

ТЕМА 4. Транспортна задача

4.2. Відкрита транспортна задача

Відомо, що транспортна задача, для якої сума запасів постачальників не дорівнює сумі потреб споживачів, тобто $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$, називається відкритою. Якщо під час розв'язання транспортної задачі з'ясувалося, що транспортна задача відкрита, то її необхідно звести до закритого типу, оскільки ми можемо знайти оптимальний план тільки транспортної задачі закритого типу.

1) У разі перевищення попиту над запасами ($\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$) вводимо фіктивного

постачальника $A_\phi = A_{m+1}$ з запасом $a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$,

2) Якщо ж запаси постачальників перевищують потреби споживачів ($\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$), то вводимо фіктивного споживача $B_\phi = B_{n+1}$ з потребою $b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$.

3) Вартість перевезення одиниці продукції від фіктивного постачальника чи до фіктивного споживача вважається рівною нулю, оскільки насправді цей вантаж перевозитись не буде і це не вплине на значення цільової функції.

Слід звернути увагу на те, що при побудові початкового опорного плану транспортної задачі методом найменшої вартості клітинки з нульовими вартостями перевезення одиниці вантажу потрібно заповнювати в останню чергу.

Приклад

В Житомирській області 3 цукрових заводи (В) отримують від 5 сільськогосподарських підприємств (А) сировину (цукровий буряк). Скласти такий план перевезень від постачальників до споживачів, щоб вартість перевезень була мінімальною, вантаж від постачальників був вивезеним, а потреби заводів у сировині були задоволені. Запаси постачальників, потреби споживачів та вартість перевезення одиниці вантажу від постачальників до споживачів наведена в табл. 1.

Таблиця 1

Вихідні дані

Постачальники, (A _i)	Споживачі (B _j)					Запаси вантажу, (a _i)
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
A ₁	20	15	35	-	-	100
A ₂	25	20	35	-	-	220
A ₃	30	25	25	-	-	110
A ₄	20	30	30	-	-	170
A ₅	15	20	25	-	-	150
Потреба у вантажі, (b _j)	220	240	260	-	-	

Сума запасів у постачальників A₁, A₂, A₃, A₄, A₅ дорівнює відповідно 100+220+110+170+150=750 т цукрового буряку.

Сума потреб у споживачів B₁, B₂, B₃ дорівнює відповідно 220+240+260=720 т цукрового буряку.

Постачаль- ники	Споживачі	B ₁	B ₂	B ₃	B фікт
	Потреби Запаси				
A ₁					
A ₂					
A ₃					
A ₄					
A ₅					

Постачаль- ники	Споживачі	B₁	B₂	B₃	B фікт
	Потреби Запаси	220	240	260	30
A₁	100	20	15	35	0
A₂	220	25	20	35	0
A₃	110	30	25	25	0
A₄	170	20	30	30	0
A₅	150	15	20	25	0

4.3. Методи побудови початкового опорного плану

1. Діагональний метод (північно-західного кута).

Розглянемо алгоритм побудови початкового опорного плану транспортної задачі методом північно-західного кута:

1. Перевірка транспортної задачі на закритість. Якщо вона відкрита, то приводимо її до задачі закритого типу.

2. Побудову початкового опорного плану за методом північного-західного кута починають із заповнення лівої верхньої клітинки таблиці $A_1B_1 (x_{11})$, в яку записують менше з двох чисел a_1 та b_1 . Далі переходять до наступної клітинки в рядку або стовпчику і заповнюють її і т. д., закінчуючи останньою правою клітинкою таблиці $A_mB_n (x_{mn})$.

Таким чином, першою заповнюємо верхню ліву клітинку.

Заповнення клітинки A_iB_j таблиці здійснюємо за такими правилами:

а) Якщо $a_i < b_j$, тобто запаси менші від потреб, то в цю клітинку записуємо весь об'єм запасу вантажу a_i , перераховуємо потреби споживача B_j , постачальника A_i вилучаємо з розгляду (наприклад, поставивши у всіх клітинках рядочка, крім заповненої, прочерки) і переходимо до заповнення наступної клітинки $A_{i+1}B_j$;

б) якщо $a_i > b_j$, тобто запаси більші від потреб, то в цю клітинку записуємо весь об'єм потреб вантажу b_j , перераховуємо запаси постачальника A_i , вилучаємо з розгляду споживача B_j (ставимо у всіх клітинках стовпчика, крім заповненої, прочерки) і переходимо до заповнення наступної клітинки A_iB_{j+1} ;

в) якщо $a_i = b_j$, тобто запаси рівні потребам, то в цю клітинку записуємо весь об'єм потреб чи запасів, вилучаємо з розгляду постачальника A_i і споживача B_j (ставимо в усіх клітинках стовпчика і рядка, крім заповненої, прочерки) і переходимо до заповнення наступної клітинки $A_{i+1}B_{j+1}$.

3. Серед незаповнених клітинок (без обсягу вантажу і прочерків) знову вибираємо верхню ліву клітинку таблиці і заповнюємо її за правилами, поданими в п. 2. Так продовжуємо до тих пір, доки не заповнимо всі клітинки таблиці.

4. З одержаної таблиці виписуємо початковий опорний план транспортної задачі та обчислюємо значення цільової функції при цьому плані.

Постачаль- ники	Споживачі	B₁	B₂	B₃	B фікт
	Потреби Запаси				
		220	240	260	30
A₁	100	20 100	15 -	35 -	0 -
A₂	220	25 120	20 100	35 -	0 -
A₃	110	30 -	25 110	25 -	0 -
A₄	170	20 -	30 30	30 140	0 -
A₅	150	15 -	20 -	25 120	0 30

$\text{ЦФ} = 20 \cdot 100 + 25 \cdot 120 + 20 \cdot 100 + 25 \cdot 110 + 30 \cdot 30 + 30 \cdot 140 + 25 \cdot 120 = 17\,850 \text{ т. грн.}$

2. Метод найменшої вартості

Правила знаходження початкового опорного плану транспортної задачі методом найменшої вартості відрізняються від правил знаходження такого плану діагональним методом тільки послідовністю вибору клітинки, яку потрібно заповнювати. Згідно з методом найменшої вартості першою вибирається клітинка з найменшою вартістю перевезення одиниці вантажу від постачальника до споживача. Якщо таких клітинок декілька, то вибираємо ту, якої кількість вантажу, що можна перевезти, найбільша.

Постачаль- ники	Споживачі	B₁	B₂	B₃	B фікт
	Потреби Запаси				
		220	240	260	30
A ₁	100	20	15	35	0
A ₂	220	25	20	35	0
A ₃	110	30	25	25	0
A ₄	170	20	30	30	0
A ₅	150	15	20	25	0

$$\text{ЦФ} = 15 \cdot 100 + 20 \cdot 140 + 35 \cdot 50 + 25 \cdot 110 + 20 \cdot 70 + 30 \cdot 100 + 15 \cdot 150 = 15\,450 \text{ т. грн}$$