1,5	1,2; 2,7
5	0,8; 1,8	1,5; 3,2
6	0,9; 1,9	0,5; 2,0

7	0,4; 1,1	0,4; 2,2
8	0,5; 1,3	0,8; 2,5
9	0,6; 1,4	1,2; 2,7
10	0,7; 1,5	1,5; 3,2
11	0,8; 1,8	0,5; 2,0
12	0,9; 1,9	0,4; 2,2
13	0,4; 1,1	0,8; 2,5
14	0,5; 1,3	1,2; 2,7
15	0,6; 1,4	1,5; 3,2
16	0,7; 1,5	0,5; 2,0
17	0,8; 1,8	0,4; 2,2
18	0,9; 1,9	0,8; 2,5
19	0,4; 1,1	1,2; 2,7
20	0,5; 1,3	1,5; 3,2
21	0,6; 1,4	0,5; 2,0
22	0,7; 1,5	0,4; 2,2
23	0,8; 1,8	0,8; 2,5
24	0,9; 1,9	1,2; 2,7
25	0,4; 1,1	1,5; 3,2
26	0,5; 1,3	0,5; 2,0
27	0,6; 1,4	0,4; 2,2
28	0,7; 1,5	0,8; 2,5
29	0,8; 1,8	1,2; 2,7
30	0,9; 1,9	1,5; 3,2

3.4. Зміст звіту

1. Найменування і мета роботи.
2. Початкові дані індивідуального варіанту.
3. Графіки перехідних характеристик (3 графіки).
4. Графіки імпульсних характеристик ОВ (2 графіки).
5. Висновки по роботі.

3.5. Контрольні запитання

1. Дайте визначення перехідної й імпульсної характеристик ОВ.
2. Дайте пояснення фізичного змісту методу обчислення вихідної реакції ОВ шляхом згортки вхідного впливу і імпульсної характеристики ОВ.
3. Що таке взаємна кореляційна функція ОВ?
4. Чим відрізняється імпульсна характеристика ОВ від ВКФ у випадку подачі на вхід “білого” шуму?
5. Які властивості повинні мати сигнали, що використовуються для ідентифікації ОВ по методу взаємної кореляційної функції?
6. Намалюйте структурну схему для визначення динамічних характеристик ОВ в реальному масштабі часу. Поясніть її роботу.
7. Як одержати рівняння, що описує ОВ, по його передаточній функції?
8. Визначить вигляд перехідної характеристики аперіодичного ОВ першого порядку при таких значеннях коефіцієнта α в передатній функції: 0,5; 1; 1,5; 2,0; 2,5.