

Практичне заняття № 3. Тема «Обернена матриця. Правило Крамера»

Завдання для роботи в аудиторії.

Знайти обернені матриці до заданих.

$$1.59. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}. \quad 1.64. \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad 1.65. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad 1.74*. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язати матричні рівняння.

$$1.90. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}. \quad 1.94. X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}.$$

Розв'язати системи лінійних рівнянь за правилом Крамера (методом оберненої матриці та за формулами Крамера).

$$1.97. \begin{cases} 3y - 4x = 1, \\ 3x + 4y = 18. \end{cases} \quad 1.100. \begin{cases} x + 2y + z = 4, \\ 3x - 5y + 3z = 1, \\ 2x + 7y - z = 8. \end{cases} \quad 1.102. \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases} \quad 1.105. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

Домашнє завдання.

Знайти обернені матриці до заданих.

$$1.60. \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}. \quad 1.66. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}. \quad 1.67. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad 1.75*. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

Розв'язати матричні рівняння.

$$1.91. X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}. \quad 1.92. \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}. \quad 1.93. \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Розв'язати системи лінійних рівнянь за правилом Крамера (методом оберненої матриці та за формулами Крамера).

$$1.98. \begin{cases} 2x - 3y = 6, \\ 4x - 6y = 5. \end{cases} \quad 1.106. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases} \quad 1.107. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

$$1.109*. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

Відповіді:

$$1.59. \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}. \quad 1.60. \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}. \quad 1.64. \frac{1}{13} \begin{pmatrix} -2 & -3 & 7 \\ 7 & 4 & -5 \\ -1 & 5 & -3 \end{pmatrix}. \quad 1.65. \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -3 & -3 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}. \quad 1.66. -\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 & -1 & -3 \\ 10 & -7 & 6 \\ -11 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$1.67. \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}. \quad 1.74. \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad 1.75. \begin{pmatrix} 22 & -6 & -26 & 17 \\ -17 & 5 & 20 & -13 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 & 3 \end{pmatrix}. \quad 1.90. \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad 1.91. \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}. \quad 1.92. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.93. \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}. \quad 1.94. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}. \quad 1.97. (2; 3)^T. \quad 1.98. \text{ Система несумісна.} \quad 1.100. (1; 1; 1)^T. \quad 1.102. (1; 3; 5)^T. \quad 1.105. (3; 1; 1)^T.$$

$$1.106. (1; 2; -2)^T. \quad 1.107. (2; -2; 3)^T. \quad 1.109. (-1; -1; 0; 1)^T.$$