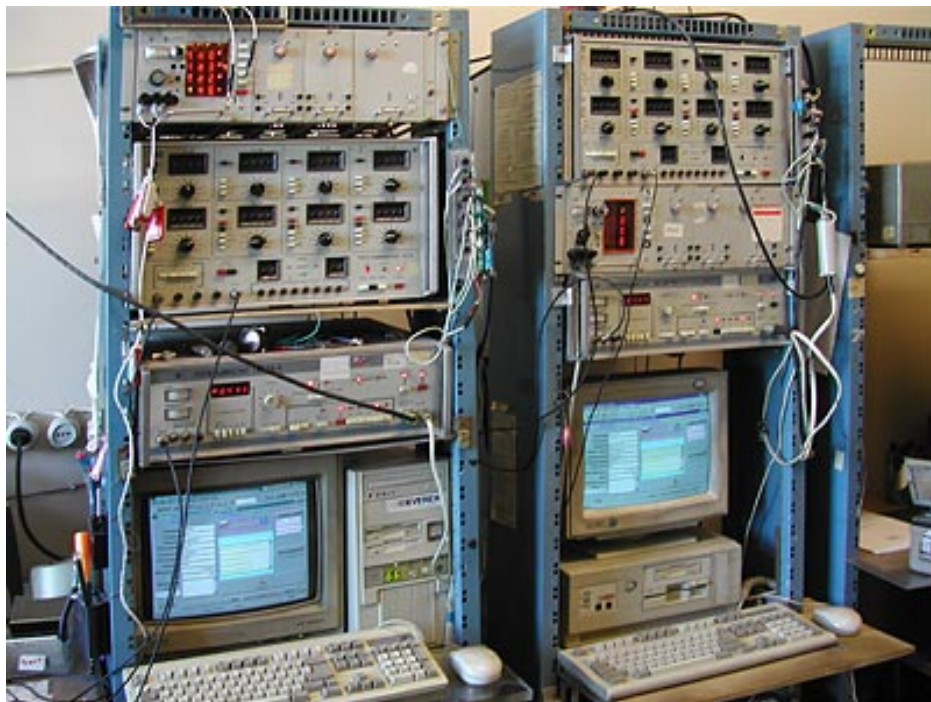


О. М. Васілевський
В. О. Поджаренко

НОРМУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко

НОРМУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2010

УДК 621.3
ББК 30.10
В19

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 3 від 29.10.2009 р.)

Рецензенти:

В. С. Осадчук, доктор технічних наук, професор

Р. Н. Кветний, доктор технічних наук, професор

П. Г. Столярчук, доктор технічних наук, професор

Васілевський, О. М.

В19 Нормування показників надійності технічних засобів : навчальний посібник / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 129 с.

В навчальному посібнику розглянуто фундаментальні основи теорії надійності, методи розрахунку показників експлуатаційної надійності, метрологічної надійності та надійності програмного забезпечення, а також методи підвищення надійності технічних засобів. Навчальний посібник розроблений згідно з планом кафедри та програмою дисципліни "Нормування показників надійності технічних засобів" для студентів та спеціалістів напрямів підготовки «Метрологія, вимірювальна техніка та інформаційно-вимірювальні технології» і аспірантів спеціальності 05.11.13, 05.13.05 та 05.11.08.

УДК 621.3

ББК 30.10

© О. Васілевський, В. Поджаренко, 2010

З М І С Т

ВСТУП.....	6
Розділ 1 ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ.....	7
1.1 Загальні положення теорії надійності.....	7
1.2 Показники надійності невідновлюваних ТЗ.....	9
1.3 Показники надійності відновлюваних ТЗ.....	13
1.4 Комплексні показники надійності.....	16
1.4.1 Ведуча функція потоку відмов.....	17
1.4.2 Інтенсивність потоку відмов.....	17
1.4.3 Функція розподілу потоку відмов.....	17
1.5 Показники довговічності та збережності.....	20
1.6 Структурна надійність технічних засобів.....	20
1.7 Оцінка показників надійності за статистичною інформацією про відмови при експлуатації та випробуваннях.....	22
1.8 Випробування на надійність.....	28
1.9 Нормування показників метрологічної надійності.....	34
1.9.1. Метрологічна вірогідність безвідмовної роботи.....	38
1.9.2. Середній час до першої метрологічної відмови.....	40
1.10 Надійність програмного забезпечення.....	41
1.10.1 Порівняльні характеристики програмних і апаратних відмов.....	42
1.10.2 Перевірка і випробування програм.....	43
1.10.3 Основні проблеми дослідження надійності програмного забезпечення.....	44
1.10.4 Критерії оцінки надійності програмних засобів.....	45
1.10.5 Математичні моделі надійності комплексів програм.....	48
Питання для самоконтролю.....	52
Розділ 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ.....	53
2.1 Залежність інтенсивності відмов від часу.....	53
2.2 Розподіл Вейбулла.....	54
2.3 Експоненційний розподіл.....	55
2.4 Розподіл Релея.....	57
2.5 Гамма-розподіл.....	58
2.6 Нормальний розподіл.....	59
2.7 Трикутний розподіл.....	61
2.8 Закони розподілу дискретних випадкових величин.....	62
2.8.1 Біноміальний розподіл.....	62
2.8.2 Розподіл Пуассона.....	63
2.8.3 Геометричний розподіл.....	63
Питання для самоконтролю.....	63

Розділ 3 ЗАХОДИ ЩОДО ФОРМУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ НА РІЗНИХ ЕТАПАХ ПРОЕКТУВАННЯ.....	64
3.1 Вибір і обґрунтування показників надійності.....	64
3.2 Призначення норм надійності.....	67
3.2.1 Врахування технічних характеристик об'єкта, що проектується.....	67
3.2.2 Врахування технічного прогресу.....	69
3.2.3 Врахування змін роботи.....	70
3.2.4 Уточнення норм надійності і вибір заходів щодо її підвищення.....	73
3.3 Розподіл норм надійності по елементах.....	74
3.4 Методи, що підтверджують виконання норм надійності.....	81
3.5 Складання логічних схем для розрахунку надійності.....	82
3.6 Вибір і уточнення значень показників надійності.....	86
Питання для самоконтролю.....	88
Розділ 4 ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ ПРОЕКТОВНИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ РІЗНИХ ТИПІВ.....	89
4.1 Способи і основні етапи визначення надійності проектovних технічних засобів.....	89
4.2 Метод інтегральних рівнянь.....	89
4.3 Метод диференціальних рівнянь.....	91
4.4 Метод оцінки надійності за графом можливих станів ТЗ.....	94
4.5 Розрахунок втрат продуктивності ТЗ через ненадійність елементів.....	96
Питання для самоконтролю.....	98
Розділ 5 МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ.....	99
5.1 Заходи, що використовуються для підвищення надійності технічних засобів.....	99
5.2 Основні показники, означення і класифікація методів резервованих ТЗ.....	103
5.3 Розрахунок надійності ТЗ при структурному резервуванні.....	108
5.3.1 Загальні положення.....	108
5.3.2 Загальне резервування з постійно включеним резервом і цілою кратністю.....	109
5.3.3 Окреме резервування з постійно включеним резервом і цілою кратністю.....	111
5.3.4 Загальне і роздільне резервування заміщенням з цілою кратністю.....	112
5.3.5 Резервування з дробовою кратністю.....	115
5.4 Розрахунок надійності ТЗ з інформаційною надлишковістю.....	118
5.5 Розрахунок надійності ТЗ із тимчасовим резервуванням.....	120

Питання для самоконтролю.....	122
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	123
ГЛОСАРІЙ.....	124
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК.....	125
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ.....	128

ВСТУП

Характерною особливістю сучасного розвитку техніки є широке впровадження елементів та пристроїв автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки у виробничі та технологічні процеси для їх автоматизації. В умовах сучасної економіки автоматизація є одним з основних напрямів розвитку науково-технічного прогресу. І, звичайно, покращення ефективності та якості роботи проектівних технічних засобів неможливе без оцінювання надійності їх функціонування. Таким чином, вище викладене є першою причиною необхідності нормування показників надійності технічних засобів при проектуванні технічних засобів (ТЗ) різного призначення.

Другою причиною, яка потребує оцінювання надійності, є підвищення складності ТЗ, апаратури їх обслуговування, умов їх експлуатації і відповідальності задач, які на них покладають.

Недостатня надійність ТЗ призводить до збільшення долі експлуатаційних витрат порівняно з загальними витратами на проектування, виробництво і використання цих засобів. При цьому вартість експлуатації ТЗ може в багато разів перевищити вартість їх розробки і виготовлення. Крім того, відмови ТЗ призводять до різного роду наслідків: втрати важливої інформації, простої спряжених з ТЗ інших приладів і систем, до аварій тощо. Таким чином, третьою причиною підвищення ролі надійності в сучасних умовах є економічний фактор.

Якість процесів – це сукупність властивостей, що визначають їх придатність для експлуатації. Надійність є найважливішим техніко-економічним показником якості будь-якого ТЗ, що визначає здатність безвідмовно працювати з незмінними технічними характеристиками протягом заданого проміжку часу при певних умовах експлуатації. Проблема забезпечення надійності пов'язана зі всіма етапами створення виробів і усім періодом їх практичного використання. Надійність засобу закладається в процесі його конструювання і розрахунку та забезпечується в процесі його виготовлення шляхом правильного вибору технології виготовлення, контролю якості початкових матеріалів, контролю режимів і умов виготовлення. Надійність зберігається шляхом правильного зберігання і підтримується правильною експлуатацією ТЗ, профілактичним контролем і ремонтом.

Насамкінець, надійність ТЗ визначається надійністю комплектувальних елементів. Тому знання основних питань нормування показників надійності є нині необхідною умовою для успішної роботи в галузі автоматизації технологічних процесів і особливо це відноситься до майбутніх спеціалістів, які будуть займатися розробкою засобів вимірювальної техніки та комп'ютеризованих систем управління і автоматики.

Розділ 1 ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

1.1 Загальні положення теорії надійності

Для нормативного забезпечення методів, заходів та засобів вимірювання, спрямованих на досягнення необхідного рівня надійності, використовується система стандартів «Надійність у техніці». Ця система відповідно до міжнародного стандарту ІСО 8402-86, ГОСТ 27.001–81 «Система стандартів. Надійність в техніці. Основні положення» та ГОСТ 27.002–83 «Надійність в техніці. Термины и определения» забезпечує ефективність організаційно-технічних, конструкторсько-технологічних і експлуатаційних заходів, спрямованих на досягнення необхідного рівня надійності технічних засобів (ТЗ).

Аналізуванню і дослідженням цих питань займається наука, що називається теорією надійності (theory of reliability). Основною її задачею є вивчення закономірностей виникнення відмов ТЗ. Ця наука базується на теорії ймовірності і математичної статистики, тому всі розрахунки надійності носять ймовірнісний та статистичний характер.

При проектуванні технічних засіб (hardware) має відповідати всім технічним вимогам. Ці вимоги можна розділити на:

- головні, що забезпечують виконання заданих функцій;
- допоміжні, що пов'язані зі зручністю використання, загальним виглядом та ін.

З точки зору теорії надійності будь-який ТЗ можна охарактеризувати його властивостями, технічним станом та можливістю відновлення після втрати роботоздатності. При цьому найважливішою комплексною властивістю ТЗ є його надійність (reliability).

Надійністю називається властивість ТЗ виконувати задані функції, зберігаючи в часі значення встановлених експлуатаційних показників в заданих межах, що відповідають заданим режимам та умовам використання, технічного обслуговування, збереження і транспортування.

Надійність включає в себе такі властивості: безвідмовність (faultlessness), довговічність (longevity), збережність (safety) та ремонтпридатність.

Розглянемо основні терміни і означення, що використовуються в теорії надійності згідно з міжнародним стандартом ІСО 8402-86 та ГОСТ 27.002–83 «Надійність в техніці. Термины и определения».

Роботоздатність (capacity) ТЗ – стан технічного засобу, при якому він здатний виконувати задані функції з параметрами, встановленими вимогами нормативно-технічної та конструкторсько-технологічної документації.

Відмова (refuse) – подія, що вказує на порушення роботоздатності ТЗ.

Критерій відмови (criterion of refuse) – ознака, за якою оцінюється надійність різних ТЗ.

Безвідмовність (faultlessness) – властивість ТЗ безупинно зберігати роботоздатний стан протягом деякого часу.

Напрацювання (work) – тривалість роботи ТЗ в годинах, циклах, календарних днях та ін.

Напрацювання до відмови (work is to the refuse) – напрацювання ТЗ від початку його експлуатації до виникнення першої відмови.

Граничний стан (maximum state) – стан ТЗ, при якому його подальше застосування за призначенням стає неприпустимим чи недоцільним.

Довговічність – властивість ТЗ зберігати роботоздатний стан до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування і ремонтів.

Ремонтопридатність – властивість ТЗ, яка полягає в можливості попередження і виявлення причин виникнення відмов, підтримання і відновлення роботоздатного стану шляхом проведення технічного обслуговування і ремонтів.

Збережність – властивість ТЗ зберігати значення показників безвідмовності, довговічності і ремонтопридатності протягом експлуатації, зберігання та транспортування.

Ресурс (resource) – напрацювання ТЗ від початку його експлуатації чи відновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Термін експлуатації (term of exploitation) ТЗ – календарна тривалість від початку експлуатації ТЗ чи відновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Середній час відновлення (mean time of renewal) – це математичне сподівання часу відновлення роботоздатного стану.

Конструктивно всі ТЗ можна розділити на невідновлювані та відновлювані. **Невідновлюваними (unrefurbishable)** називають такі ТЗ, що у процесі виконання своїх функцій не можуть ремонтуватися, а **відновлювані** – ремонтуються. З огляду на цю властивість окремо розраховують і нормують показники надійності для відновлюваних та невідновлюваних ТЗ.

Показник надійності (reliability index) – це кількісна характеристика однієї або декількох властивостей, що визначають надійність ТЗ.

Метрологічна справність (metrology good condition) технічного засобу – це стан ТЗ, що визначає відповідність його нормованих метрологічних характеристик встановленим вимогам.

Метрологічна надійність (metrology reliability) ТЗ – це надійність ТЗ в частині збереження його метрологічної справності.

Метрологічна відмова (metrology refuse) ТЗ – це відмова ТЗ, що полягає у втраті його метрологічної справності.

Нестабільність (instability) метрологічної характеристики ТЗ – це зміна метрологічної характеристики ТЗ за встановлений інтервал часу.

Довірчі межі (confiding limits) нестабільності метрологічної характеристики ТЗ – це верхня і нижня межі інтервалу, що охоплює нестабільність метрологічної характеристики ТЗ з деякою довірчою вірогідністю.

Вірогідність (authenticity) метрологічної справності ТЗ – це вірогідність того, що в заданий момент часу ТЗ виявиться метрологічно справним.

Середній час (середнє напрацювання) до метрологічної відмови ТЗ – це математичне сподівання календарного часу експлуатації (напрацювання) ТЗ до першої метрологічної відмови.

Напрацювання на метрологічну відмову ТЗ – це відношення сумарного напрацювання ТЗ в стані метрологічної справності на заданий період експлуатації до математичного сподівання числа його метрологічних відмов за цей період.

Інтенсивність (intensity) метрологічних відмов ТЗ – це умовна щільність вірогідності метрологічної відмови ТЗ, яка визначається для даного моменту часу за умови, що до цього моменту відмови не відбулося.

1.2 Показники надійності невідновлюваних ТЗ

Основними нормованими показниками надійності невідновлюваних ТЗ можуть бути такі показники:

- ймовірність безвідмовної роботи (probability of faultless work) $P(t)$;
- ймовірність відмови (probability of refuse) $Q(t)$;
- частота відмов (frequency of refuses) $a(t)$;
- інтенсивність відмов (intensity of refuses) $\lambda(t)$;
- середнє напрацювання (middle work) до першої відмови $T_{\text{ср}}$.

Оскільки час настання відмови T є величина випадкова, то $Q(t)$ – це ймовірність того, що випадкова величина T набуде значення, менше або рівне t (інтегральна функція (integral function) розподілу відмов), де t – час, за який визначається показник надійності (reliability index), тобто **ймовірністю відмови** називається ймовірність того, що за певних умов експлуатації в заданому інтервалі часу виникне хоча б одна відмова

$$Q(t) = P(T \leq t). \quad (1.1)$$

Ймовірністю безвідмовної роботи $P(t)$ називається ймовірність того, що за певних умов експлуатації в заданому інтервалі часу або у межах заданого напрацювання t не відбудеться жодної відмови

$$P(t) = P(T > t). \quad (1.2)$$

Оскільки безвідмовна робота (faultless work) і відмова є подіями неспільними і протилежними, то між ними справедливе таке співвідношення

$$P(t) + Q(t) = 1. \quad (1.3)$$

Оскільки $Q(t)$ є законом розподілу випадкової величини (відмов), то залежність між можливими значеннями безперервної випадкової величини T та ймовірностями влучення в їх межі називається **щільністю ймовірності (closeness of probability)**.

Вважаючи, що в момент ввімкнення ТЗ роботоздатний, тобто $P(0) = 1$, функція $P(t)$ монотонно спадає від 1 до 0 так, як це показано на рис. 1.1. При цьому абсолютно зрозумілим є те, що $P(\infty) = 0$, тобто будь-який ТЗ при $t \rightarrow \infty$ з часом відмовить.

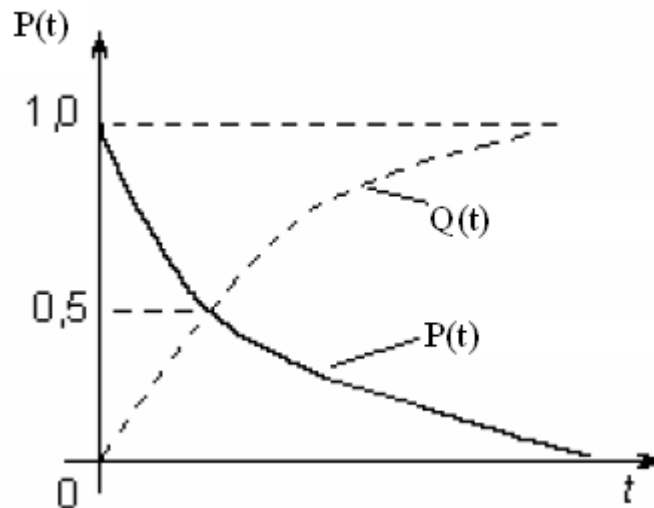


Рисунок 1.1 – Характеристики зміни ймовірності безвідмовної роботи та ймовірності відмови

Частота відмов $a(t)$ є щільністю ймовірності часу роботи ТЗ до першої відмови

$$a(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \quad (1.4)$$

Інтенсивністю відмов називається відношення числа відмовлених ТЗ за одиницю часу до середнього числа ТЗ, що справно працюють в даному проміжку часу. Ймовірнісна оцінка цієї характеристики знаходиться за виразом

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)}. \quad (1.5)$$

Середнім напрацюванням до першої відмови T_{cp} називається математичне сподівання (момент першого порядку) $M[t]$ часу роботи ТЗ до відмови. Математичне сподівання, тобто T_{cp} , обчислюється за частотою відмов (щільність розподілу часу безвідмовної роботи) так

$$M[t] = T_{cp} = \int_{-\infty}^{+\infty} ta(t)dt, \quad (1.6)$$

оскільки $t > 0$ і $P(0) = 1$, а $P(\infty) = 0$, то $T_{cp} = \int_0^{+\infty} P(t)dt$.

Величина T_{cp} – параметр функції $P(t)$, який в багатьох випадках дозволяє відновити всю функцію.

Інколи середній час безвідмовної роботи T_{cp} є прийнятною характеристикою для порівняння ТЗ за показниками безвідмовності.

Знаючи один з показників надійності і закон розподілу відмов, можна обчислити інші характеристики надійності, враховуючи такі формули:

$$Q(t) = \int_0^t a(t)dt, \quad (1.7)$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t a(t)dt, \quad (1.8)$$

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}, \quad (1.9)$$

де $\lambda(t)$ – інтенсивність відмов, що розраховується за формулою (1.5).

Момент другого порядку розраховується за формулою

$$M_2[t] = \int_0^{+\infty} t^2 a(t)dt = -\int_0^{+\infty} t^2 dP(t). \quad (1.10)$$

З врахуванням того, що $P(t)=1$ при $t=0$, а $\lim_{t \rightarrow \infty} t^2 P(t) = 0$, остаточно отримаємо

$$M_2[t] = \int_0^{+\infty} P(t)dt^2 = 2 \int_0^{+\infty} tP(t)dt. \quad (1.11)$$

З виразу (1.11) із врахуванням (1.6) можна знайти дисперсію часу σ_T^2 безвідмовної роботи ТЗ за формулою

$$\sigma_T^2 = M_2[t] - T_{cp}^2 = 2 \int_0^{+\infty} tP(t)dt - \left[\int_0^{+\infty} P(t)dt \right]^2. \quad (1.12)$$

Приклад 1.1. Інтенсивність відмов ТЗ залежить від часу і виражається функцією $\lambda(t) = \frac{k^2 t}{(1 + kt)}$. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи, частоту відмов і середнє напрацювання до першої відмови.

Розв'язування:

Ймовірність безвідмовної роботи розрахуємо за формулою (1.9). Вона після відповідних математичних перетворень набуде вигляду: $P(t) = e^{-kt}(1 + kt)$.

Частота відмов визначається шляхом підстановки $P(t)$ у формулу (1.5), яка після перетворень набуде вигляду: $a(t) = k^2 te^{-kt}$.

Відповідно до формули (1.6) середнє напрацювання до першої відмови буде дорівнювати: $T_{cp} = 2/k$.

Статистичні оцінки (statistical estimations) показників надійності невідновлюваних ТЗ розраховуються за такими формулами.

Статистична оцінка ймовірності відмови визначається за формулою

$$\bar{Q}(t) = n(t)/N_0, \quad (1.13)$$

де $n(t)$ – кількість ТЗ, що відмовили за час t ;

N_0 – загальна кількість ТЗ, що підлягають випробуванням.

Статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи буде дорівнювати

$$\bar{P}(t) = [N_0 - n(t)]/N_0. \quad (1.14)$$

Статистична оцінка частоти відмов

$$\bar{a}(t) = n(\Delta t)/(\Delta t N_0), \quad (1.15)$$

де $n(\Delta t)$ – кількість ТЗ, що відмовили в інтервалі часу від $t - \Delta t/2$ до $t + \Delta t/2$;

$\Delta t = (t_{i-1} - t_i)$ – інтервал часу;

t_{i-1} – час початку i -го інтервалу;

t_i – час кінця i -го інтервалу.

Статистична оцінка інтенсивності відмов

$$\bar{\lambda}(t) = n(\Delta t)/(\Delta t N_{cp}), \quad (1.16)$$

де $N_{cp} = (N_i + N_{i+1})/2$ – середня кількість відремонтованих ТЗ, що працюють в інтервалі часу Δt ;

N_i – кількість відремонтованих ТЗ, що працюють на початку інтервалу Δt ;

N_{i+1} – кількість ТЗ, що працюють в кінці інтервалу Δt .

Знаючи моменти виходу з ладу всіх ТЗ, за якими ведеться спостереження, можна дати статистичну оцінку середнього напрацювання до першої відмови

$$\bar{T}_{cp} = (\sum_{i=1}^{N_i} t_i) / N_0, \quad (1.17)$$

де t_i – час безвідмовної роботи i -го зразка ТЗ.

Маючи дані про кількість ТЗ, що вийшли з ладу в кожному i -тому інтервалі часу, статистичну оцінку середнього напрацювання до першої відмови можна визначити з рівняння

$$\bar{T}_{\text{cp}} \approx \frac{\left(\sum_{i=1}^m n_i t_{\text{cpi}}\right)}{N_0}, \quad (1.18)$$

де $t_{\text{cpi}} = (t_{i-1} + t_i)/2$, $m = t_k/\Delta t$;

t_{i-1} – час початку i -го інтервалу, t_i – час кінця i -го інтервалу;

t_k – час, протягом якого вийшли із ладу всі ТЗ;

$\Delta t = (t_{i-1} - t_i)$ – інтервал часу.

Приклад 1.2. На випробування направлено 1000 ТЗ. За 3000 год. відмовило 80 ТЗ, а за інтервал часу 3000 ÷ 4000 год. відмовило ще 50 ТЗ. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи та ймовірність відмови протягом 3000 год.; частоту та інтенсивність відмови у проміжку часу 3000 ÷ 4000 год.

Розв'язування:

За формулами (1.13) і (1.14) визначаємо:

$$\bar{P}(3000) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{1000 - 80}{1000} = 0.92;$$

$$\bar{Q}(3000) = \frac{n(t)}{N_0} = \frac{80}{1000} = 0.08, \text{ або } \bar{Q}(3000) = 1 - P(3000) = 1 - 0.92 = 0.08.$$

За формулами (1.15) і (1.16) знаходимо оцінку частоти та інтенсивності відмов:

$$\bar{a}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{\Delta t N_0} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{год}},$$

$$\bar{\lambda}(3500) = \frac{n(\Delta t)}{\Delta t N_{\text{cp}}} = \frac{50}{1000(920 + 870)/2} \approx 5.6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{год}}.$$

1.3 Показники надійності відновлюваних ТЗ

Найчастіше нормованими показниками надійності відновлюваних ТЗ є **параметр потоку відмов (parameter of stream of refuses) $\omega(t)$** та **середнє напрацювання до відмови t_{cp}** .

Статистичною оцінкою параметра потоку відмов називається відношення кількості відмовлених ТЗ за одиницю часу до загальної кількості ТЗ, що підлягають дослідженню, за умови, що всі ТЗ, які вийшли з ладу, замінюються справними

$$\bar{\omega}(t) = n(\Delta t)/(N\Delta t), \quad (1.19)$$

де $n(\Delta t)$ – кількість відмовлених ТЗ в інтервалі часу від $t - \Delta t/2$ до $t + \Delta t/2$;

N – загальна кількість ТЗ, що підлягають випробуванням;

Δt – інтервал часу.

Середнім напрацюванням до відмови відновлюваного ТЗ називається середнє значення часу між сусідніми відмовами.

Для **одного** ТЗ статистична оцінка середнього напрацювання до відмови буде дорівнювати

$$\bar{t}_{cp} = \sum_{i=1}^n t_i / n, \quad (1.20)$$

де t_i – час справної роботи ТЗ між $(i - 1)$ -ою та i -ою відмовами;

n – число відмов за час t .

Для N ТЗ, за якими ведеться спостереження в момент часу t , статистична оцінка середнього напрацювання до відмови визначається за формулою

$$\bar{t}_{cp} = \left(\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} t_{ij} \right) / \sum_{j=1}^N n_j, \quad (1.21)$$

де t_{ij} – час справної роботи j -го ТЗ між $(i-1)$ -ою та i -ою відмовами;

n_j – число відмов j -го ТЗ за час t .

Коефіцієнтом готовності (coefficient of readiness) називається відношення часу справної роботи до суми часу справної роботи і вимушених простоїв ТЗ, взятих за один і той самий календарний термін.

Відповідно до означення статистична оцінка коефіцієнта готовності буде дорівнювати

$$\bar{K}_r = t_p / (t_p + t_n), \quad (1.22)$$

де $t_p = \sum_{i=1}^n t_{pi}$ – сумарний час справної роботи ТЗ;

$t_n = \sum_{i=1}^n t_{ni}$ – сумарний час вимушеного простою ТЗ;

t_{pi} – час роботи ТЗ між $(i - 1)$ -ою та i -ою відмовами;

t_{ni} – час вимушеного простою після i -ої відмови;

n – число відмов (ремонтів) ТЗ.

Ймовірнісне визначення коефіцієнта готовності можна отримати переходячи від t_p і t_n до їхніх математичних сподівань

$$K_r = t_{cp} / (t_{cp} + t_B), \quad (1.23)$$

де t_B – середній час відновлення.

При $t_{cp} = T_{cp}$ (потік відмов найпростіший)

$$K_r = T_{cp} / (T_{cp} + t_B). \quad (1.24)$$

Коефіцієнтом вимушеного простою (forced downtime ratio) називається відношення вимушеного простою до суми часу справної роботи і вимушених простоїв ТЗ, взятих за той самий календарний термін.

Статистична оцінка коефіцієнта вимушеного простою буде дорівнювати

$$\bar{K}_n = t_n / (t_p + t_n), \quad (1.25)$$

а ймовірнісне значення визначається за формулою

$$K_n = t_B / (t_{cp} + t_B). \quad (1.26)$$

Між коефіцієнтом готовності і коефіцієнтом вимушеного простою існує така залежність

$$K_r = 1 - K_n. \quad (1.27)$$

Коефіцієнт готовності не є функцією часу роботи ТЗ. Якщо інтенсивність відмов $\lambda = \text{const}$ та інтенсивність відновлення $\mu = \text{const}$, то ймовірність застати ТЗ у справному стані в будь-який момент часу t визначається за формулами (функції готовності)

$$P_r(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}, \quad (1.28)$$

або

$$P_r(t) = K_r + (1 - K_r) e^{-t/K_r t_B}. \quad (1.29)$$

Приклад 1.3. Протягом деякого періоду часу проводилося спостереження за роботою одного відновлюваного ТЗ. За весь період спостереження було зареєстровано 15 відмов. До початку спостереження ТЗ проробив 258 год., до кінця спостереження напрацювання ТЗ склало 1233 год. Потрібно визначити середнє напрацювання до відмови t_{cp} .

Розв'язування:

Напрацювання ТЗ за період, що спостерігається, дорівнює

$$t = t_2 - t_1 = 1233 - 258 = 975 \text{ год.}$$

Взявши $\sum_{i=1}^n t_i = 975$ год. за формулою (1.20) знаходимо середнє

напрацювання до відмови: $\bar{t}_{cp} = (\sum_{i=1}^n t_i) / n = 975 / 15 = 65$ год.

Приклад 1.4. Проводилося спостереження за роботою трьох однакових відновлюваних ТЗ. За період спостереження було зафіксовано по першому ТЗ 6 відмов, по другому – 11 відмов і по третьому – 8 відмов. Напрацювання першого ТЗ склало 181 год., другого – 329 год. і третього – 245 год. Потрібно визначити середнє напрацювання ТЗ до відмови.

Розв'язування:

Сумарне напрацювання трьох ТЗ визначається так:

$$t_{\Sigma} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} t_{ij} = 181 + 329 + 245 = 755 \text{ год.}$$

Сумарна кількість відмов за виразом:

$$n_{\Sigma} = \sum_{j=1}^N n_j = 6 + 11 + 8 = 25 \text{ відмов.}$$

Середнє напрацювання до відмови згідно з формулою (1.21):

$$\bar{t}_{cp} = \left(\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} t_{ij} \right) / \sum_{j=1}^N n_j = t_{\Sigma} / n_{\Sigma} = 755 / 25 = 30.2 \text{ год.}$$

Приклад 1.5. Технічний засіб має середнє напрацювання до відмови $t_{cp} = 65$ год. і середній час відновлення $t_B = 1.25$ год. Визначіть коефіцієнт готовності ТЗ.

Розв'язування:

За формулою (1.23) маємо:

$$K_{\Gamma} = t_{cp} / (t_{cp} + t_B) = 65 / (65 + 1.25) = 0.98.$$

Приклад 1.6. Відомо, що інтенсивність відмов ТЗ $\lambda = 0.021$ /год, а середній час відновлення $t_B = 10$ год. Потрібно визначити коефіцієнт і функцію готовності ТЗ.

Розв'язування:

Середнє напрацювання до першої відмови буде дорівнювати:

$$T_{cp} = 1/\lambda = 1/0.021 = 50 \text{ год.}$$

Коефіцієнт готовності визначаємо за формулою (1.24):

$$K_{\Gamma} = T_{cp} / (T_{cp} + t_B) = 50 / (50 + 10) = 0.83.$$

Функцію готовності визначаємо за формулою (1.29):

$$P_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma})e^{-\lambda K_{\Gamma} t} = 0.83 + (1 - 0.83)e^{-0.021 \cdot 0.83 \cdot 10 t} = 0.83 + 0.17e^{-0.1743 t}.$$

1.4 Комплексні показники надійності

Для відновлюваних ТЗ існує зацікавленість у вивченні послідовності випадкових подій, що являють собою повторюваність відмов, які виникають в результаті багаторазових відновлень.

Послідовність відмов називається **потокком відмов**.

Виділимо деякий інтервал часу від моменту включення $t = 0$ до деякого поточного значення часу t . Зробимо припущення, що на цьому інтервалі часу $(0; t)$ виникло V_t відмов. Причому V_t – являє собою дискретну випадкову величину.

Позначимо через $F_n(t)$ – ймовірність того, що на інтервалі $(0; t)$ виникло не менше n відмов, тобто

$$F_n(t) = P(V_t \geq n). \quad (1.30)$$

З виразу (1.30) отримаємо формулу для визначення ймовірності появи n відмов на інтервалі $(0; t)$

$$P(V_t = n) = P(V_t \geq n) - P(V_t \geq n + 1) = F_n(t) - F_{n+1}(t). \quad (1.31)$$

1.4.1 Ведуча функція потоку відмов. Найважливішою характеристикою потоку відмов є математичне сподівання кількості відмов на інтервалі $(0; t)$. Ця характеристика називається ведучою функцією потоку відмов. Позначимо цю функцію через $H(t)$

$$H(t) = M(V_t). \quad (1.32)$$

У зв'язку з тим, що після кожної відмови відбувається відновлення, то $H(t)$ являє собою також і середню кількість відновлень на інтервалі $(0; t)$.

Середня кількість відмов в інтервалі часу $(t_1; t_2)$ буде дорівнювати

$$M(V_{t_2} - V_{t_1}) = M(V_{t_2}) - M(V_{t_1}) = H(t_2) - H(t_1). \quad (1.33)$$

За означенням середнього значення дискретної випадкової величини (математичного сподівання) маємо

$$H(t) = \sum_{n=0}^{\infty} nP(V_t = n). \quad (1.34)$$

Підставляючи вираз (1.31) у вираз (1.34) і розділивши суму на два доданки, отримаємо

$$H(t) = \sum_{n=0}^{\infty} nF_n(t) - \sum_{n=0}^{\infty} nF_{n+1}(t). \quad (1.35)$$

В першій сумі виразу (1.35) член при $n = 0$ буде дорівнювати нулю і ним можна знехтувати. У другій сумі індекс підсумовування замінимо на $m = n + 1$. Тоді вираз (1.35) набуде вигляду

$$H(t) = \sum_{n=1}^{\infty} nF_n(t) - \sum_{m=1}^{\infty} (m-1)F_m(t). \quad (1.36)$$

Об'єднуючи суми рівняння (1.36), отримаємо кінцевий вираз для **ведучої функції потоку відмов**

$$H(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t). \quad (1.37)$$

1.4.2 Інтенсивність потоку відмов. Тепер знайдемо середню кількість відмов на інтервалі $(t_1; t_2)$, віднесено до тривалості цього інтервалу $(t_2 - t_1)$. Відповідно до виразу (1.33) це відношення буде дорівнювати $[H(t_2) - H(t_1)] / (t_2 - t_1)$.

Межа такого відношення називається інтенсивністю потоку відмов і позначається через $\omega_{\text{пв}}$

$$\omega_{\text{пв}}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{H(t + \Delta t) - H(t)}{\Delta t} = \frac{dH(t)}{dt}. \quad (1.38)$$

З виразів (1.38) і (1.37) випливає, що

$$\omega_{\text{пв}}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dF_n(t)}{dt}. \quad (1.39)$$

1.4.3 Функція розподілу потоку відмов. Розглянемо зв'язок функції розподілу кількості відмов $F_n(t)$ з показником безвідмовності та відновлюваності ТЗ, тобто з щільністю розподілу напрацювання до відмови та з щільністю розподілу часу відновлення.

При цьому існує два припущення:

1. Потік відмов і потік відновлень кожний окремо та разом являють собою послідовність незалежних подій;
2. На інтервалі відновлення відмови не виникають.

Через T_k позначимо випадковий інтервал часу моменту виникнення k -ої відмови після першого ввімкнення ТЗ. В цьому випадку

$$\varepsilon = T_k - T_{k-1}, \quad (1.40)$$

де ε – інтервал часу між відмовами, що складається з інтервалу відновлення η_k та інтервалу безвідмовної роботи φ_k :

$$T_0 = \eta_1 = 0; T_1 = \varepsilon_1 = \varphi_1.$$

Момент n -ої відмови буде дорівнювати сумі інтервалів між відмовами

$$T_n = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k. \quad (1.41)$$

Подія, полягаюча в тому, що на інтервалі часу $(0; t)$ з'явиться мінімум n відмов, еквівалентна події, при якій момент n -ої відмови передеє моменту часу t .

Відповідно

$$F_n(t) = P(V_t \geq n) = P(T_n < t),$$

або

$$F_n(t) = P\left(\sum_{k=1}^n \varepsilon_k < t\right). \quad (1.42)$$

Оскільки випадкові величини $\varepsilon_1 - \varepsilon_n$ незалежні, то визначення функції $F_n(t)$ зводиться до задачі про розподіл суми скінченного числа незалежних величин. Як правило для вирішення подібних задач використовують метод характеристичних функцій.

Позначимо через $\omega_{\varepsilon_k}(t)$ – щільність розподілу випадкової величини ε_k . При цьому характеристичною функцією $\Theta_{\varepsilon_k}(jv)$ випадкової величини називається перетворення Фур'є її щільності розподілу, тобто

$$\Theta_{\varepsilon_k}(-jv) = \int_0^{\infty} \omega_{\varepsilon_k}(t) e^{jvt} dt. \quad (1.43)$$

Щільність розподілу отримується із характеристичної функції шляхом зворотного перетворення Фур'є

$$\omega_{\varepsilon_k}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{\varepsilon_k}(jv) e^{-jvt} dt. \quad (1.44)$$

З виразу (1.43) випливає, що характеристична функція випадкової величини ε_k є середнє значення від $e^{jv\varepsilon_k}$. Але тоді для суми незалежних випадкових величин отримуємо:

$$\sum_n = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k,$$

$$\Theta_{\Sigma_n}(j\nu) = M \left\{ e^{j\nu \sum_{k=1}^n \varepsilon_k} \right\} = \prod_{k=1}^n M \{ e^{j\nu \varepsilon_k} \},$$

або

$$\Theta_{\Sigma_n}(j\nu) = \prod_{k=1}^n \Theta_{\varepsilon_k}(j\nu). \quad (1.45)$$

З рівняння (1.45) випливає, що характеристична функція суми незалежних випадкових величин дорівнює добутку характеристичних функцій доданків.

Щільність розподілу вказаної суми знаходиться оберненим перетворенням Фур'є

$$W_{\Sigma_n}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{k=1}^n \Theta_{\varepsilon_k}(j\nu) e^{j\nu t} d\nu. \quad (1.46)$$

Оскільки $\varepsilon_k = \eta_k + \varphi_k$ і ці доданки незалежні, то

$$\Theta_{\varepsilon_k}(j\nu) = \Theta_{\eta_k}(j\nu) \Theta_{\varphi_k}(j\nu), \quad (1.47)$$

де $\Theta_{\eta_k}(j\nu)$ і $\Theta_{\varphi_k}(j\nu)$ – відповідно характеристичні функції відновлення та безвідмовної роботи.

Розраховуючи ці функції за допомогою перетворення Фур'є від щільності розподілу часу відновлення $\omega_{\eta_k}(t)$ і щільності розподілу напрацювання до відмови $\omega_{\varphi_k}(t)$:

$$\Theta_{\eta_k}(j\nu) = \int_0^{\infty} \omega_{\eta_k}(t) e^{j\nu t} dt, \quad (1.48)$$

$$\Theta_{\varphi_k}(j\nu) = \int_0^{\infty} \omega_{\varphi_k}(t) e^{j\nu t} dt. \quad (1.49)$$

Об'єднуючи вирази (1.42), (1.44), (1.46) - (1.49) отримаємо шукану залежність функції $F_n(t)$ від характеристики відновлення і безвідмовності

$$F_n(t) = \int_0^{\infty} W_{\Sigma_n}(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{k=1}^n \left[\int_0^{\infty} \omega_{\eta_k}(x) e^{j\nu x} dx \int_0^{\infty} \omega_{\varphi_k}(y) e^{j\nu y} dy \right] e^{-j\nu t} d\nu dt. \quad (1.50)$$

У випадку однорідних потоків відмов і потоків відновлень функції розподілу $\omega(t)$ та $\omega_b(t)$ не залежать від номеру інтервалу. Тому в рівнянні (1.50) добуток можна замінити n -ою степеню виразу, поміщеному в квадратні дужки, тобто

$$F_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \omega_b(x) e^{j\nu x} dx \int_0^{\infty} \omega(y) e^{j\nu y} dy \right]^n e^{-j\nu t} d\nu dt. \quad (1.51)$$

Якщо відновлення відбувається миттєво, то $\omega_b(t) = \delta(x)$, і відповідно рівняння (1.51) набуває вигляду

$$F_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \omega(y) e^{j\nu y} dy \right]^n e^{-j\nu t} d\nu dt. \quad (1.52)$$

1.5 Показники довговічності та збережності

Календарний термін від початку експлуатації ТЗ до переходу в граничний стан називають терміном роботи ТЗ. Якщо термін роботи ТЗ – це випадкова величина (позначимо її t_p), то показник довговічності може визначатися як середній термін роботи (математичне сподівання T_{cp})

$$t_p = M_1[T_{cp}], \quad (1.53)$$

або гама-відсотковий термін роботи t_γ , що визначається співвідношенням

$$P\{T_{cp} > t_\gamma\} = \frac{\gamma}{100}. \quad (1.54)$$

Таким чином, t_γ – це календарний термін від початку експлуатації ТЗ, протягом якого ТЗ не досягне граничного стану із заданою ймовірністю γ (вираженою у відсотках).

Як показник довговічності можна використати також і ресурс ТЗ.

Ресурсом ТЗ називають напрацювання засобу до граничного стану, при досягненні якого подальша експлуатація припиняється. При цьому довговічність ТЗ зазвичай характеризують напрацюванням засобу, протягом якого він не досягне граничного стану із заданою ймовірністю γ .

Таке напрацювання називають **гама-відсотковим ресурсом**. Для визначення цього ресурсу потрібно знати функцію розподілу ресурсу.

Терміном збережності називається період зберігання засобу в певних умовах, протягом якого зберігаються початкові показники його якості.

Інколи збережність характеризують період зберігання, протягом якого ТЗ зберігає встановлені показники із заданою ймовірністю γ .

Такий період зберігання називається **гама-відсотковим терміном збережності**. Для його визначення потрібно знати функцію розподілу терміну збережності.

1.6 Структурна надійність технічних засобів

Структурною надійністю ТЗ називається результуюча надійність при заданій структурі і відомих значеннях надійності всіх блоків і елементів, що входять до складу ТЗ. Розподіл ТЗ на блоки і елементи здійснюється на базі єдності функціонування і фізичних процесів, що відбуваються при його роботі.

Якщо відмова ТЗ настає при відмові одного з його елементів, то такий ТЗ має **основне з'єднання** елементів. При розрахунку надійності таких ТЗ відмова елемента є подією випадковою і незалежною, а ймовірність безвідмовної роботи ТЗ протягом часу t дорівнює добуткові ймовірностей його елементів протягом того ж часу:

$$P(t) = p(t_1)p(t_2)\dots p(t_N) = \prod_{i=1}^N p_i(t), \quad (1.55)$$

або

$$P(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^N \int_0^t \lambda_i(t) dt\right). \quad (1.56)$$

При експоненційному законі розподілу відмов, тобто для нормального (звичайного) періоду роботи ТЗ:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-t/T_{cp}}, \quad a(t) = \lambda e^{\lambda t}, \quad T_{cp} = 1/\lambda, \quad \lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_i, \quad (1.57)$$

де λ_i – інтенсивність відмов i -го елемента.

При розрахунку високонадійних ТЗ з достатньою для практики точністю можна користуватися наближеними формулами:

$$P(t) \approx 1 - t \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i = 1 - \lambda t, \quad \lambda = \sum_{i=1}^r N_i \lambda_i, \quad T = 1 / \left(\sum_{i=1}^r N_i \lambda_i \right) = 1/\lambda, \quad a(t) \approx \lambda(1 - \lambda t), \quad (1.58)$$

$$p_1(t)p_2(t)\dots p_N(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^N q_i(t), \quad p_i^N(t) = 1 - Nq_i(t), \quad \sqrt[N]{p_i(t)} = 1 - q_i(t)/N, \quad (1.59)$$

де r – число типів елементів;

$q_i(t)$ – ймовірність відмов i -го елемента.

Одним з методів підвищення надійності є **резервування (backuping)**. Резервованим з'єднанням ТЗ називається таке з'єднання, при якому відмова настає тільки після відмови основного блоку чи елементів і всіх резервних блоків і елементів.

Основним параметром резервування є його кратність m , тобто відношення кількості резервних елементів до кількості основних елементів. Розрізняють резервування з цілою і дробовою кратністю. При резервуванні з цілою кратністю величина m – ціле число, а при резервуванні з дробовою кратністю m – дробове число.

За способом ввімкнення резервування поділяється на постійне і резервування заміщенням. **Постійне резервування (permanent backuping)** – резервування, при якому резервні елементи підключені до основних протягом усього часу роботи і знаходяться в однаковому з ними режимі. **Резервування заміщенням (backuping a substitution)** – резервування, при якому резервні елементи заміщають основні після їхньої відмови.

При включенні резерву за способом заміщення резервні елементи до моменту включення в роботу можуть знаходитися в трьох станах:

- навантаженому резерві;
- полегшеному резерві;
- ненавантаженому резерві.

Якщо елементи резервних блоків мають відмови типу «обрив» або «коротке замикання», то ймовірність безвідмовної роботи потрібно обчислювати, підсумовуючи ймовірності всіх сприятливих (не призводячих до відмови) гіпотез:

$$P(t) = \sum_{j=1}^k p_j(t), \quad (1.60)$$

де $p_j(t)$ – ймовірність j -ої сприятливої гіпотези, обчисленої з врахуванням двох видів відмов;

k – кількість сприятливих гіпотез.

Для елементів складної системи справедливі вирази:

$$p(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t) dt\right], \quad q_0 + q_{кз} = 1, \quad (1.61)$$

де $\lambda(t)$ – інтенсивність відмов елемента;

$q_0, q_{кз}$ – ймовірність виникнення «обриву» і «короткого замикання» відповідно.

При експоненційному законі розподілу відмов справедливі вирази:

$$p(t) = e^{-\lambda t}, \quad q_0 = \lambda_0 / (\lambda_0 + \lambda_{кз}), \quad q_{кз} = \lambda_{кз} / (\lambda_0 + \lambda_{кз}), \quad (1.62)$$

де $\lambda_0, \lambda_{кз}$ – інтенсивність відмов елемента за «обривом» та «коротким замиканням».

1.7 Оцінка показників надійності за статистичною інформацією про відмови при експлуатації та випробуваннях

При оцінюванні показників надійності ТЗ за статистичною інформацією про відмови при експлуатації визначається закон розподілу (distributing law) відмов і його параметри. За знайденим законом розраховується будь-яка характеристика надійності ТЗ.

Методика визначення закону розподілу містить у собі такі етапи: підготовка отриманих даних, побудова гістограми та перевірка відповідності закону розподілу з використанням одного з критеріїв згоди (Колмогорова, Пірсона, Стьюдента, Фішера чи ін.).

Етап I. Отримана інформація систематизується в порядку зростання часу спостереження, що розбивається на однакові інтервали часу (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Вихідні дані для визначення закону розподілу відмов

Δt_i	$n(\Delta t_i)$	$P(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0}$	$a(t) = \frac{n(\Delta t_i)}{N_0 \Delta t_i}$	$\lambda(t) = \frac{n(\Delta t_i)}{N_{cp} \Delta t_i}$
1	2	3	4	5

Етап II. За даними табл. 1.1 будується гістограма необхідного показника надійності та апроксимується кривою, за виглядом якої

орієнтовно встановлюється закон розподілу відмов шляхом порівняння із відповідними теоретичними кривими (рис. 1.2).

Етап III. Перевірка відповідності прийнятого закону розподілу відмов здійснюється за критеріями згоди, найбільш поширеними є критерії Пірсона і Колмогорова.

За критерієм Пірсона обчислюють ймовірність вигляду:

$$P(\chi^2 \leq \Delta < \infty) = \int_{\chi^2}^{\infty} k_r(u) du, \quad (1.63)$$

$$k_r(u) = \frac{u^{(r/2)-1} e^{-u/2}}{2^{r/2} \Gamma(r/2)}, \quad (1.64)$$

де $r = k - 1$ – кількість ступенів вільності розподілу;

Δ – міра розбіжності;

χ^2 – функція щільності розподілу:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}, \quad (1.65)$$

де n – загальна кількість ТЗ, що випробовується;

$p_i = \frac{n_i}{n}$ – частота i -го інтервалу статистичного ряду;

k – число інтервалів статистичного ряду.

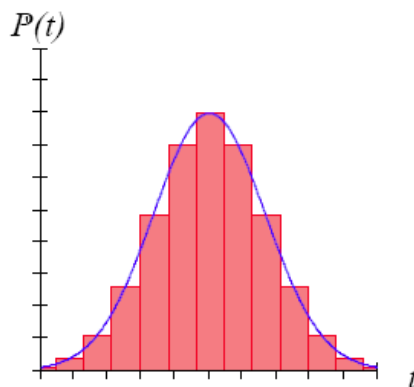


Рисунок 1.2 – Експериментальна гістограма показника надійності

Якщо ймовірність $P(\chi^2 \leq \Delta < 0.1) \geq 0.1$, то експериментальний розподіл відповідає теоретичному.

За критерієм Колмогорова відповідність теоретичного і експериментального розподілів перевіряється виконанням умови

$$D\sqrt{k} \leq 1, \quad (1.66)$$

де D – найбільше відхилення теоретичної кривої розподілу від експериментальної;

k – загальна кількість експериментальних точок.

Приклад 1.7. У результаті досвіду отримано такий варіаційний ряд часу справної роботи в годинах:

2; 3; 3; 5; 6; 7; 8; 8; 9; 9; 13; 15; 16; 17; 18; 20; 21; 25; 28; 35; 37; 53; 56; 69; 77; 86; 98; 119.

Потрібно встановити закон розподілу часу безвідмовної роботи.

Розв'язування:

Загальна кількість відмов $\sum n_i = 28$.

Заповнюємо табл. 1.2 за формою табл. 1.1.

Таблиця 1.2 – Статистичні дані про відмови

$\Delta t_i, \text{ год}$	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
$n(\Delta t_i)$	16	5	2	2	2	1
$\lambda(\Delta t_i), 1/\text{год}$	0,0400	0,0263	0,0167	0,0250	0,0500	-

Будуємо гістограму $\lambda(\Delta t)$, що подана на рис. 1.3.

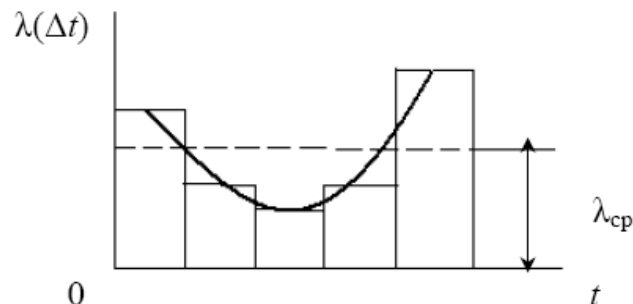


Рисунок 1.3 – Гістограма статистичних даних про відмови

Знаходимо середнє значення $\lambda_{\text{ср}}$ і найбільше відхилення D :

$$\lambda_{\text{ср}} = \frac{0,0400 + 0,0263 + 0,0167 + 0,0250 + 0,0500}{5} = 0,0316 \frac{1}{\text{год}},$$

$$D = \lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{ср}} = 0,0500 - 0,0316 = 0,0184 \frac{1}{\text{год}}.$$

Перевіряємо експериментальний розподіл на відповідність запропонованому експонентному розподілові за критерієм згоди Колмогорова (1.66):

$$D\sqrt{k} = 0,0184\sqrt{28} = 0,097 < 1.$$

Відповідно до критерію вважаємо, що закон розподілу відмов експоненційний.

У результаті досліджень одержують точкові та інтервальні оцінки (довірчі інтервали). При інтервальних оцінках визначається, який інтервал оцінок із заданою довірчою ймовірністю α накриває математичне очікування параметра θ , що оцінюється

$$\alpha = P(\theta_{\text{н}} \leq \theta \leq \theta_{\text{в}}), \quad (1.67)$$

де $\theta_{\text{н}}$, $\theta_{\text{в}}$ – нижня і верхня довірчі межі параметра θ .

Ймовірність того, що значення θ вийде з інтервалу $[\theta_n, \theta_B]$, називають **рівнем значущості** β

$$\beta = P(\theta_n \leq \theta \leq \theta_B) = 1 - \alpha. \quad (1.68)$$

Часто встановлюють одну з меж інтервалу: нижню або верхню з довірчими ймовірностями α_1 або α_2 , відповідно (односторонній довірчий інтервал):

$$\alpha_1 = P(\theta \geq \theta_n), \quad (1.69)$$

$$\alpha_2 = P(\theta \leq \theta_B), \quad (1.70)$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 - 1. \quad (1.71)$$

Для різних законів розподілу відмов складають різні плани випробувань. При проведенні випробувань найбільш часто застосовуються такі закони розподілу: експоненційний, нормальний, біноміальний і гама-розподіл. Оцінки показників надійності розраховуються за формулами, наведеними у табл. 1.3 для різних законів розподілу відповідно до планів випробувань, що позначаються за допомогою трьох букв:

- перша буква n означає об'єм вибірки;
- друга буква B або V означає плани без відновлення або з відновленням вибірки;
- третя буква n , t_0 або d .

Плани випробувань та інтервальні оцінки показників надійності згідно з цими планами наведені в табл. 1.3.

Таблиця 1.3 – Плани випробувань та інтервальні оцінки

Плани випробувань	Сумарне напрацювання, t_Σ	Оцінка інтенсивності відмов, $\bar{\lambda}$	Нижня межа, λ_n	Верхня межа, λ_B
[nBn]	$\sum_{i=1}^n t_i$	$\frac{n}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha_1)(2n)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha_2)(2n)}}{2t_\Sigma}$
[nBt ₀] d ≠ 0	$\sum_{i=1}^d t_i + (n-d)t_0$	$\frac{d}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha_1)(2d)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha_2)(2d)}}{2t_\Sigma}$
[nBt ₀] d = 0	nt_0	-	0	$\frac{r_0}{t_\Sigma}$
[nBd]	$\sum_{i=1}^d t_i + (n-d)t_0$	$\frac{d-1}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha)(2d)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha_2)(2d)}}{2t_\Sigma}$
[nVt ₀]	nt_0	$\frac{d}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha)(2d)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha_2)(2d+2)}}{2t_\Sigma}$
[nVd]	nt_d	$\frac{d-1}{t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(1-\alpha)(2d)}}{2t_\Sigma}$	$\frac{\chi^2_{(\alpha_2)(2d)}}{2t_\Sigma}$

Плани, що закінчуються при відмові всіх зразків вибірки, позначаються буквою n ; плани, що закінчуються через заданий час, позначаються буквою t_0 ; плани, що закінчуються після появи встановленої кількості відмов, позначаються буквою d ; t_d – час від початку випробувань до d -ої відмови; t_Σ – сумарне напрацювання.

Значення квантилів χ^2 розподілів вибираються з довідникових таблиць залежно від заданої довірчої ймовірності та числа ступенів вільності. Значення коефіцієнта r_0 для довірчої ймовірності $\alpha = 0.8 \div 0.999$ наведені в табл. 1.4.

Таблиця 1.4 – Значення коефіцієнта r_0

α	0.999	0.990	0.975	0.950	0.900	0.800
r_0	6.91	4.60	3.69	3.00	2.30	1.61

Експоненційний розподіл використовується для оцінки раптових відмов. Інтервальні оцінки показників безвідмовності розраховуються за формулами:

$$P_n(t) = \exp(-\lambda_B t) = \exp(-t/T_n), \quad (1.72)$$

$$P_B(t) = \exp(-\lambda_n t) = \exp(-t/T_B), \quad (1.73)$$

$$T_n = 1/\lambda_B; \quad T_B = 1/\lambda_n. \quad (1.74)$$

Нормальний закон розподілу відмов використовується для оцінки поступових відмов. Щільність нормального розподілу для випадкової величини T в інтервалі $[-\infty; +\infty]$ дорівнює

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (1.75)$$

Оскільки випадкова величина T лежить в інтервалі $[0; +\infty]$, то для оцінки показників надійності береться усічений нормальний розподіл із щільністю розподілу

$$f(t) = \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-T_1)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (1.76)$$

де c – нормувальний множник, що визначається з виразу:

$$c \int_0^{\infty} f(t) dt = 1, \quad (1.77)$$

$$c = \frac{1}{F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)} = \frac{1}{\left[0.5 + \Phi_0\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)\right]}, \quad (1.78)$$

де $F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)$ – інтегральна функція нормального розподілу;

$\Phi_0\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)$ – центрована і нормована функція Лапласа.

Середнє напрацювання до відмови і параметр T_1 усіченого нормального перерозподілу пов'язані залежністю

$$T = T_1 + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)}} e^{-T_1^2/2\sigma^2}. \quad (1.79)$$

При випробуванні вибірки об'ємом в n виробів з напрацюванням t_1, t_2, \dots, t_n параметри розподілу T та σ оцінюються за формулами:

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^n t_i / n, \quad (1.80)$$

$$\bar{\sigma} = S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{T})^2}, \quad (1.81)$$

$$T_H = \bar{T} - t_{\alpha_1(n-1)} \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad (1.82)$$

$$T_B = \bar{T} - t_{\alpha_2(n-1)} \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad (1.83)$$

де $t_{\alpha(n-1)}$ – квантиль розподілу Стьюдента для ймовірності α або рівня значимості $\beta = 1 - \alpha$ і числа ступенів вільності $f = n - 1$.

Нижня та верхня межі СКВ визначаються з виразів:

$$\sigma_H = S \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{(1-\beta/2)(n-1)}}}, \quad (1.84)$$

$$\sigma_B = S \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{(\beta/2)(n-1)}}}, \quad (1.85)$$

де $\chi^2_{(1-\beta/2)(n-1)}$ – квантиль Хі-квадрат розподілу при ймовірності $p = 1 - \beta/2$ і числі ступенів вільності: $k = n - 1$;

$\chi^2_{(\beta/2)(n-1)}$ – те ж для ймовірності $p = \beta/2$.

Якщо час безвідмовної роботи ТЗ має нормальний розподіл, то оцінка ймовірності безвідмовної роботи за час t визначається за формулою

$$\bar{P}(t) = 1 - \left[\Phi_0\left(\frac{t - \bar{T}}{S}\right) + \Phi_0\left(\frac{\bar{T}}{S}\right) \right], \quad (1.86)$$

де $\Phi_0(z)$ – центрована і нормована функція Лапласа.

Оскільки функція $\Phi_0(z)$ непарна, тобто, те $\Phi_0(-z) = -\Phi_0(z)$, то

$$P_H(t) \approx P(t) - u_\alpha \bar{\sigma}, \quad (1.87)$$

де u_α – квантиль нормального розподілу (при $T = 0$ і $\sigma = 1$);

$\bar{\sigma}$ – оцінка стандартного відхилення $\bar{P}(t)$:

$$\bar{\sigma} = k \sqrt{\frac{1}{n} \left[1 + 0,5 \left(\frac{t - \bar{T}}{S} \right)^2 \right]}, \quad (1.88)$$

$$k = 0,4 \exp \left[-0,5 \left(\frac{t - \bar{T}}{S} \right)^2 \right]. \quad (1.89)$$

Якщо при випробуваннях не реєструється напрацювання ТЗ, а реєструються тільки відмови, то оцінки ймовірності безвідмовної роботи та ймовірності відмови будуть визначатись за формулами:

$$\bar{P} = (n - d) / n, \quad \bar{Q} = d / n, \quad (1.90)$$

де \bar{P} і \bar{Q} – оцінки ймовірності безвідмовної роботи та ймовірності відмов, відповідно;

n – об'єм вибірки;

d – кількість зареєстрованих відмов.

Довірчі межі ймовірності відмови визначаються за формулами:

$$Q_H = \frac{\chi_{(1-\alpha_1)(2d)}^2}{2n - d + 1 + 0,5\chi_{(1-\alpha_1)(2d)}^2}, \quad (1.91)$$

$$Q_B = \frac{\chi_{(\alpha_2)(2d+2)}^2}{2n - d + 0,5\chi_{(\alpha_2)(2d+2)}^2}, \quad (1.92)$$

де $\chi_{(1-\alpha_1)(2d)}^2$ – квантиль Хі-квадрат розподілу з $k = 2d$ ступенями вільності для ймовірності α_1 ;

$\chi_{(\alpha_2)(2d+2)}^2$ – квантиль Хі-квадрат розподілу з $k = 2(d+1)$ ступенями вільності для ймовірності α_2 .

Якщо число відмов $d = 0$, то

$$\bar{Q} \approx 1/(n+1), \quad Q_H = 0, \quad Q_B = 1 - \sqrt[3]{1 - \alpha_2}. \quad (1.93)$$

Об'єм вибірки n при проведенні випробувань для оцінки Q з абсолютною похибкою Δ при довірчій ймовірності α розраховується за рівнянням

$$n = \frac{u_\alpha^2}{\Delta^2} Q_0(1 - Q), \quad (1.94)$$

де u_α – квантиль нормального розподілу для $p = \alpha$;

Q_0 – орієнтовне значення ймовірності відмови.

1.8 Випробування на надійність

Випробування на надійність поділяються на визначальні та контрольні.

Визначальні випробування (determining tests) ТЗ на надійність проводяться з метою визначення фактичних кількісних показників

надійності для одного з варіантів випробувань, що відповідають заданим умовам застосування.

Визначальні випробування проводяться після освоєння знову розроблених або модернізованих ТЗ на зразках, виготовлених уже за технологією, що відповідає передбачуваному виду (серійному або масовому) виробництва. При визначальних випробуваннях виконується також перевірка закону розподілу відмов для даного виду ТЗ.

Результати визначальних випробувань служать підставою для оцінки відповідності фактичних показників надійності ТЗ вимогам технічних умов (ТУ).

Контрольні випробування (proof-testing) ТЗ на надійність проводяться з метою контролю відповідності кількісних показників надійності відповідним стандартам або ТУ. Ці випробування проводяться періодично в терміни, передбачені стандартами або технічними умовами на даний ТЗ.

Оскільки контроль надійності виконується на основі випробувань вибірки, то при прийнятті рішень можливі два види помилок:

- помилка першого роду, коли добра партія бракується;
- помилка другого роду, коли погана партія приймається за добру.

Ймовірність помилки першого роду називається ризиком виробника і позначається буквою α . Ймовірність помилки другого роду називається ризиком споживача і позначається буквою β . Дуже часто беруть $\alpha = \beta = 0.2$.

Існує три основних статистичних методи контролю надійності:

- метод одноразової вибірки (одиначний контроль);
- метод дворазової вибірки (подвійний контроль);
- метод послідовного аналізу.

Сукупність умов випробувань контрольованих ТЗ і правил прийняття рішень називається **планом контролю**. Під сукупністю умов випробувань розуміються умови приймання і бракування, задані значення α і β , встановлений об'єм випробувань тощо. Правила прийняття рішень визначаються методами контролю. Через те що число сполучень різних умов випробувань і правил прийняття рішень може бути значущим, то і кількість різних планів досить велика.

Метод одноразової вибірки полягає в тому, що з контрольованої партії об'ємом N береться одна випадкова вибірка обсягом n ТЗ. Виходячи з N , n , α і β , встановлюються оціночні нормативи (приймальний і бракувальний рівні) A_0 і A_1 . Якщо вибіркоче значення контрольованого параметра менше або дорівнює A_0 , то партія приймається, якщо більше або дорівнює A_1 , то партія бракується.

Коли обсяг партії $N > 500$ при випробуваннях відновлюваних ТЗ або коли $n < 0,1N$, то використовують біноміальний закон розподілу відмов, відповідно до якого:

$$1 - \alpha = \sum_{d=0}^{A_0} \binom{d}{n} q_0^d (1 - q_0)^{n-d}, \quad (1.95)$$

$$\beta = \sum_{d=0}^{A_1-1} \binom{d}{n} q_z^d (1 - q_z)^{n-d}, \quad (1.96)$$

де $\binom{d}{n}$ – число поєднань із n елементів по d (d – встановлена кількість відмов).

Послідовний метод контролю не передбачає попереднього визначення об'єму вибірки. Інформація про надійність ТЗ, що випробовуються, накопичується при послідовно зростаючому обсязі випробувань. На кожному етапі випробувань z_m із заздалегідь визначеними оціночними нормативами:

$$A = (1 - \beta) / \alpha, \quad (1.97)$$

$$B = \beta / (1 - \alpha). \quad (1.98)$$

При цьому можуть бути прийняті три рішення:

- якщо $z_m \leq B$ – партія приймається;
- якщо $z_m \geq A$ – партія бракується;
- якщо $B < z_m < A$ – випробування продовжуються.

При послідовному методі контролю можливі два способи контролю: контроль числа дефектних ТЗ і контроль за напрацюванням.

При контролі числа дефектних ТЗ для малосерійної партії ($N \leq 150$), що складається з N ТЗ, відношення правдоподібності z_m буде дорівнювати

$$z_m = \frac{\binom{d}{D_1} \binom{m - d_m}{N - D_1}}{\binom{d_m}{D_0} \binom{m - d_m}{N - D_0}}, \quad (1.99)$$

де d_m – число дефектних ТЗ у вибірці об'ємом m ТЗ;

D_0 – число дефектних ТЗ у партії високої надійності;

D_1 – число дефектних ТЗ у партії низької надійності.

Для визначених значень $d_m = 0, 1, 2, 3, \dots$ розраховуються приймальні m_{np} і бракувальні m_{bp} об'єми випробувань:

$$m_{np} \geq N \left\{ 1 - \frac{\left[\frac{(D_0 - d_m)}{(D_1 - d_m)} B \right]^{\frac{1}{D_1 - D_0}}}{\binom{D_0}{D_1}} \right\}, \quad (1.100)$$

$$m_{bp} \leq N \left\{ 1 - \frac{\left[\frac{(D_0 - d_m)}{(D_1 - d_m)} A \right]^{\frac{1}{D_1 - D_0}}}{\binom{D_0}{D_1}} \right\}, \quad (1.101)$$

і будується графік (план) випробувань (рис. 1.4).

На графіку (рис. 1.4) прийняті такі позначення:

П – область приймання, що лежить нижче лінії 1;

Б – область бракування, що лежить вище лінії 2;

ПВ – область продовження випробувань, що лежить між лініями 1 та 2.

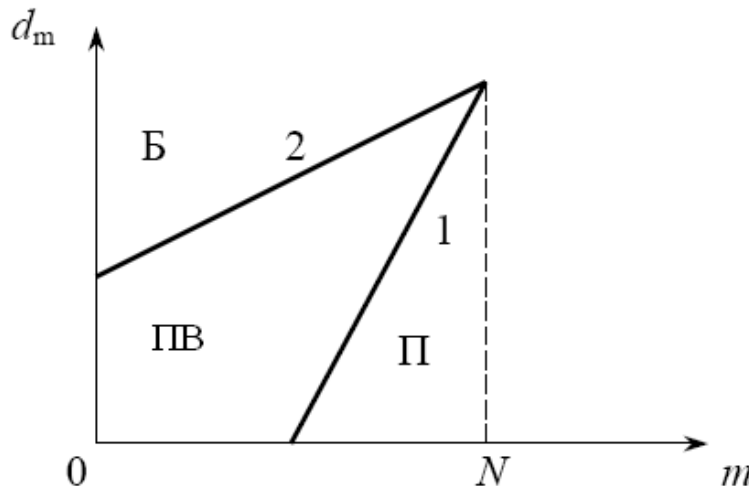


Рисунок 1.4 – Графік випробувань для малосерійної партії

Графік контролю надійності будується за трьома характеристичними точками:

$$d_m = 0; \quad m = N[1 - B^{1/(D_1 - D_0)}], \quad (1.102)$$

$$d_m = D_1; \quad m = N\{1 - [A / \binom{D_0}{D_1}]^{1/(D_1 - D_0)}\}, \quad (1.103)$$

$$d_m = (D_0 + D_1 / 2); \quad m = N. \quad (1.104)$$

Для контролю надійності великих партій ($N \geq 1000$) і відновлюваних ТЗ користуються біноміальними планами

$$z_m = \left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{d_m} \left(\frac{1-q_1}{1-q_0}\right)^{m-d_m}, \quad (1.105)$$

де q_0 – ймовірність відмови в кожному одиночному випробуванні для партії з високою надійністю;

q_1 – ймовірність відмови в кожному одиночному випробуванні для партії з низькою надійністю.

Приймальні і бракувальні числа дефектних ТЗ для m випробувань визначаються з умов:

$$d_{np} \leq h_1 + ms, \quad d_{\sigma p} \leq h_2 + ms, \quad (1.106)$$

де

$$h_1 = \frac{\lg B}{\left(\lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1-q_0}{1-q_1}\right)}, \quad (1.107)$$

$$h_2 = \frac{\lg A}{\left(\lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1-q_0}{1-q_1}\right)}, \quad (1.108)$$

$$s = \frac{\lg \frac{1-q_0}{1-q_1}}{\left(\lg \frac{q_1}{q_0} + \lg \frac{1-q_0}{1-q_1}\right)}. \quad (1.109)$$

План випробувань поданий на рис. 1.5 і побудований за трьома характеристичними точками:

$$d_m = 0; \quad m_0 = -\frac{h_1}{s}, \quad (1.110)$$

$$d_m = h_1; \quad m = 0, \quad (1.111)$$

$$d_m = h_2; \quad m = 0. \quad (1.112)$$

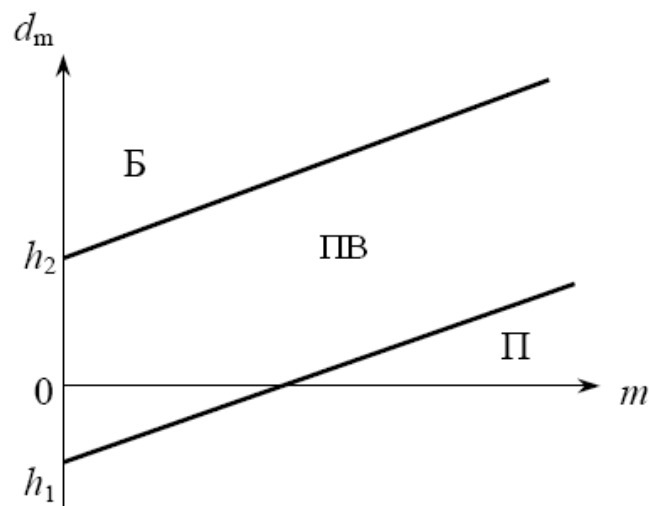


Рисунок 1.5 – Графік випробувань для великих партій

При $q_1 \leq 0.1$ можна використовувати розподіл Пуассона, тоді:

$$z_m = \left(\frac{q_1}{q_0}\right)^{d_m} e^{-\frac{q_1 - q_0}{m}}, \quad (1.113)$$

$$h_1 = \frac{\lg B}{\lg\left(\frac{q_1}{q_0}\right)}, \quad (1.114)$$

$$h_2 = \frac{\lg A}{\lg\left(\frac{q_1}{q_0}\right)}, \quad (1.115)$$

$$s = \frac{0,4343(q_1 - q_0)}{\lg\left(\frac{q_1}{q_0}\right)}. \quad (1.116)$$

Контроль за напрацюванням при експоненційному розподілі відмов здійснюється відповідно до правил (t_Σ – сумарна кількість напрацювань усіх ТЗ, що підлягають випробуванням):

- при $t_\Sigma \geq h_1 + d_m s$ – партія приймається;
- при $t_\Sigma \geq h_2 + d_m s$ – партія бракується;
- при $h_2 + d_m s < t_\Sigma < h_1 + d_m s$ – випробування продовжуються.

Коефіцієнти h_1 , h_2 та s визначаються за формулами:

$$h_1 = -2,303 \lg(B) / (\lambda_1 - \lambda_0), \quad (1.117)$$

$$h_2 = -2,303 \lg(A) / (\lambda_1 - \lambda_0), \quad (1.118)$$

$$s = 2,303 \lg\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right) / (\lambda_1 - \lambda_0), \quad (1.119)$$

де λ_0 – інтенсивність відмов надійної партії;

λ_1 – інтенсивність відмов ненадійної партії.

План випробувань, побудований за трьома характеристичними точкам при експоненційному розподілі відмов, показаний на рис. 1.6.

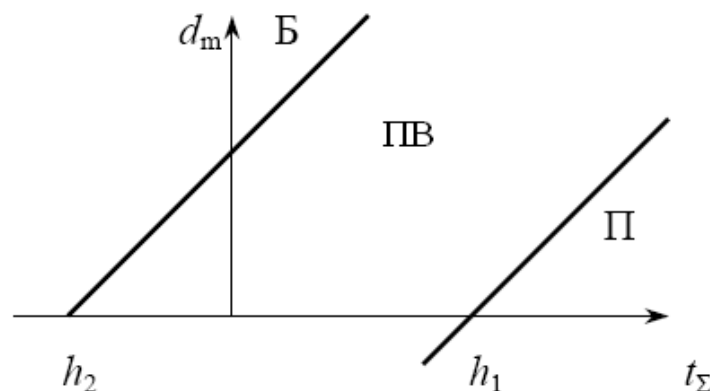


Рисунок 1.6 – Графік випробувань при експоненційному розподілі відмов

Характеристичні точки плану такі:

$$d_m = -\frac{h_2}{s}; \quad t_\Sigma = 0, \quad (1.120)$$

$$d_m = 0; \quad t_\Sigma = h_2, \quad (1.121)$$

$$d_m = 0; \quad t_\Sigma = h_1. \quad (1.122)$$

При нормальному розподілі відмов і відомому середньому квадратичному відхиленні контроль за напрацюванням здійснюється відповідно до правил:

- при $t_\Sigma \geq h_1 + sm$ – партія приймається;
- при $t_\Sigma \leq h_2 + sm$ – партія бракується;
- при $h_1 + sm > t_\Sigma > h_2 + sm$ – випробування продовжуються.

При нормальному розподілі відмов значення t_Σ , h_1 , h_2 та s визначаються за формулами:

$$t_\Sigma = \sum_{i=1}^m t_i, \quad (1.123)$$

$$h_1 = -2,303 \frac{\sigma^2 \lg(B)}{T_0 - T_1}, \quad (1.124)$$

$$h_2 = -2,303 \frac{\sigma^2 \lg(A)}{T_0 - T_1}, \quad (1.125)$$

$$s = \frac{(T_0 + T_1)}{2}, \quad (1.126)$$

де T_0 – середнє напрацювання до відмови в партії з високою надійністю;

T_1 – середнє напрацювання до відмови в партії з низькою надійністю.

Характеристичні точки плану такі:

$$m = -\frac{h_2}{s}; \quad t_\Sigma = 0, \quad (1.127)$$

$$m = 0; \quad t_\Sigma = h_2, \quad (1.128)$$

$$m = 0; \quad t_\Sigma = h_1. \quad (1.129)$$

1.9 Нормування показників метрологічної надійності

Основними показниками, що можуть використовуватися для розрахунку характеристик метрологічної надійності є:

- вірогідність безвідмовної роботи;
- інтенсивність метрологічних відмов;
- середній час до першої метрологічної відмови;
- параметр потоку відмов (метрологічних);
- напрацювання до першої метрологічної відмови.

Вірогідністю безвідмовної роботи називається вірогідність того, що за певний проміжок часу в ЗВТ не відбудеться відмови. Вона визначається виразом

$$P(t) \approx \frac{N(t)}{N_0}, \quad (1.130)$$

де $N(t)$ – кількість працюючих ЗВТ в кінці проміжку часу;

N_0 – кількість працюючих ЗВ на початку проміжку часу.

Інтенсивністю відмов називають вірогідність відмови ЗВТ, що не ремонтується за одиницю часу при умові, що відмова до кінця цього часу не виникла. Вона може бути визначена за такою формулою

$$\lambda(t) \cong \frac{\Delta n}{N(t)\Delta t}, \quad (1.131)$$

де Δn – кількість ЗВТ, що відмовили за час Δt ;

$N(t)$ – кількість справних ЗВ в кінці проміжку часу;

Δt – проміжок часу.

Середнім напрацюванням до першої відмови T_{cp} є середнє значення напрацювань ЗВТ в партії до першої відмови. Воно визначається виразом

$$T_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n}, \quad (1.132)$$

де T_i – час роботи i -го ЗВТ до першої відмови;

n – кількість ЗВТ в партії для якої визначається T_{cp} .

Параметром потоку відмов $\omega(t)$ називається середня кількість відмов ЗВТ, що ремонтується за одиницю часу для моменту часу, який розглядається. Він визначається за формулою

$$\omega(t) = \frac{\Delta n}{N_0 \Delta t}, \quad (1.133)$$

де N_0 – кількість працюючих ЗВТ в проміжку часу Δt ;

Δn – кількість ЗВТ, які відмовили за проміжок часу Δt .

Необхідно врахувати, що при визначенні величини $\omega(t)$ ЗВТ, що відмовляють протягом часу Δt , ремонтується.

В цьому випадку $N_0 = N(t)$.

Напрацюванням на відмову T називається середнє значення напрацювання ЗВТ, що ремонтується між відмовами

$$T = \frac{\sum_{i=1}^n T_{cpi}}{n}, \quad (1.134)$$

де T_{cpi} – середнє значення напрацювання до відмови i -го ЗВТ;

n – кількість ЗВТ в партії, що досліджується.

Значення T_{cpi} визначається за такою формулою

$$T_{cpi} = \frac{\sum_{i=1}^m T_{ij}}{m}, \quad (1.135)$$

де T_{ij} – середній час роботи i -го ЗВТ між j -м та $(j+1)$ -ою відмовами;
 m – число відмов i -го ЗВТ.

Для характеристики безвідмовності як придатних до ремонту, так і непридатних до ремонту ЗВТ використовують показник, який називають умовним середнім напрацюванням до першої відмови T_{cp}^* .

Умовним середнім напрацюванням до першої відмови називають середнє напрацювання до відмови за умови, що ЗВТ пропрацювавши заданий період роботи (ресурс), замінюється новим.

Приклад 1.8. При випробуваннях ЗВТ на початку проміжку часу працювало $N_0 = 1000$ ЗВТ. Через інтервал часу, що дорівнює 240 год., відмовило 50 ЗВТ. Визначіть вірогідність безвідмовної роботи ЗВТ.

Розв'язування:

Кількість справних ЗВТ в кінці проміжку часу складає:

$$N(t) = 1000 - 50 = 950.$$

Отже, вірогідність безвідмовної роботи буде дорівнювати:

$$P(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{950}{1000} = 0,95.$$

Приклад 1.9. Після деякого проміжку часу роботи ЗВТ справними залишалося 1000 ЗВТ. За проміжок часу $\Delta t = 100$ год. вийшло з ладу 75 ЗВТ. Визначіть інтенсивність відмов.

Розв'язування:

Інтенсивність відмов для даного прикладу визначається за формулою (1.131) і складає

$$\lambda(t) = \frac{75}{1000 \cdot 100} = 0,75 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{год}}.$$

Інтенсивність відмов, що розраховується за даною формулою, визначається експериментально в процесі випробувань ЗВТ на надійність, що потребує значного часу досліджень. На практиці інтенсивність відмов можна прогнозувати. Для більшості серійно виготовлюваних елементів ТЗ існують спеціальні таблиці, в яких зазначаються інтенсивності відмов за одиницю часу.

Знаючи інтенсивність відмов кожного з елементів λ_i , що входять до складу ЗВТ, можна визначити інтенсивність відмови ЗВТ в цілому за формулою

$$\lambda_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i m_i, \quad (1.136)$$

де n – загальна кількість типів елементів, що входять до складу ЗВТ;

m – кількість елементів i -го типу.

Ймовірність безвідмовної роботи ЗВТ в цьому випадку розраховується за формулою

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda_{\Sigma}(t) dt} \quad (1.137)$$

Середній час безвідмовної роботи, що називається напрацюванням до відмови, буде визначатися так

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (1.138)$$

Інтенсивність відмови $\lambda_{\Sigma}(t)$, ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ і напрацювання до відмови T_{cp} є показниками, які найчастіше використовуються для визначення метрологічної надійності.

Оскільки випадкова відмова може відбутися в будь-який момент часу, незалежно від того, скільки часу пропрацював ЗВТ, то інтенсивність раптової відмови не залежить від часу, тобто $\lambda_{\Sigma}(t) = \lambda_{\Sigma} = \text{const}$.

Тому, коли мова іде про раптові відмови, то ймовірність безвідмовної роботи ЗВТ визначається простішою залежністю

$$P(t) = e^{-\lambda_{\Sigma} t} \quad (1.139)$$

Напрацювання до відмови в цьому випадку розраховується за формулою

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_{\Sigma}} \quad (1.140)$$

Метрологічною відмовою називають вихід метрологічних характеристик ЗВТ за межі встановлених норм. Метрологічна надійність ЗВТ встановлюється експериментальним шляхом, в ході випробувань ЗВТ на метрологічну надійність. Для випробувань відбирається n ЗВТ конкретного типу. У кожного конкретного екземпляра ЗВТ визначаються індивідуальні значення метрологічних характеристик, а потім закони розподілу цих значень та їх числові характеристики. Для більшості ЗВТ сумарний закон розподілу ймовірності досліджуваної метрологічної характеристики є нормальним. Оцінку середнього значення ймовірності можна визначити за формулою

$$\bar{q}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} q_i}{n_1} \quad (1.141)$$

Її дисперсія оцінюється за формулою

$$S_{q_1}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (q_i - \bar{q}_1)^2}{n_1 - 1} \quad (1.142)$$

При правильному нормуванні середнє арифметичне значення має збігатися з номінальним значення досліджуваної метрологічної характеристики, а максимальні та мінімальні межі, в яких повинна знаходитись конкретна метрологічна характеристики будь-якого ЗВТ даного типу, встановлюються симетричними номінальному значенню.

На практиці часто використовують спрощену методику визначення міжповірного інтервалу (МПІ), який визначається за формулою:

$$T_{\text{МПІ}} = \frac{\ln(1 - P_{\text{М.відм}}(t))}{\ln P_{\text{М}}(t)}, \quad (1.143)$$

де $P_{\text{М}}(t)$ – метрологічна вірогідність безвідмовної роботи;

$P_{\text{М.відм}}(t)$ – вірогідність метрологічної відмови за час між повірками, що визначається за встановленими довідниковими значеннями (табл. 1.5).

Таблиця 1.5 – Значення допустимих вірогідостей метрологічної відмови

Для ЗВТ, що використовуються при:	Значення допустимої ймовірності метрологічної відмови
технічних вимірюваннях	0,2 ... 0,1
передачі інформації про розмір одиниці	0,15 ... 0,005
особливо важливих та відповідальних вимірюваннях	0,003 ... 0,001

Як показує досвід, в матеріалах розробників ЗВТ, поданих на випробування з метою затвердження типу, часто відсутня достовірна інформація про нестабільність засобу вимірювання, що необхідна для обґрунтованого присвоєння первинного міжповірного інтервалу (МПІ) ЗВТ. У цих випадках для його орієнтовної оцінки можна скористатися нормованими значеннями показників надійності, що вказані в технічних умовах (ТУ) на засіб вимірювальної техніки.

1.9.1 Метрологічна вірогідність безвідмовної роботи. Якщо вдається визначити, хоча б орієнтовно, середню частку q метрологічних відмов в загальному потоці відмов ЗВТ, то оцінюють вірогідність роботи ЗВТ без метрологічних відмов $P_{\text{М}}(t)$ за час (напрацювання) t за формулою

$$P_{\text{М}}(t) = 1 - q[1 - P(t)], \quad (1.144)$$

де $P(t)$ – вірогідність безвідмовної роботи ЗВТ (технічна) за час напрацювання t .

Якщо середню частку метрологічних відмов q визначити не вдається, то беруть $P_{\text{М}}(t) = P(t)$.

На підставі матеріалів, наданих на випробування, визначають СКВ σ_0 розподілу похибки градування ЗВТ при випуску з виробництва, межу Δ_H допустимої похибки (нестабільності) ЗВТ, що пронормована в технічних умовах (ТУ), межу Δ_E допустимої похибки (нестабільності) ЗВТ в реальних умовах експлуатації (відповідно до вимог державної (міждержавної) повірної схеми).

Встановлюють відповідно до критеріїв значення вірогідності метрологічної справності $P_{м.с.}$ чи довірчої вірогідності P .

Як критерії при встановленні МПІ слід вибирати показники метрологічної надійності або стабільності ЗВТ. Вид критерію визначається способом повірки ЗВТ.

При повірці, що полягає у встановленні дійсних значень ЗВТ або його градуванні, критерієм є межа допустимих значень довірчих меж нестабільності ЗВТ за МПІ при заданій довірчій вірогідності P .

При повірці, що полягає у визначенні придатності до застосування ЗВТ за критерієм стабільності (із забракуванням екземплярів, зміна дійсних значень або градувальної характеристики яких за МПІ перевищує встановлену межу допустимої нестабільності) та подальшому встановленні його дійсного значення. В такому випадку показником метрологічної надійності є межа допустимих значень вірогідності метрологічної справності ЗВТ в момент повірки $P_{м.с.}$.

При повірці, що полягає у визначенні придатності до застосування ЗВТ за критерієм точності (із забракуванням екземплярів, дійсні значення характеристик похибок яких перевищують встановлені межі допустимих значень), показником метрологічної надійності також є вірогідність метрологічної справності $P_{м.с.}$.

В припущенні про симетричність закону розподілу похибок оцінити міжповірочний інтервал T_1 можна за формулою

$$T_1 = t \frac{\ln\left(\frac{\Delta_E}{\lambda_P \sigma_0}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta_H}{\lambda_{P_{м.с.}(t)} \sigma_0}\right)}, \quad (1.145)$$

де λ_P – коефіцієнт нормального розподілу, що відповідає ймовірності $P(t)$ або $P_{м.с.}(t)$;

$\lambda_{P_{м.с.}(t)}$ – коефіцієнт нормального розподілу, що відповідає вірогідності метрологічної справності $P_{м.с.}$.

Прийнявши припущення про те, що випадковий процес зміни в часі похибки ЗВТ полягає в лінійній зміні середнього значення похибки (за сукупністю ЗВТ даного типу) при незмінному СКВ розподілу похибки σ , оцінка МПІ T_2 визначається за формулою

$$T_2 = t \frac{\Delta_E - \lambda_P \sigma_0}{\Delta_H - \lambda_{P_{MC}(t)} \sigma_0}. \quad (1.146)$$

За знайденими МПІ T_1 і T_2 встановлюють кінцевий міжповірний інтервал ЗВТ $T = \min[T_1, T_2]$.

Приклад 1.10. Нормують $P_M(t) = 0.95$ за напрацювання $t = 1000$ год. Середнє завантаження ТЗ – 80 год. в місяць. СКВ $\sigma_0 = 0.2\Delta_H$, а $\Delta_E = 0,8\Delta_H$.
Визначіть МПІ T за умови, що $P_{M.C.}(T) = 0.90$.

Розв'язування:

При інтенсивності експлуатації ЗВТ 80 год. в місяць і напрацюванні 1000 год. календарний строк експлуатації складає 1 рік. Квантилі нормального розподілу відповідно до довідникових даних складають $\lambda_{0,95} = 2$, $\lambda_{0,90} = 1,645$. Підставивши ці дані в рівняння (1.131) та (1.132), отримуємо:

$$T_1 = 1 \frac{\ln\left(\frac{0.8\Delta_H}{1.645 \cdot 0.2\Delta_H}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta_H}{2 \cdot 0.2\Delta_H}\right)} = 0.97 \cong 1 \text{ рік};$$

$$T_2 = 1 \frac{(0.8 - 1.645 \cdot 0.2)\Delta_H}{(1 - 2 \cdot 0.2)\Delta_H} = 0.8 \text{ року}.$$

Отже, МПІ T приймаємо рівним $T = \min[1, 0.8] = 0.8$ року, що відповідає 10-ти місяцям.

1.9.2 Середній час до першої метрологічної відмови. Якщо вдається визначити, хоча б приблизно, середню долю q метрологічних відмов в загальному потоці відмов ЗВТ даного типу, то оцінюють середній час (середнє напрацювання) до першої метрологічної відмови $T_{ср.м}$

$$T_{ср.м} = \frac{1}{q} [T_{ср.в} - T_{ср.в} (1 - q)], \quad (1.147)$$

де $T_{ср.в}$ – середній час ТЗ до першої раптової відмови (визначається структурним розрахунком надійності ТЗ за даними про інтенсивність відмов його елеметрів).

Якщо q невідомо, то приймають $T_{ср.м} = T_{ср.}$

На підставі матеріалів, наданих на випробування, визначають СКВ σ_0 розподілу похибки градуювання ЗВТ при випуску з виробництва, межу Δ_H допустимої похибки (нестабільності) ЗВТ, що пронормована в ТУ, межу Δ_E допустимої похибки (нестабільності) ЗВТ в реальних умовах його експлуатації.

Для оцінки МПІ T_1 приймають припущення про симетричність розподілу похибки ЗВТ відносно нуля і МПІ розраховується за формулою

$$T_1 = T_{\text{ср.м}} \frac{\ln\left(\frac{\Delta_E}{\lambda_P \sigma_0}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta_H}{\sigma_0} + 0.635\right)}. \quad (1.148)$$

Потім в припущенні про лінійний випадковий процес оцінюється МПІ T_2 за формулою

$$T_2 = T_{\text{ср.м}} \frac{\Delta_E - \lambda_P \sigma_0}{\Delta_H}. \quad (1.149)$$

Кінцевий МПІ береться рівним $T = \min[T_1, T_2]$.

Приклад 1.11. Нормується $T_{\text{ср.м}} = 3500$ год. Середнє завантаження ТЗ -7 год. на добу. Відомо, що СВК $\sigma_0 = 0.3\Delta_H$, $\Delta_E = \Delta_H$. Визначіть МПІ T з умови, що $P_{\text{м.с.}}(T) = 0.90$.

Розв'язування:

При інтенсивності експлуатації ТЗ 7 год. на добу і напрацюванні 3500 год. календарний строк експлуатації складає 2 роки. Квантиль нормального розподілу $\lambda_{0,90} = 1,645$.

Тому, при підстановці даних в рівняння (1.134) і (1.135) отримаємо:

$$T_1 = 2 \frac{\ln\left(\frac{\Delta_H}{1.645 \cdot 0.3\Delta_H}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta_H}{0.3\Delta_H} + 0.635\right)} = 1.03 \text{ року};$$

$$T_2 = 2 \frac{\Delta_H - 1.645 \cdot 0.3\Delta_H}{\Delta_H} = 1 \text{ рік.}$$

Отже, беремо МПІ $T = \min[T_1, T_2] = 1$ рік.

1.10 Надійність програмного забезпечення

Дослідження в області програмної надійності знаходяться на початковому етапі свого розвитку.

Доцільно виділити дві сторони програмного забезпечення об'єкта: **програмну надійність об'єкта** – властивість об'єкта, виконувати задані функції, обумовлені якістю програмного забезпечення; **надійність програмного забезпечення** – властивість програмного забезпечення виконувати висунуті до нього вимоги.

Програмна надійність ТЗ виявляється при спільній роботі апаратури і програми. Вона характеризує здатність ТЗ виконувати задані функції при умові, що програма буде знаходитися в тому або іншому стані.

Надійність програмного забезпечення характеризує якісний стан програми. Її іноді називають правильністю програми, коректністю програми, надійністю програми.

Програмна надійність об'єкта – це те, що цікавить користувача програми. Для її забезпечення необхідно, щоб програма була правильною, коректною, надійною, тобто щоб вона не містила помилок. Може виявитись, що деякі з помилок зовсім не виявляться при роботі об'єкта або, навпаки, при роботі об'єкта виявляться додаткові помилки програми. Проте очевидно, що необхідною умовою надійної роботи об'єкта є коректність програм, тобто відсутність в них помилок.

Програмна надійність стає особливо актуальною, коли програми є самостійним продуктом. В цьому випадку вони виготовляються, перевіряються і піддаються випробуванням так само, як звичайні об'єкти.

1.10.1 Порівняльні характеристики програмних і апаратних відмов. Програмні відмови ТЗ і апаратні відмови мають багато спільного, але й багато в чому відрізняються. Спільне в них таке:

- а) невиконання об'єктом заданих функцій;
- б) проміжки часу до відмов і проміжки часу усунення відмов носять випадковий характер;
- в) методи обробки статистичних даних про відмови однакові, а тому статистичні оцінки показників надійності апаратної та програмної, отримані за наслідками випробувань і експлуатації, можуть бути однаковими в своїй назві: середнє напрацювання об'єкта на програмну відмову, інтенсивність програмних відмов об'єкта та ін. Можливі і об'єднані (комплексні) оцінки: середнє напрацювання об'єкта на програмну і апаратну відмову та ін.

Разом з тим відмови програмні відрізняються від відмов апаратних:

а) відмова апаратна залежить або від часу, або від об'єму виконаної роботи, а відмова програмна – від тієї функції, яку виконує ТЗ під управлінням програми (точніше, від того, з якою вірогідністю програма вийде на таку ділянку, що містить помилку);

б) виявлення і усунення апаратної відмови (заміною елемента, що відмовив, справним) не означає, що така ж відмова не повториться при подальшій роботі ТЗ, а виявлення і усунення відмови програмного забезпечення означає, що така відмова надалі не повториться;

в) програмна відмова, що виявляється при автономній перевірці програми, може переходити в розряд недіючих, якщо стан апаратури робить її нечутливою до даного виду програмної відмови. Наприклад, якщо в програмі помилково не передбачений програмний захист від апаратного збою, то це програмна відмова, але якщо при цьому в апаратурі не виникає збою, то відмова програмна стає недіючою;

г) прогнозувати виникнення апаратних відмов порівняно легко, а прогнозувати виникнення окремих програмних відмов важко, а часто і неможливо. Для окремих програмних відмов важко передбачати час, коли вони стають такими, що діють, а коли – недіючими;

д) апаратні відмови доцільно підрозділяти на раптові і поступові, тобто відмови, різні за своєю фізичною природою, за законами розподілу часу до відмови, за методами боротьби щодо зниження їх вірогідності. Програмні ж відмови немає сенсу ділити на раптові і поступові. Вони виникають раптово, як тільки програма переходить на таку ділянку, яка містить помилку. В той же час вони за природою своєю не збігаються з раптовими апаратними відмовами. Вірогідність їх виникнення не пов'язана з тривалістю роботи ТЗ, а пов'язана з умовною вірогідністю того, що програма містить помилку в даній частині програми, і вірогідністю того, що ТЗ працюватиме під управлінням цієї частини програми.

1.10.2 Перевірка і випробування програм. Випробування програм на надійність і випробування ТЗ на надійність їх програмного забезпечення – обов'язкові етапи при перевірці надійності програмно-апаратних систем.

Випробування з метою перевірки надійності програм здійснюються за допомогою спеціальних програм (тестування) і спеціальних (імітаційних) стендів. Перевіряється при цьому ступінь відпрацювання програми і її відповідність заданим вимогам.

Випробування з метою перевірки надійності ТЗ, що працюють під управлінням програмного забезпечення, здійснюються при спільній роботі програми і ТЗ. Перевіряються при цьому і ступінь відпрацювання програми відповідно до заданих вимог, і коректність цих вимог, і узгодженість взаємодій програми і апаратури.

Ступінь відпрацювання програми може перевірятися різними методами. Чим вища вимога до вірогідності перевірки, тим складніший метод перевірки.

Розглянемо один з найбільш простих методів. В процесі перевірки коректності програми фіксуються інтервали часу виявлення помилок в програмі. Результати перевірки обробляються при таких припущеннях:

а) помилки програми незалежні. Кожного разу після виявлення вони усуваються і надалі не виявляються;

б) інтенсивність помилок зменшується в процесі їх виявлення і усунення (тобто ступінчасто, як показано на рисунку 1.7).

Статистична інтенсивність програмних помилок визначається так само, як інтенсивність апаратних відмов за формулою:

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t n(t)}, \quad (1.150)$$

де $n(t)$ – кількість ідентичних програм, які не відмовили до моменту часу t ;

$\Delta n(t)$ – кількість ідентичних відмовивших програм на інтервалі часу $(t, t+\Delta t)$.

Виявлення і усунення помилок проводиться до тих пір, поки значення $\lambda(t_n)$ буде меншим заданого значення. Задане значення $\tilde{\lambda}(t_n)$ призначається з урахуванням вимог до надійності ТЗ. Орієнтовно можна

виходити з того, що інтенсивність програмних помилок, що призводять до відмови, на етапі налагоджувальних випробувань повинна бути не більша інтенсивності апаратних відмов.

Положення про те, що при створенні програмного забезпечення великих систем можливе виникнення помилок і що виявлення програмних помилок – надзвичайно важка задача, не тільки не повинно обеззброювати розробників систем, а навпаки, повинно орієнтувати їх на максимальне зосередження сил для ліквідації програмних відмов.

Вплив програмних помилок на надійність ТЗ повинно безперервно зменшуватися з кожним новим етапом освоєння програм (розробка – відлагодження – дослідницька експлуатація – нормальна експлуатація) так, щоб на етапі нормальної експлуатації об'єкта програмна надійність його була на рівні заданих вимог.

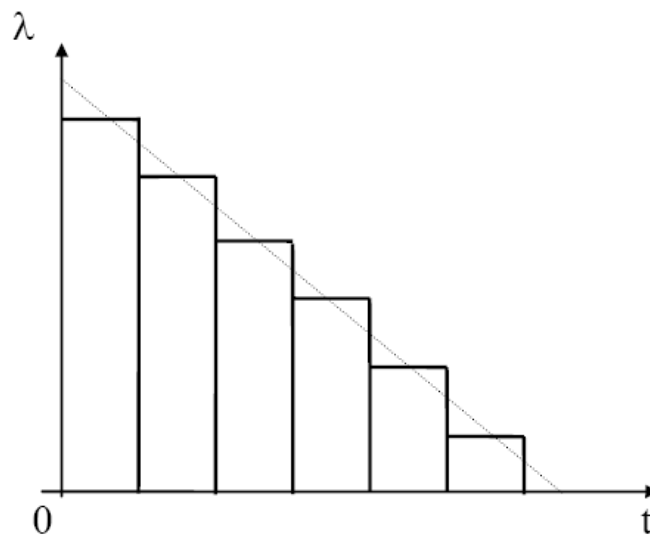


Рисунок 1.7 – Характеристика зміни інтенсивності помилок програмного забезпечення

1.10.3 Основні проблеми дослідження надійності програмного забезпечення. У складному програмно-керованому технічному засобі будь-якого типу можна виділити дві основні, відносно незалежні частини:

1. Сукупність автономно, паралельно працюючих технічних схем і засобів – **апаратна частина**.

2. Сукупність програм, орієнтованих на рішення конкретного комплексу завдань, які є математичним забезпеченням ТЗ, утворюють **програмну частину** (операційна система і робочі програми користувачів).

При загальному аналізі характеристик ТЗ (його надійності) потрібно враховувати, що якщо апаратна частина жорстко задана, незмінна і її надійність може бути забезпечена на необхідному рівні, то програмна частина у кожному окремому випадку може мати ряд модифікацій, є

достатньо гнучкою, змінною частиною ТЗ і в забезпеченні сукупної надійності засобу визначає найбільшу кількість помилок.

До основних проблем дослідження надійності програмного забезпечення (ПЗ) відноситься:

1. Розробка методів оцінювання і прогнозування надійності ПЗ на основі сукупності кількісних показників і характеристик, ідентичних показникам апаратної надійності.

2. Визначення чинників, що впливають на досягнення заданого рівня надійності ПЗ.

3. Розробка методів, що забезпечують досягнення заданого рівня надійності ПЗ.

4. Вдосконалення методів підвищення надійності ПЗ в процесі проектування і експлуатації.

Ефективний спосіб підвищення надійності ПЗ – використання методів структурного проектування програм, оскільки залежно від структури ПЗ наслідки окремих помилок можуть бути легко виявлені, локалізовані і виправлені на деякій невеликій ділянці програми або розповсюдитися на інші рівні та модулі ПЗ.

1.10.4 Критерії оцінки надійності програмних засобів. Всі існуючі показники надійності програмних засобів можна розбити на дві великі групи:

- а) кількісні показники надійності ПЗ;
- б) якісні показники надійності ПЗ.

Не розглядаючи якісні характеристики надійності, які достатньо детально досліджені в [11 – 13], зупинимося детальніше на можливості використання кількісних показників для оцінки і прогнозування надійності ПЗ.

Найзручніше як кількісні показники використовувати статистичні (ймовірнісні) критерії добре розробленої теорії надійності електронної апаратури. Слід враховувати, що оцінювання надійності ПЗ на основі статистичної теорії надійності апаратури можливе в межах деяких обмежень, що враховують специфіку ПЗ як певного виду продукту людської праці.

Можна виділити такі характеристики і кількісні показники надійності ПЗ:

1. **Безвідмовність.** Кажучи про безвідмовність ПЗ, що характеризує здатність ПЗ виконувати задані функції в заданих умовах експлуатації ТЗ, вважатимемо, що відмова програми – це результат прояву прихованої помилки. Слід мати на увазі, що вхідні дані і дані, створювані програмою, не є елементами ПЗ, оскільки їх надійність пов'язана з роботою зовнішніх пристроїв і апаратної частини ТЗ. Тільки константи, що вводяться програмістом, вважаються частиною ПЗ.

Для невідновлюваних в ході експлуатації програм узагальненою характеристикою надійності (безвідмовності) є вірогідність безвідмовної роботи $P(t)$, яка характеризує вірогідність того, що за час t відмови не відбудеться:

$$P(t) = P(T \geq t) = 1 - q(t), \quad (1.151)$$

де T – час роботи ПЗ до відмови або напрацювання ПЗ до відмови (T – випадкова величина);

$q(t)$ – вірогідність відмови ПЗ.

З (1.151) можна визначити функцію інтенсивності відмов ПЗ за формулою

$$\lambda(t) = -\frac{d \ln P(t)}{dt}. \quad (1.152)$$

Середній час напрацювання до настання відмови (середній час безвідмовної роботи) визначається як математичне сподівання часового інтервалу між двома послідовними порушеннями роботоздатності ПЗ:

$$m_t = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (1.153)$$

Для експоненційного закону розподілу відмов:

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \quad m_t = \frac{1}{\lambda}. \quad (1.154)$$

Оскільки програми мають явно виражені виробничі цикли роботи, то напрацювання програми може бути виражене або через календарний час, або через машинний час, або через кількість відпрацьованих операторів, вирішених задач та ін.

Один із способів оцінювання m_t - спостереження за поведінкою програми у певний часовий період. Тоді величину середнього часу між відмовами (збоями) ПЗ можна визначити так:

$$m_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{H}{n - r}, \quad (1.155)$$

де n – загальна кількість прогонів ПЗ;

r – кількість прогонів ПЗ без помилок;

H – загальна кількість годин успішного прогону програми, що визначається за формулою:

$$H = \sum_{i=1}^r T_i - \sum_{j=1}^n t_j, \quad (1.156)$$

де T_i – час безперервного прогону в годинах безпомилкової роботи ПЗ;

t_j – час прогону в годинах до прояви помилки ПЗ;

$k = n - r$ – кількість прогонів з помилками.

Вважаючи кількість помилок постійним, можна обчислити інтенсивність відмов ПЗ, зведену до однієї години роботи λ^1 , і середній час між сусідніми відмовами ПЗ:

$$\lambda^1 = \frac{n-r}{H} = \frac{1}{H}; \quad (1.157)$$

$$m^1_t = \frac{1}{\lambda^1} = \frac{H}{k}. \quad (1.158)$$

Класифікуючи відмови ПЗ за видами відмов – апаратні, програмні, оператора та ін. можна визначити частинні (зважені) інтенсивності відмов за відповідними видами помилок – $\lambda^1_{ап}$, $\lambda^1_{пр}$, $\lambda^1_{оп}$ та ін., а загальна надійність визначається як сума цих інтенсивностей. Такий підхід може значно полегшити збір статистичних даних відповідних видів відмов на основі незалежного аналізу програмних засобів різних типів.

У випадку, якщо в ході експлуатації можливе коректування ПЗ або відновлення програми після відмови, викликаної дією перешкод (збоїв) від непрограмних джерел, а час відновлення достатньо малий порівняно з часом між відмовами чи збоями, то узагальненою характеристикою безвідмовності ПЗ є інтенсивність потоку відмов в часі $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \frac{dH(t)}{dt}; \quad (1.159)$$

$$T_\omega = \frac{t}{H(t)}, \quad (1.160)$$

де $H(t)$ – середнє число відмов за час t ;

T_ω – середній час напрацювання між двома відмовами.

Для програм, час коректування яких приблизно дорівнює часові між відмовами, узагальненою характеристикою безвідмовності є функція коефіцієнта готовності $K_r(t)$, залежного від часу. Показник готовності характеризує вірогідність застати ТЗ в заданий момент часу в роботоздатному стані.

2. Стійкість. Стійкість ПЗ визначає здатність ТЗ виконувати задані функції в умовах дії перешкод (помилки, збоїв, відмов), що виникають в непрограмних джерелах (технічне забезпечення, початкові дані). При оцінюванні стійкості ПЗ повинні бути задані параметри навколишнього середовища, по відношенню до якого оцінюється стійкість програм.

Показники стійкості – це показники безвідмовності, але з використанням умовних вірогідностей. Умовою, при якій обчислюється вірогідність, є відмова (збій) в програмі або апаратурі.

Для невідновлюваних (некоректованих) програм узагальненим показником стійкості служить умова вірогідності безвідмовної роботи:

$$P_y(t) = [P(T \geq t)]P(A), \quad (1.161)$$

де $P(A)$ – вірогідність помилки (збою) програми або відмови апаратури.

Безвідмовність і стійкість – динамічні характеристики, тобто вони характеризують надійність ПЗ в процесі його роботи.

3. Коректовність. Цей показник надійності ПЗ аналогічний до показника ремонтпридатності ТЗ, він характеризує пристосованість ПЗ до

пошуку і усунення помилок і внесення в нього змін в ході експлуатації. Він використовується для характеристики відновлюваних в ході експлуатації програм. Показники коректовності: час коректування T_k , вірогідність коректування програми за заданий час $P_k(t)$, коефіцієнт готовності K_r , параметр потоку коректувань $\omega_k(t)$.

4. Захищеність і довговічність. Додатковими характеристиками надійності ПЗ є показник захищеності від сторонніх втручань в роботу ПЗ і показник довговічності, що характеризує властивості програм уникати морального старіння при тривалому використанні. Захищеність характеризується вірогідністю внесення спотворень при сторонньому втручанні, а довговічність – часом відмови ПЗ унаслідок морального старіння.

Залежно від умов застосування ПЗ можна виділити три режими його роботи:

а) програма не коректується, і будь-яка відмова є повною, тобто після відмови ПЗ не відновлюється. Основні показники надійності для цього режиму роботи програм – безвідмовність, стійкість (firmness) і захищеність (protected);

б) програма не коректується, проте після відмови ПЗ технічний засіб продовжує функціонувати правильно. Основні показники надійності – безвідмовність, стійкість, захищеність і довговічність;

в) після кожної відмови ПЗ коректується, відлагоджується і лише після цього знову здається в експлуатацію. Основні показники надійності – безвідмовність, стійкість, коректуємість, захищеність, а також втрати часу.

1.10.5 Математичні моделі надійності комплексів програм

Математичні моделі дозволяють оцінювати характеристики помилок в програмах і прогнозувати їх надійність при проектуванні і експлуатації. Моделі мають ймовірнісний характер, і достовірність прогнозів залежить від точності початкових даних і глибини прогнозування за часом. Ці математичні моделі призначені для оцінки:

- показників надійності комплексів програм в процесі відлагодження;
- кількості помилок, що залишилися невиявленими;
- часу, необхідного для виявлення наступної помилки в функціонуючій програмі;
- часу, необхідного для виявлення всіх помилок із заданою вірогідністю.

Використання моделей дозволяє ефективно і цілеспрямовано проводити відлагодження і випробування комплексів програм, допомагає приймати раціональне рішення про час припинення налагоджувальних робіт.

В даний час запропонований ряд математичних моделей, основними з яких є:

- експоненціальна модель зміни помилок залежно від часу відлагодження;
- модель, що враховує дискретно понижувальну частоту появи помилок як лінійну функцію часу тестування і випробувань;
- модель, що базується на розподілі Вейбулла;
- модель, заснована на дискретному гіпергеометричному розподілі.

При обґрунтуванні математичних моделей висуваються деякі гіпотези про характер проявів помилок в комплексі програм. Найбільш обґрунтованими є припущення, на яких базується перша експоненціальна модель зміни помилок в процесі відлагодження і які полягають в такому:

а) будь-які помилки в програмі є незалежними і виявляються у випадкові моменти часу;

б) час роботи між помилками визначається середнім часом виконання команди на ЕОМ і середнім числом команд, що виконуються між помилками. Це означає, що інтенсивність прояву помилок при реальному функціонуванні програми залежить від середньої швидкодії ЕОМ;

в) помилка, що є причиною спотворення результатів, фіксується і виправляється після завершення тестування або взагалі не виявляється.

З цих властивостей виходить, що за нормальних умов експлуатації кількість помилок, що виявляються в деякому інтервалі часу, розподілені за законом Пуассона. А тривалість безперервної роботи між спотвореннями розподілена експоненціально.

Припустимо, що на початку відлагодження комплексу програм при $\tau = 0$ в ній містилося N_0 помилок. Після відлагодження за інтервал часу τ залишилося n_0 помилок і усунуено n помилок ($n_0 + n = N_0$). При цьому час τ відповідає тривалості виконання програм на обчислювальному засобі для виявлення помилок і не враховує простоїв ТЗ, необхідних для аналізування результатів і проведення коректувань.

Інтенсивність виявлення помилок в програмі $dn/d\tau$ і абсолютна кількість усунених помилок пов'язані рівнянням:

$$\frac{dn}{d\tau} + bn = bN_0, \quad (1.162)$$

де b – коефіцієнт пропорційності.

Якщо припустити, що на початку відлагодження при $\tau = 0$ помилки відсутні, то розв'язок рівняння (1.162) має вигляд:

$$n = N_0 [1 - \exp(-b\tau)]. \quad (1.163)$$

Кількість помилок, що залишилися, в комплексі програм

$$n_0 = N_0 - n = N_0 \exp(-b\tau),$$

пропорційна інтенсивності виявлення $dn/d\tau$ з точністю до коефіцієнта b .

Час безвідмовної роботи програм до відмови T або напрацювання на відмову, який розглядається як знайдене спотворення програм, даних чи обчислювального процесу, що порушують роботоздатність, дорівнює величині, зворотній інтенсивності виявлення відмов (помилко):

$$T = \frac{1}{dn/d\tau} = \frac{1}{bN_0} \exp(b\tau). \quad (1.164)$$

Якщо врахувати, що до початку тестування в комплексі програм містилося N_0 помилок і цьому відповідало напрацювання до відмови T_0 , то функцію напрацювання до відмови від тривалості перевірок можна записати в такому вигляді:

$$T = T_0 \exp\left(\frac{\tau}{N_0 T_0}\right). \quad (1.165)$$

Якщо відомі моменти виявлення помилок t_i і кожного разу в ці моменти виявляється і достовірно усувається одна помилка, то, використовуючи метод максимальної правдоподібності, можна отримати рівняння для визначення значення початкової кількості помилок N_0 :

$$\sum_{i=1}^n \frac{n}{N_0 - (i-1)} = \frac{n \sum_{i=1}^n t_i}{N_0 \sum_{i=1}^n t_i - \sum_{i=1}^n (i-1)t_i}, \quad (1.166)$$

а також вираз для розрахунку коефіцієнта пропорційності

$$b = \frac{n}{N_0 \sum_{i=1}^n t_i - \sum_{i=1}^n (i-1)t_i}. \quad (1.167)$$

В результаті можна розрахувати кількість помилок, що залишилися в програмі, і середнє напрацювання до відмови $T_{cp} = 1/\lambda$, тобто отримати оцінку часу до виявлення наступної помилки.

В процесі відлагодження і випробувань програм для підвищення напрацювання до відмови від T_1 до T_2 необхідно виявити і усунути Δn помилок. Величина Δn визначається співвідношенням:

$$\Delta n = N_0 T_0 \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right]. \quad (1.168)$$

Вираз для визначення затрат часу $\Delta\tau$ на проведення відлагодження, що дозволяє усунути Δn помилок і відповідно підвищити напрацювання до відмови від значення T_1 до T_2 має вигляд:

$$\Delta\tau = \frac{N_0 T_0}{b} \ln(T_2/T_1). \quad (1.169)$$

Друга модель побудована на основі гіпотези про те, що частота прояву помилок (інтенсивність відмов) лінійно залежить від часу

випробування t_i між моментами виявлення послідовних i -ої та $(i - 1)$ -ої помилок:

$$\lambda(t_i) = b[N_0 - (i - 1)]t_i, \quad (1.170)$$

де N_0 – початкова кількість помилок;

b – коефіцієнт пропорційності, що забезпечує рівність одиниці площі під кривою вірогідності виявлення помилок.

Для оцінки напрацювання до відмови виходить вираз, який відповідає розподілу Релея:

$$P(t_i) = \exp\left\{-b[N_0 - (i - 1)]\frac{t_i^2}{2}\right\}, \quad (1.171)$$

де $P(t_i) = P(T \geq t_i)$.

З урахуванням рівняння (1.171) щільність розподілу часу напрацювання до відмови описується виразом:

$$f(t_i) = -P(t_i) = b[N_0 - (i - 1)]t_i \exp\left\{-b[N_0 - (i - 1)]\frac{t_i^2}{2}\right\}. \quad (1.172)$$

Використавши функцію максимальної правдоподібності, отримаємо оцінку для загальної кількості помилок N_0 і коефіцієнта b :

$$N_0 = \left[\frac{2n}{b} + \sum_{i=1}^n (i - 1)t_i^2 \right] \frac{1}{\sum_{i=1}^n t_i^2}; \quad (1.173)$$

$$b = \left[\sum_{i=1}^n \frac{2}{N_0 - (i - 1)} \right] \frac{1}{\sum_{i=1}^n t_i^2}. \quad (1.174)$$

Особливістю третьої моделі є облік ступінчастого характеру зміни надійності при усуненні чергової помилки. Як головна розглядається функція розподілу часу напрацювання до відмови $P(t)$. Якщо помилки не усуваються, то інтенсивність відмов є постійною, що приводить до експоненціальної моделі розподілу:

$$P(t) = \exp(-\lambda t).$$

Звідси щільність розподілу напрацювання до відмови T визначається за виразом:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t},$$

де $t > 0$, $\lambda > 0$ і $1/\lambda$ – середній час напрацювання до відмови, тобто $T_{cp} = 1/\lambda$.

Для апроксимації зміни інтенсивності від часу при виявленні і усуненні помилок використовується функція такого вигляду:

$$\lambda(t) = \lambda \beta t^{\beta-1}.$$

Якщо $0 < \beta < 1$, то інтенсивність відмов знижується при налагодженні або в процесі експлуатації. При такому вигляді функції $\lambda(t)$ щільність функції розподілу напрацювання до відмови описується двопараметричним розподілом Вейбулла:

$$f(t) = \lambda \beta t^{\beta-1} \exp(-\lambda t^\beta).$$

Розподіл Вейбулла досить добре відображає реальні залежності при розрахунку функції напрацювання до відмови.

Питання для самоконтролю

1. Дайте означення надійності та основних властивостей надійності ТЗ.
2. Перерахуйте основні терміни, що використовуються в теорії надійності відповідно до ГОСТу.
3. Перерахуйте основні показники метрологічної надійності засобів вимірювальної техніки.
4. Перерахуйте основні показники надійності невідновлюваних ТЗ.
5. Які показники надійності відновлюваних ТЗ найчастіше нормуються?
6. Наведіть вираз, за яким розраховується середнє напрацювання до першої відмови.
7. Наведіть вирази для визначення статистичних оцінок показників надійності невідновлюваних ТЗ.
8. Наведіть вирази, за якими розраховуються ймовірнісні оцінки коефіцієнта готовності та коефіцієнта вимушеного простою.
9. В чому основні відмінності показників довговічності і збережності?
10. Наведіть методику нормування показників метрологічної надійності.
11. Які характеристики надійності спільні, а які відмінні між програмними і апаратними показниками надійності?
12. Перерахуйте основні проблем дослідження надійності програмного забезпечення.
13. Які Ви знаєте кількісні показники надійності програмного забезпечення?
14. Наведіть математичні моделі для оцінювання надійності комплексів програм.
15. Як розраховується середній час до першої відмови при оцінюванні показників метрологічної надійності?
16. Як розраховують вірогідність безвідмовної роботи при оцінюванні показників метрологічної надійності?
17. Наведіть аналітичний вираз для визначення функції інтенсивності відмов програмного забезпечення.
18. За якою формулою розраховується загальна кількість годин успішного прогону програми?

Розділ 2 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

2.1 Залежність інтенсивності відмов від часу

Будь-який технічний засіб з початку і до кінця експлуатації має три найбільш характерних періоди роботи:

- 1) припрацювання ($0 < t < t_1$);
- 2) нормальна експлуатація ($t_1 < t < t_2$);
- 3) старіння чи знос ($t > t_2$) (рис. 2.1).



Рисунок 2.1 – Залежність інтенсивності відмов від часу роботи ТЗ

Період припрацювання характеризується високою інтенсивністю відмов, викликаних відхиленням від вимог конструкторсько-технологічної документації, що розподіляються за законом розподілу Вейбулла й усуваються за рахунок введення технологічного припрацювання («технологічного прогону»). Як видно з рис. 2.1 інтенсивність відмов на першому періоді монотонно зменшується.

Період нормальної експлуатації характеризується мінімальною і постійною інтенсивностями відмов. Ці відмови називаються **раптовими**, носять випадковий характер і розподіляються як правило за експоненціальним законом розподілу. Тут інтенсивність відмов залишається приблизно однаковою (див. рис. 2.1).

Період старіння або зносу характеризується різким збільшенням інтенсивності **зносних** відмов, що розподіляються за нормальним законом розподілу (законом Гаусса). На третьому періоді, як видно з рис. 2.1, інтенсивність відмов постійно зростає.

Виходячи з вище викладеного розглянемо детальніше найчастіше використовувані для розрахунку надійності ТЗ закони розподілу, що характеризують безперервні випадкові величини.

2.2 Розподіл Вейбулла

Розподіл Вейбулла (distributing of Veybulla) – двопараметричний закон розподілу випадкового напрацювання до відмови з параметрами: λ_0 , що визначає масштаб, і k , що визначає асиметрію.

Показники надійності при такому законі розподілу будуть визначатися так:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t^k}, \quad (2.1)$$

$$a(t) = -P'(t) = \lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k}, \quad (2.2)$$

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = \lambda_0 k t^{k-1}, \quad (2.3)$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right)}{\lambda_0^{1/k}}, \quad (2.4)$$

де $\Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right)$ – гамма-функція.

Гамма-функція визначається за виразом

$$\Gamma(X) = \int_0^{\infty} t^{X-1} e^{-t} dt. \quad (2.5)$$

Характеристика зміни ймовірності безвідмовної роботи, що залежить від часу напрацювання при перерозподілі відмов за законом Вейбулла, подана на рис. 2.2.

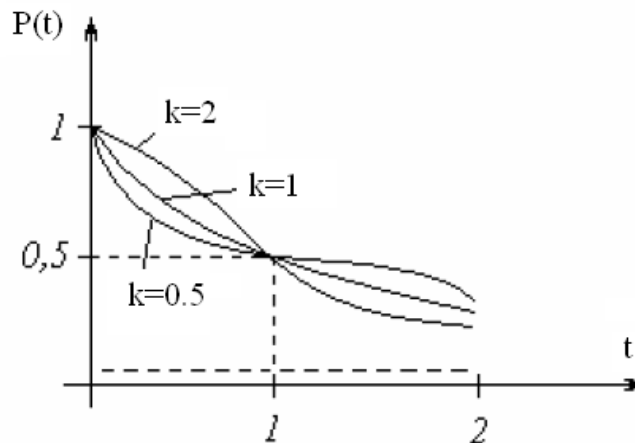


Рисунок 2.2 – Характеристика зміни ймовірності безвідмовної роботи для розподілу Вейбулла при $k=2$, $k=1$ та $k=0.5$

Дисперсія часу безвідмовної роботи для розподілу Вейбулла з урахуванням рівняння (1.12) описується виразом

$$\sigma_T^2 = \lambda_0^{-2/k} \left[\Gamma\left(\frac{2}{k} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{k} + 1\right) \right]. \quad (2.6)$$

Отже, інтенсивність відмов $\lambda(t)$, що розподілені за законом Вейбулла, при $k < 1$ – монотонно зменшується, при $k > 1$ – монотонно збільшується і при $k = 1$ – $\lambda = \text{const}$ (рис. 2.3).

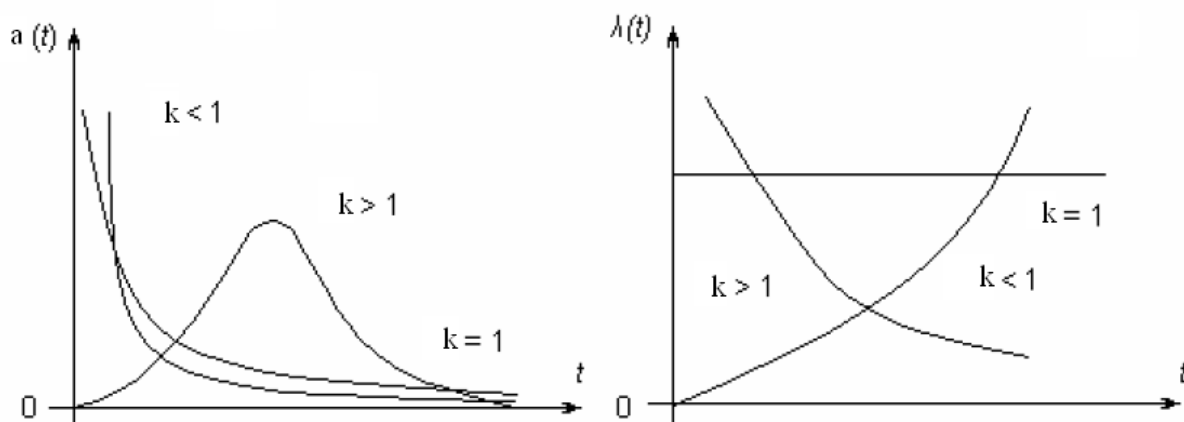


Рисунок 2.3 – Характеристики зміни частоти та інтенсивності відмов, що розподілені за законом Вейбулла

Приклад 2.1. Визначіть середнє напрацювання T_{cp} та інтенсивність відмов $\lambda(t)$ для ТЗ, час безвідмовної роботи якого розподілений за законом Вейбулла з параметрами $k = 1.5$, $\lambda = 10^{-4} \text{ год}^{-1}$ за час роботи $t = 100$ год.

Розв'язування:

Для розрахунку T_{cp} скористаємося формулою (2.4) для розподілу Вейбулла

$$T_{cp} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right)}{\lambda_0^{1/k}} = (10^{-4})^{-0,67} \Gamma(1,67).$$

Знайшовши з довідникової таблиці значення гамма-функції $\Gamma(1.67) = 0,9033$ і провівши нескладні розрахунки, отримуємо $T_{cp} = 418$ год.

Підставляючи у формулу (2.3) параметри розподілу Вейбулла k і λ , розрахуємо інтенсивність відмов ТЗ за час $t = 100$ год.:

$$\lambda(100) = \lambda k(100)^{k-1} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

2.3 Експоненційний розподіл

Експоненційний закон розподілу – однопараметричний закон з постійною інтенсивністю відмов ($\lambda_0 = \text{const}$). Він є частковим випадком розподілу Вейбулла при $k = 1$.

Ймовірність безвідмовної роботи, частота відмов і середнє напрацювання до відмови при експоненційному розподілі визначаються за формулами:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t}, \quad (2.7)$$

$$a(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}, \quad (2.8)$$

$$T_{cp} = 1/\lambda_0. \quad (2.9)$$

З виразу (2.3) випливає, що при $k=1$ інтенсивність відмов $\lambda(t) \equiv \lambda_0$. Саме тому експоненційний закон визначається тільки одним параметром λ_0 , що являє собою постійну інтенсивність відмов.

Заміняючи у виразі (2.7) λ_0 на $1/T_{cp}$, отримаємо

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_{cp}}}. \quad (2.10)$$

Ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі часу $t = T_{cp}$ при експоненційному розподілі дорівнює

$$P(T_{cp}) = e^{-1} = 0,368.$$

Дисперсія часу безвідмовної роботи для експоненційного закону розподілу розраховується за формулою

$$\sigma_T^2 = 2 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda_0 t} dt - \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} = T_{cp}^2. \quad (2.11)$$

Графік зміни ймовірності безвідмовної роботи від часу при експоненційному розподілі відмов зображено на рис. 2.4.

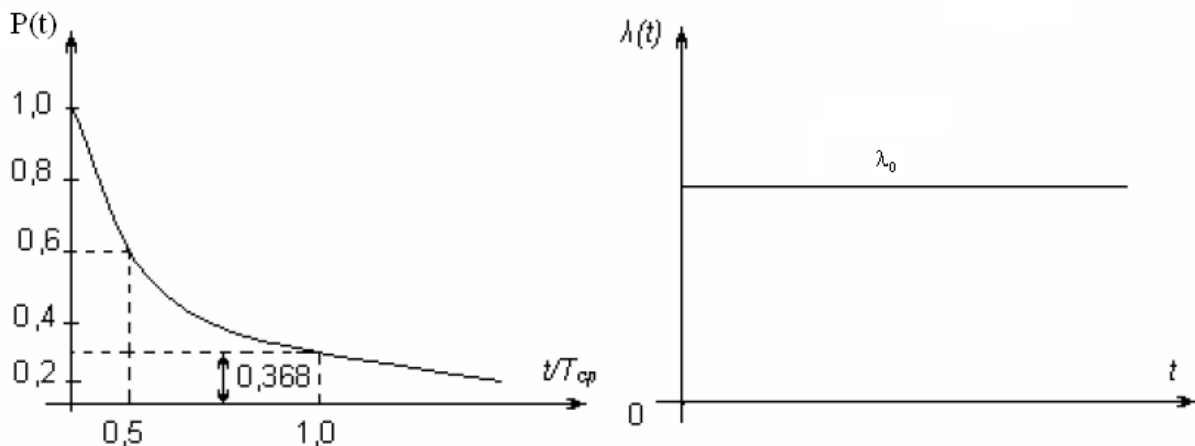


Рисунок 2.4 – Експоненційний розподіл ймовірності безвідмовної роботи та інтенсивності відмови

Знайдемо умовну ймовірність того, що для експоненційної моделі ТЗ пропрацює безвідмовно на інтервалі часу t , після того як він безвідмовно пропрацював на інтервалі T . В цьому випадку маємо

$$P(t/T) = \frac{P(t+T)}{P(T)} = \frac{e^{-\lambda_0(t+T)}}{e^{-\lambda_0 T}} = e^{-\lambda_0 t}. \quad (2.12)$$

Звідси випливає важливий висновок: для експоненційного закону розподілу ймовірності безвідмовної роботи розподіл часу безвідмовної роботи не залежить від того, скільки часу ТЗ пропрацював до початку відліку від моменту першого ввімкнення. Інші закони розподілу такої властивості не мають, оскільки в інших розподілах $\lambda_0 \neq \text{const}$, а залежить від часу.

Модель експоненційного розподілу широко використовується для апіорного аналізу надійності. При апіорному аналізі надійності необхідно проводити перевірку відповідності експоненційної моделі результатам випробувань.

Приклад 2.2. Напрацювання ТЗ до відмови описується експоненційним розподілом з параметром $\lambda_0 = 10^{-4}$ год⁻¹. Визначіть $P(t)$ і $a(t)$ ТЗ за час роботи $t = 2000$ год., а також визначіть середнє напрацювання $T_{\text{ср}}$.

Розв'язування:

Відповідно до формули (2.7) отримаємо

$$P(2000) = e^{\frac{-2000}{10^4}} = 0.819.$$

Відповідно до (2.8) отримаємо

$$a(2000) = 10^{-4} e^{\frac{-2000}{10^4}} = 8.19 \cdot 10^{-6} \text{ год}^{-1}.$$

На основі рівняння (2.9) середнє напрацювання до відмови складає

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 \text{ год.}$$

2.4 Розподіл Релея

При розподілі Релея ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі $(0; t)$ дорівнює

$$P(t) = e^{\frac{-t^2}{2r^2}}, \quad (2.13)$$

де r – параметр розподілу Релея, який одночасно є модою цього розподілу (рис. 2.5, а).

Мода неперервного розподілу – це точка максимуму щільності розподілу ймовірності $a(t)$. Мода дискретного розподілу – це таке спектральне значення η_m , при якому попереднє і наступне спектральні значення мають ймовірність, меншу ніж $P(\eta_m)$.

Щільність розподілу напрацювання до відмови дорівнює (рис. 2.5, б)

$$a(t) = -P'(t) = \frac{t}{r^2} e^{-\frac{t^2}{r^2}}. \quad (2.14)$$

Інтенсивність відмов дорівнює (рис. 2.5, в)

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = \frac{t}{r^2}. \quad (2.15)$$

Середній час безвідмовної роботи T_{cp} для розподілу Релея описується виразом

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} ta(t)dt = r\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1,253r. \quad (2.16)$$

Відповідно дисперсія часу безвідмовної роботи описується виразом

$$\sigma_T^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)r^2 = 0,429r^2. \quad (2.17)$$

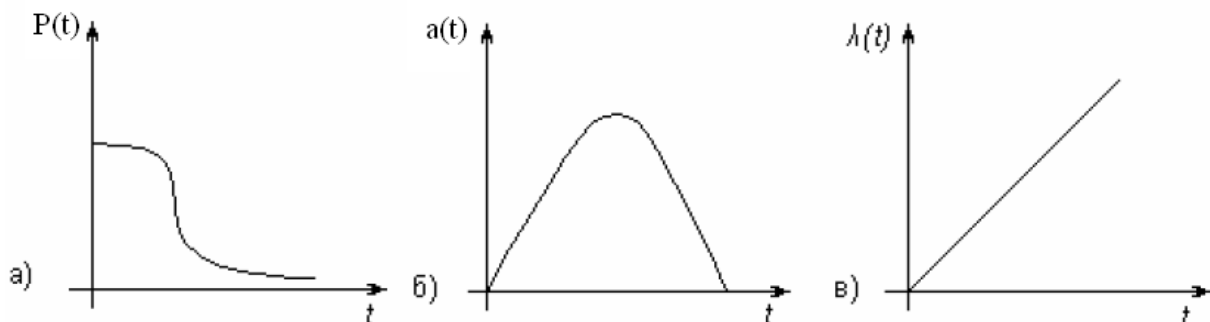


Рисунок 2.5 – Характеристики зміни ймовірності безвідмовної роботи, щільності розподілу напрацювання до відмови та інтенсивності відмови розподіленими за законом Релея

2.5 Гамма-розподіл

При гамма-розподілі щільність розподілу напрацювання до відмови описується виразом

$$a(t) = \frac{\lambda_0^r}{\Gamma(r)} t^{r-1} e^{-\lambda_0 t}, \quad (2.18)$$

де $\Gamma(r)$ – повна гамма-функція.

В теорії надійності гамма-розподіл, як правило, використовується при цілому значенні параметра r . Якщо $r = 1$, то гамма-розподіл перетворюється в експоненційний розподіл. Якщо r – ціле число більше 1, то гамма-розподіл є розподілом суми незалежних випадкових величин, кожна з яких має експоненційний розподіл.

Гамма-розподіл при цілому значенні r інколи називають *розподілом Ерланга*. Для такого розподілу ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі $(0; t)$ описується виразом (рис. 2.6, а):

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \quad (2.19)$$

Щільність розподілу напрацювання до відмови в цьому випадку описується виразом (рис. 2.6, б)

$$a(t) = \lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)!} e^{-\lambda_0 t} \quad (2.20)$$

Інтенсивність відмов визначається за формулою (2.6, в)

$$\lambda(t) = \lambda_0 \frac{(\lambda_0 t)^{r-1}}{(r-1)! \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}} \quad (2.21)$$

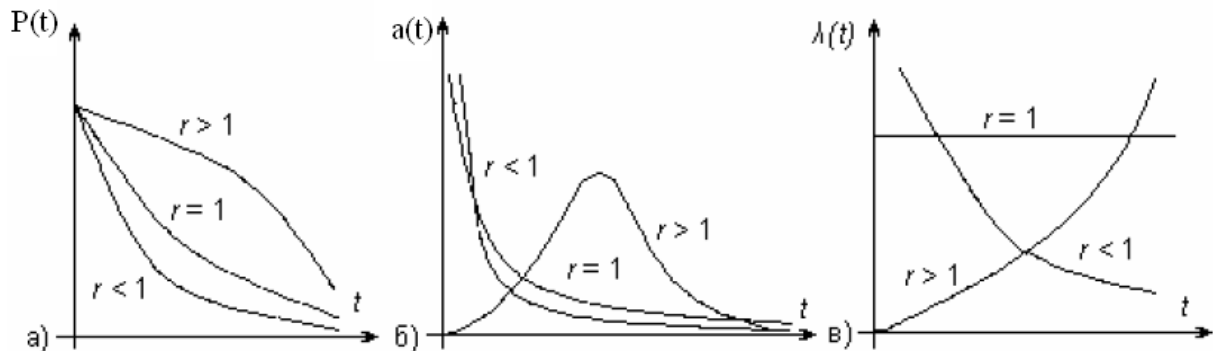


Рисунок 2.6 – Характеристики зміни гамма-розподілу: а) – функція надійності; б) – щільність розподілу напрацювання до відмови; в) – інтенсивність відмов

Середній час безвідмовної роботи і дисперсія часу безвідмовної роботи відповідно описуються виразами:

$$T_{cp} = \frac{r}{\lambda_0}, \quad (2.22)$$

$$\sigma_T^2 = \frac{r}{\lambda_0^2}. \quad (2.23)$$

При великих значеннях параметра r – гамма-розподіл наближається до нормального закону розподілу з параметрами: $\mu_{t_0} = rT_{cp}$, $\sigma_{T_0}^2 = r\sigma_T^2$.

Прикладом використання гамма-розподілу є резервна система, що складається з r однакових елементів. При цьому під навантаженням знаходиться один елемент. Інші елементи почергово автоматично вмикаються в роботу після відмови працюючого елемента. При експоненційному напрацюванні до відмови елементів їх сумарне напрацювання буде підпорядковуватися гамма-розподілу.

2.6 Нормальний розподіл

Нормальний закон розподілу (normal law of distributing) – це двопараметричний закон з параметрами розподілу: T – математичне сподівання і σ_T – СКВ (час безвідмовної роботи).

Ймовірність події в інтервалі часу від t_1 до t_2 визначається за формулою

$$P(t_1 < t < t_2) = \frac{1}{2} [\Phi(x_2) - \Phi(x_1)] = \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{t_2 - T_{cp}}{\sigma_T \sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{t_1 - T_{cp}}{\sigma_T \sqrt{2}}\right) \right], \quad (2.24)$$

де $\Phi(x)$ – інтеграл ймовірності (інтеграл Лапласа) виду

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (2.25)$$

При використанні центрованої і нормованої функції Лапласа $\Phi(z)$, де $z = (t - T_{cp}) / \sigma_T$, ймовірність безвідмовної роботи визначається за формулою

$$P(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t - T_{cp}}{\sigma_T}\right). \quad (2.26)$$

Щільність розподілу напрацювання до відмови при нормальному розподілі має вигляд (рис. 2.7)

$$a(t) = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t - T_{cp})^2}{2\sigma_T^2}}. \quad (2.27)$$

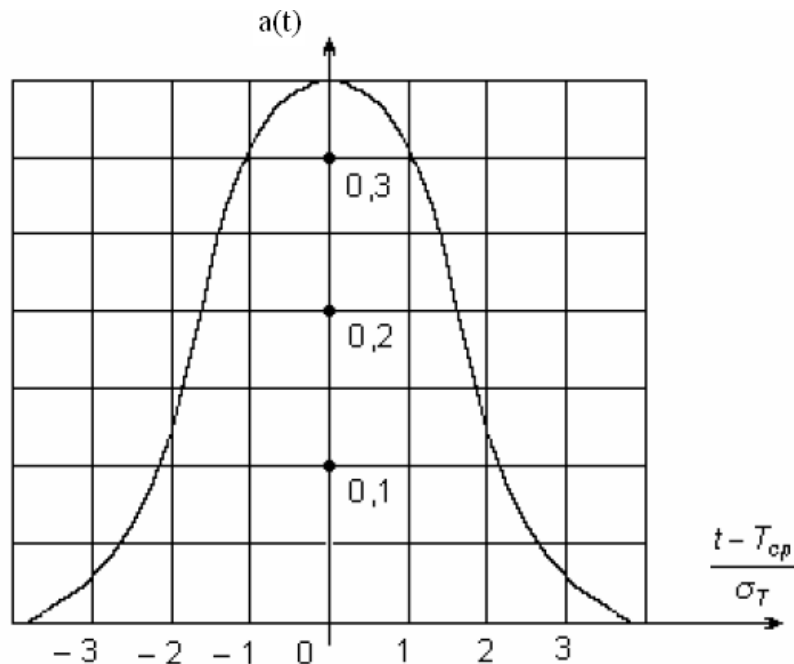


Рисунок 2.7 – Щільність розподілу напрацювання до відмови для нормального закону розподілу

Функцію надійності з врахуванням виразу (2.27) можна також записати у вигляді

$$P(t) = \int_t^{\infty} a(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t-T_{cp}}{\sigma_T}}^{\infty} e^{-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma_T^2}} d\left(\frac{t-T_{cp}}{\sigma_T}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t-T_{cp}}{\sigma_T}}^{\infty} e^{-\frac{X^2}{2}} dx, \quad (2.28)$$

де $X = \frac{t - T_{cp}}{\sigma_T}$.

Ймовірність відмови на інтервалі $(0; t)$ (функція ненадійності) визначається за формулою

$$Q(t) = 1 - P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{t-T_{cp}}{\sigma_T}} e^{-\frac{X^2}{2}} dx. \quad (2.29)$$

2.7 Трикутний розподіл

Цей розподіл характеризує обмежену область значень випадкових величин $(t_H; t_B)$, де t_H і t_B – межі області можливих значень випадкових величин.

Розглянемо показники надійності трикутного розподілу:

- характеристики зміни щільності $a(t)$ та інтенсивності відмов $\lambda(t)$ (рис. 2.8, а);
- характеристики зміни функції надійності $P(t)$ (рис. 2.8, б).

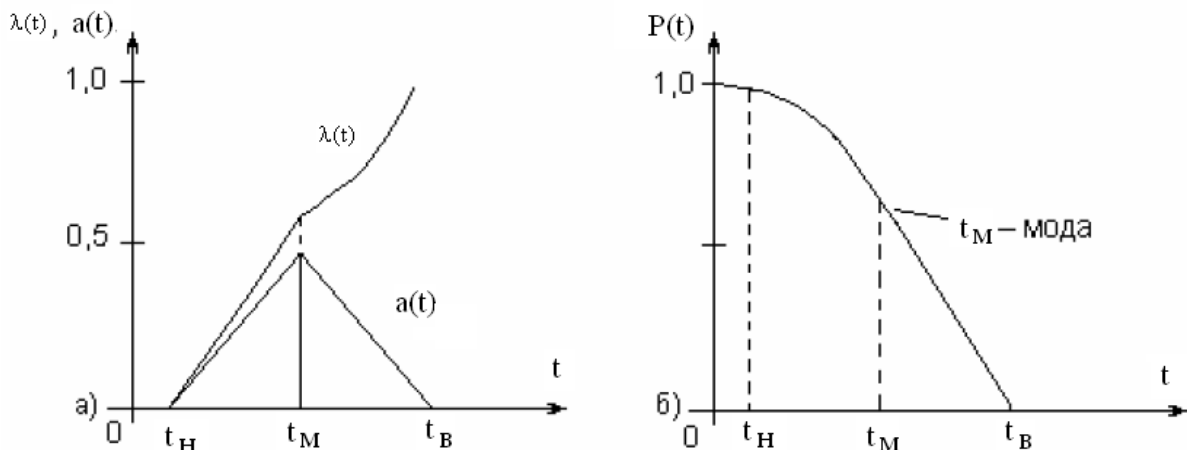


Рисунок 2.8 – Характеристики зміни показників надійності при трикутному розподілі відмов

Позначимо значення щільності розподілу в точці моди через $a(t_M)=h$, тоді $h(t_B - t_M)/2=1$.

В цьому випадку щільність розподілу можна записати у вигляді таких формул:

$$a(t) = \begin{cases} \frac{2(t-t_H)}{(t_B-t_H)(t_M-t_H)} & \text{при } t_H \leq t \leq t_M, \\ \frac{2(t_B-t)}{(t_B-t_H)(t_B-t_M)} & \text{при } t_M \leq t \leq t_B. \end{cases} \quad (2.30)$$

Функція надійності $P(t)$ буде описуватись такою системою рівнянь:

$$P(t) = \begin{cases} 1 - \frac{(t-t_H)^2}{(t_B-t_H)(t_M-t_H)} & \text{при } t_H \leq t \leq t_M, \\ \frac{(t_B-t)^2}{(t_B-t_H)(t_B-t_M)} & \text{при } t_M \leq t \leq t_B. \end{cases} \quad (2.31)$$

Інтенсивність відмов $\lambda(t)$ при цьому буде дорівнювати:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \frac{2(t-t_H)}{(t_B-t_H)(t_M-t_H) - (t-t_H)^2} & \text{при } t_H \leq t \leq t_M, \\ \frac{2}{t_B-t} & \text{при } t_M \leq t \leq t_B. \end{cases} \quad (2.32)$$

Середній час напрацювання до відмови T_{cp} визначається за формулою

$$T_{cp} = \int_{t_H}^{t_B} ta(t)dt = \frac{1}{3}(t_H + t_M + t_B). \quad (2.33)$$

2.8 Закони розподілу дискретних випадкових величин

Наведені вище розподіли характеризують неперервні випадкові величини, наприклад, час безвідмовної роботи або час відновлення.

Але в ряді випадків при розрахунку надійності ТЗ виникає необхідність оцінки дискретних випадкових величин, наприклад, кількості відмов протягом заданого інтервалу часу.

Тому розглянемо найбільш часто використовувані при розрахунках надійності розподіли дискретних випадкових величин.

2.8.1 Біноміальний розподіл. Для такого розподілу можливі значення випадкової величини $0, 1, 2, 3, \dots, n$.

Ймовірність появи m сприятливих подій із загальної кількості n подій дорівнює

$$P_n(m) = C_n^m P^m Q^{n-m}. \quad (2.34)$$

Математичне сподівання і дисперсія відповідно будуть дорівнювати:

$$\mu(m) = nP, \quad (2.35)$$

$$\sigma_T^2(m) = nPQ, \quad (2.36)$$

де P – ймовірність здійснення події при одноразовому випробуванні;
 $Q = 1 - P$.

2.8.2 Розподіл Пуассона. Можливі значення випадкової величини для такого розподілу такі: $0, 1, 2, \dots, n$. Ймовірність появи m подій дорівнює

$$P_m = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}. \quad (2.37)$$

Математичне сподівання і дисперсія відповідно будуть дорівнювати:

$$\mu(m) = \lambda, \quad (2.38)$$

$$\sigma_T^2(m) = \lambda, \quad (2.39)$$

де λ – параметр розподілення.

2.8.3 Геометричний розподіл. Можливі значення випадкової величини такі: $0, 1, 2, \dots, n$. Ймовірність появи m подій дорівнює

$$P_m = PQ^{m-1}. \quad (2.40)$$

Математичне сподівання і дисперсія відповідно будуть дорівнювати:

$$\mu(m) = \frac{1}{P}, \quad (2.41)$$

$$\sigma_T^2(m) = \frac{Q}{P^2}, \quad (2.42)$$

де P – ймовірність появи події при одноразовому випробуванні;
 $Q = 1 - P$.

Питання для самоконтролю

1. Проаналізуйте три «періоди життя» ТЗ.
2. Перерахуйте основні розподіли дискретних випадкових величин, що використовуються для розрахунку показників надійності.
3. Наведіть приклади використання гамма-розподілу неперервних випадкових величин.
4. Яким законам розподілу відповідають «періоди життя» ТЗ?
5. Наведіть аналітичні вирази для розрахунку основних показників надійності, що підпорядковуються розподілу Вейбулла.
6. Наведіть вирази для розрахунку середнього напрацювання до відмови та дисперсії часу безвідмовної роботи при експоненційному розподілі відмов.

Розділ 3 ЗАХОДИ ЩОДО ФОРМУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ НА РІЗНИХ ЕТАПАХ ПРОЕКТУВАННЯ

3.1 Вибір і обґрунтування показників надійності

При проектуванні ТЗ необхідно виконувати низку заходів із забезпечення надійності. Основними з них є такі:

- а) вибір і обґрунтування принципів технічного обслуговування;
- б) вибір основного показника надійності;
- в) призначення норм надійності;
- г) розподіл норм надійності ТЗ по елементах.

На практиці існують такі три основних види технічного обслуговування і ремонту:

- за календарними термінами незалежно від напруження ТЗ;
- за виробленням встановлених заздалегідь міжремонтних ресурсів;
- за технічним станом.

Технічне обслуговування і ремонт за календарними термінами призводять до невиправданих матеріальних витрат, оскільки не враховується такий факт як використовувався об'єкт чи ні.

Технічне обслуговування і ремонт за виробленням ресурсу трохи ускладнює конструкцію об'єкта (за рахунок вимірювача напруження). Організація технічного обслуговування залишається тут порівняно простою. Проте економія засобів використовується не повністю.

При технічному обслуговуванні за технічним станом періодично контролюється визначальний (головний) параметр. Рішення про заміну, ремонт і технічне обслуговування приймається за результатами контролю, коли визначальний (головний) параметр характеризує наближення ТЗ до відмови або до межі допуску. При цьому значно скорочуються витрати на обслуговування, на дорогі елементи і підвищується надійність.

Що стосується принципів вибору показників надійності, то при порівнянні об'єктів за надійністю виявляється, що показники надійності (ПН) нерівнозначні.

Як приклад розглянемо дві модифікації об'єкта, що мають різні функції надійності 1 і 2 (рис. 3.1).

Протягом технічного ресурсу t_p вірогідність безвідмовної роботи дорівнює $P_1(t) > P_2(t)$. Проте значення середнього напруження на відмову (дорівнює площі під кривою $P(t)$) для першої модифікації менше, ніж для другої, тобто $T_{cp1} < T_{cp2}$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt . \quad (3.1)$$

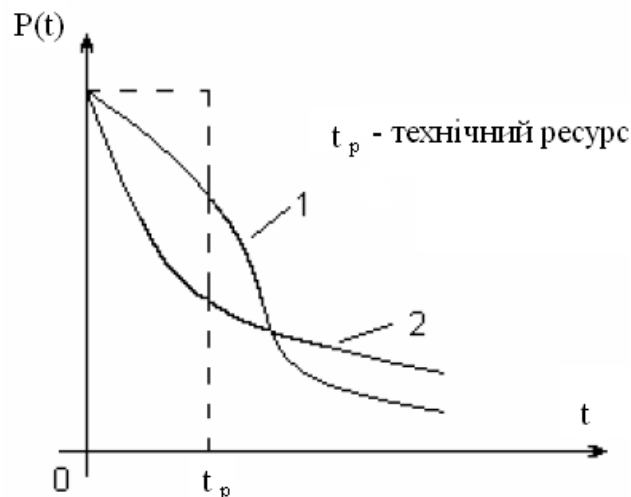


Рисунок 3.1 – Графіки функцій надійності

Тому, якщо прийняти за основу показник вірогідності безвідмовної роботи (БР) протягом ресурсу, то кращою буде перша модифікація (див. рис. 3.1). Якщо ж прийняти за основу показник середнього напрацювання на відмову, то кращою буде друга модифікація.

Звідси витікає необхідність розробки методики вибору нормованих показників надійності.

Перша така методика була описана в 1968 році в роботі «Общая методика выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности технических устройств для включения в ГОСТ, ТУ и в систему планирования». Відповідно до цієї методики головним вважається той показник надійності, який входить у формулу середнього економічного ефекту від використання виробу.

Аналогічно була побудована методика, що опублікована в 1972 році в роботі «Методика выбора показателей для оценки надежности сложных технических систем».

Ці методики створили основи наукового підходу до нормування показників надійності. Недолік їх полягає в тому, що в них показники вибираються для ізольованих засобів і мало враховують необхідність забезпечення якості функціонування систем більш високого рівня.

Тому зараз часто використовують більш загальну методику вибору показників надійності. Вона полягає в такому:

1. Збирають відомості про систему, в яку входить досліджуваний об'єкт, і послідовно аналізують чинники, що впливають на вибір показників надійності;

2. Встановлюють призначення об'єкта. При цьому всі об'єкти діляться на три групи:

- а) об'єкти, призначені для роботи в системах, ефективність яких може бути оцінена економічними показниками;

б) об'єкти, функціонування яких може бути пов'язане із забезпеченням безпеки;

в) об'єкти, для яких не можна вказати призначення систем, в яких вони будуть використані.

Розглянемо об'єкти першого типу.

Більшість вживаних показників економічної ефективності є функціями від математичного сподівання ξ і η , де: ξ – вихідний корисний ефект, а η – витрати на техобслуговування і експлуатацію.

Величини ξ і η залежать від випадкових величин: напрацювання до відмови T , часу (напрацювання) між відмовами \tilde{T} , часу відновлення T_v .

Для відновлюваних об'єктів, коли перерви в роботі допустимі, основними показниками надійності є середній час напрацювання на відмову T_{cp} і середній час відновлення T_{cpv} або комплексний показник – коефіцієнт готовності, який залежить від двох попередніх показників.

При призначенні показників надійності систем другого типу (виходячи з умов безпеки) необхідно виділити основні чинники, що впливають на безпеку. Відповідні математичні моделі повинні враховувати випадкові процеси, що протікають при появі відмов.

Для третьої групи об'єктів, для яких не можна вказати тип системи, доцільно призначати одну будь-яку повну характеристику надійності:

- для неремонтовних засобів – функція надійності $P(t)$ або щільність розподілу напрацювання до відмови, або інтенсивність відмов $\lambda(t)$;

- для ремонтних засобів, але невідновлюваних в процесі застосування розраховують або вірогідність БР $P(t_1, t_2)$ на проміжку часу (t_1, t_2) , або параметр потоку відмов;

- для ремонтних відновлюваних в процесі застосування засобів показники надійності (ПН) розраховуються в календарному часі.

На практиці, якщо відомий або передбачається певний тип закону розподілу часу БР (напрацювання до відмови), то доцільно задавати:

а) при показниковому розподілі один з таких показників:

- інтенсивність відмов λ_i ;

- середнє напрацювання до відмови T_{cp} ;

- вірогідність БР $P(\Delta t)$ на заданому інтервалі часу Δt ;

б) при двопараметричному законі розподілу напрацювання до відмови або між відмовами використовуються два показники, наприклад, при нормальному розподілі T_{cp} та σ_T , або $P(t_1)$ та $P(t_2)$ – значення ймовірностей БР при двох значеннях інтервалу часу роботи $(0, t_1)$ та $(0, t_2)$;

в) при невідомому типі закону розподілу рекомендується задавати такі значення:

- $P(t)$ або $\lambda(t)$;

- параметр потоку відмов $\bar{\omega}(t)$;

- інші показники надійності не менше ніж при трьох значеннях заданого напрацювання (часу).

3.2 Призначення норм надійності

Після вибору основних показників надійності необхідно задати певні значення цих показників. При цьому повинні враховуватися економічні міркування і можливості виробництва.

Спочатку знаходяться норми надійності, що відповідають можливостям виробництва. Потім вони уточнюються і вибираються заходи для підвищення надійності, найбільш вигідні економічно.

При складанні технічного завдання обґрунтувати кількісні норми (вимоги) до надійності та інших експлуатаційних властивостей зазвичай вдається лише після розгляду відповідних характеристик вже існуючих аналогів. Таким чином, необхідно мати прототип і враховувати тенденції зміни його характеристик.

Значення норм надійності прототипу необхідно корегувати із врахуванням таких чинників:

- 1) технічних характеристик об'єкта, що проектується;
- 2) технічного прогресу за час його проектування і виготовлення;
- 3) змін умов експлуатації;
- 4) лімітувальних чинників (вартість, вага, габарити і ін.);
- 5) значення наслідків відмов;
- 6) кваліфікації операторів і деяких інших специфічних для кожного засобу чинників.

3.2.1 Врахування технічних характеристик об'єкта, що проектується. Для врахування технічних характеристик об'єкта, що проектується, необхідно порівняти показники заново проектного об'єкта з аналогічними показниками існуючих об'єктів з відомою надійністю. При цьому необхідно мати залежності ПН об'єктів даного типу від основних технічних характеристик (чутливості, потужності та ін.).

Щоб отримати такі залежності зазвичай будують графіки. У цих графіках по вертикальній осі відкладають значення ПН, а по горизонтальній осі – значення досліджуваної технічної характеристики.

Розглянемо для прикладу залежність ПН (позначимо його через z) від технічної характеристики (позначимо її значення через m) (рис. 3.2).

На рис. 3.2 у вигляді окремих точок нанесені дані для ТЗ розглядуваного типу.

Через точки графіка проводять пряму $z=a+bm$.

Параметри цієї прямої підбирають за методом найменших квадратів.

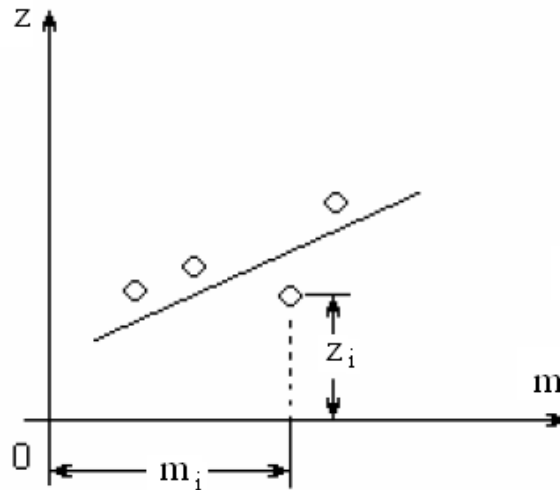


Рисунок 3.2 – Характеристика зміни показника надійності від технічної характеристики

Відповідно до методу найменших квадратів мінімізується такий вираз:

$$J = \sum_{i=1}^k (a + bm_i - z_i)^2 = \min. \quad (3.2)$$

Значення a та b знаходять із системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a} = \sum_{i=1}^k (a + bm_i - z_i) &= 0 \\ \frac{\partial J}{\partial b} = \sum_{i=1}^k (a + bm_i - z_i)m_i &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3.3)$$

Якщо графіки будують для декількох технічних характеристик m_1, \dots, m_n , то аналогічно можуть бути мінімізовані суми квадратів різниць $(a + b_1 m_{1i} + \dots + b_n m_{ni} - z_i)$ і обчислені значення a, b_1, \dots, b_n .

Якщо апроксимувальні прямі мають значний нахил, то вони підлягають подальшому розгляду. Для цього графіки цих прямих нормалізують. При цьому значення ПН ділять на середнє значення ПН всіх даних об'єктів. Значення всіх інших показників ділять на середнє значення кожного показника.

Наприклад. Знаходимо залежність ПН $P(t)$ від потужності об'єкта W , тоді:

$$\left. \begin{aligned} m_{i\text{вдн}} &= \frac{W_i}{W_{\text{cp}}} \\ z_{i\text{вдн}} &= \frac{P_i(t)}{P_{\text{cp}}(t)} \end{aligned} \right\}, \quad (3.4)$$

де W_i, W_{cp} – відповідно споживана потужність і середнє споживання потужності i -м об'єктом;

$P_i(t), P_{\text{cp}}(t)$ – відповідно вірогідність БР і середня вірогідність БР i -го об'єкта.

Потім будуюмо графіки у відносних одиницях (рис. 3.3).

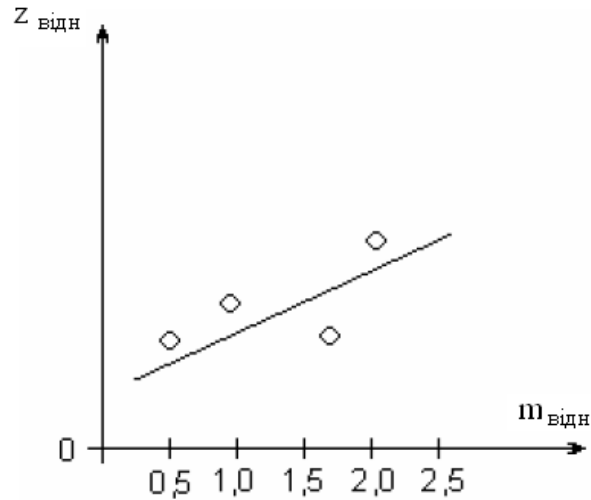


Рисунок 3.3 – Відносна характеристика зміни показника надійності від потужності об'єкту

Використовуючи такі графіки, можна приблизно оцінити вплив зміни технічних характеристик об'єкта на величину показника (норми) надійності.

В результаті розгляду одного або декількох (при декількох технічних характеристиках) таких графіків може бути знайдений коефіцієнт K_T , який враховує технічні характеристики об'єкта. Цей коефіцієнт дорівнює відношенню ПН засобу, що проектується, до ПН прототипу.

3.2.2 Врахування технічного прогресу. Між випуском об'єктів, дані про яких щодо надійності відомі, і об'єктом, який повинен бути виготовлений, до моменту його випуску зазвичай проходить декілька років. За цей час удосконалюється конструкція і технологія виготовлення як самих об'єктів, так і елементів, з яких вони виготовляються. Відповідно до цього змінюються і значення ПН. Отже, при складанні вимог до ПН засобів, що проектуються, необхідно екстраполювати зміну показника їх надійності аж до моменту виготовлення нових засобів.

Для цього необхідно знати надійність всіх аналогічних засобів, що випускались раніше. Потім будується графік, який враховує технічний прогрес за роками (рис. 3.4). За цим графіком розраховується коефіцієнт K_{TP} , що враховує технічний прогрес. Він дорівнює відношенню ПН засобу, що проектується до ПН прототипу.

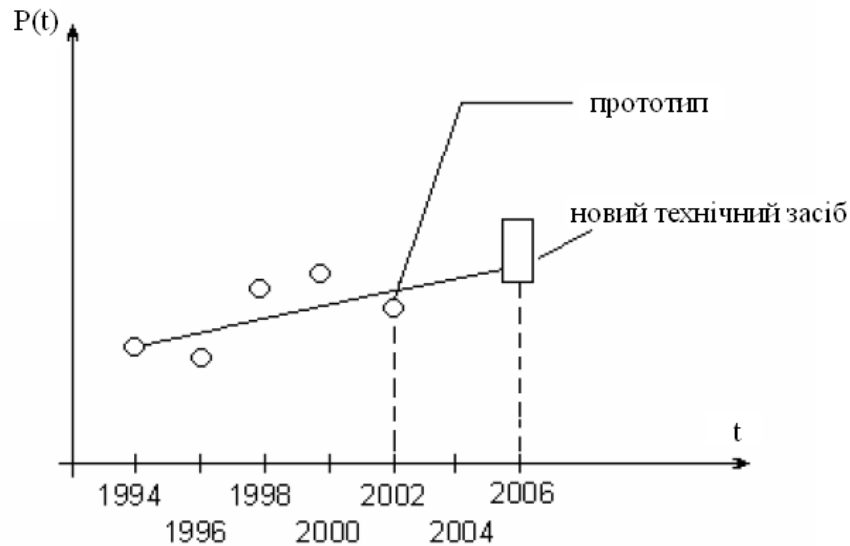


Рисунок 3.4 – Характеристика зміни технічного прогресу залежно від років випуску ТЗ

При коректуванні ПН з урахуванням вдосконалення виробництва можуть виникнути дві крайні ситуації:

а) засіб, що проектується, майже за всіма ознаками схожий з прототипом;

б) засіб, що проектується, відрізняється від прототипу принципом дії, складністю тощо.

У першому випадку екстраполювання зміни ПН за роками проводиться для засобу (об'єкта) в цілому.

У другому випадку проводиться розрахунок надійності за надійністю елементів. Від загальноприйнятого розрахунку надійності цей розрахунок відрізняється тільки екстраполюванням інтенсивностей відмов за роками випуску.

3.2.3 Врахування змін роботи. Проектний об'єкт і прототип зазвичай працюють в різних умовах. Тому необхідно провести перерахунок ПН прототипу на умови застосування проектного ТЗ.

Для цього знаходять коефіцієнт умов застосування K_y . Він дорівнює відношенню значень ПН даного об'єкта і прототипу.

Існують чотири методи такого перерахунку:

а) метод поправкових коефіцієнтів;

б) метод, що використовує гіпотезу Н. Седякіна про ресурс надійності ТЗ;

в) метод, що використовує розрахункові графіки;

г) метод, заснований на обліку розкиду значень параметрів режимів використання ТЗ.

Ці методи були розроблені для розрахунку надійності електронних схем, але можуть бути використані для перерахунку ПН і інших об'єктів.

При використанні першого методу спочатку знаходиться значення інтенсивності відмов або параметра потоку відмов в лабораторних умовах. Потім коефіцієнт навколишнього середовища – $K_{НС}$. Цей коефіцієнт показує в скільки разів інтенсивність відмов за даних умов більша, ніж при лабораторних.

Коефіцієнт застосування K_y дорівнює відношенню значень коефіцієнта $K_{НС}$ проектного ТЗ і прототипу.

У методі, що використовує гіпотезу Седякіна, застосовується поняття «ресурс (запас) надійності» ТЗ.

За функцію ресурсу використовують вираз:

$$r(t) = -\ln P(t) = \int_0^t \lambda(t) dt . \quad (3.5)$$

Гіпотеза полягає в тому, що вірогідність БР об'єкта у певних умовах залежить від значення виробленого у минулому ресурсу r і не залежить від того, як вироблений був цей ресурс. Цей метод в даний час використовується надзвичайно рідко, і тому детальніше розглядати його не будемо.

Метод розрахункових графіків є одним з основних методів перерахунку ПН прототипу на умови застосування проектного об'єкта. Він заснований на використанні графічної залежності ПН від параметрів режимів роботи (температури, навантаження і ін.). Як ПН тут зазвичай використовується інтенсивність відмов $\lambda(t)$ і рідше параметр потоку відмов $\omega(t)$.

Розрахункові графіки зараз складені в основному для елементів електричних схем. Як приклад розглянемо залежність інтенсивності відмов конденсаторів від навантажень, що діють.

Як видно з графіка (рис. 3.5), визначальним чинником для конденсаторів є постійна (ефективна) напруга і температура навколишнього середовища.

Інтенсивність відмов вуглецевих резисторів в основному визначається їх температурою, яка залежить від температури навколишнього середовища і потужності, що розсіюється на резисторі.

Навантаження на елемент зазвичай виражають в частках номінального навантаження. Ця відносна величина називається коефіцієнтом навантаження γ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{для конденсаторів} \quad \gamma = \frac{U_{\text{роб}}}{U_{\text{ном}}} \\ \text{для резисторів} \quad \gamma = \frac{W_{\text{роб}}}{W_{\text{ном}}} \end{array} \right\} , \quad (3.6)$$

де U – напруга;

W – потужність.

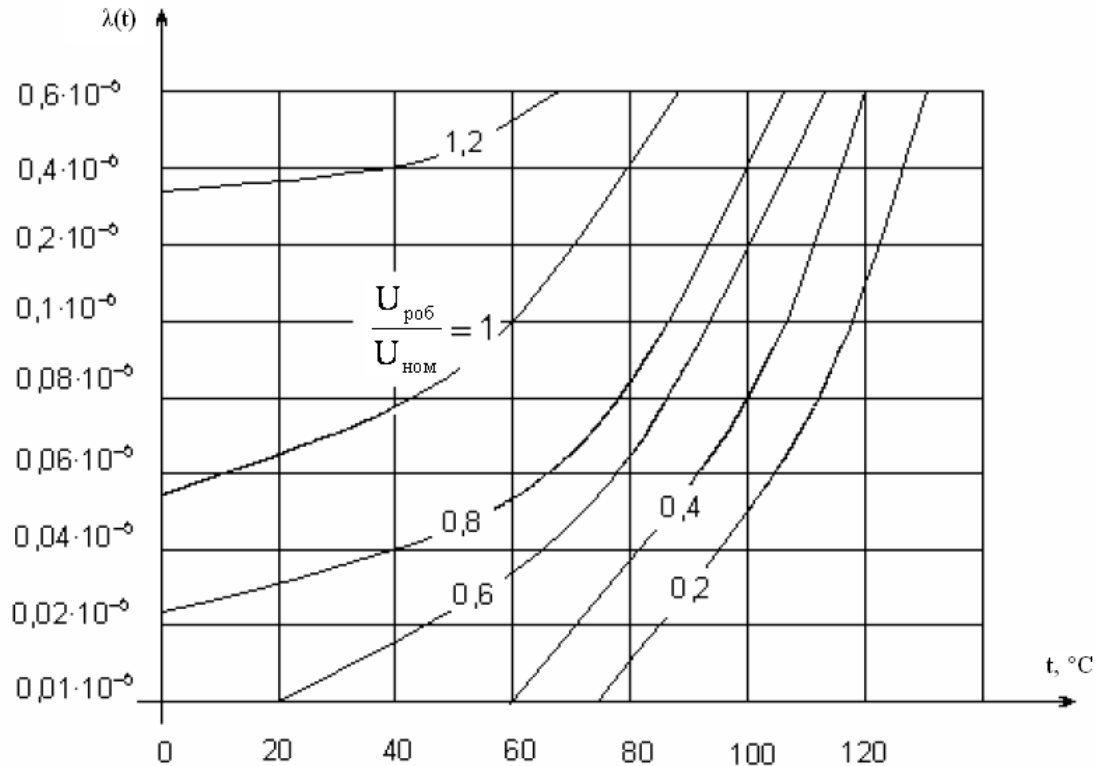


Рисунок 3.5 – Залежність зміни інтенсивності від температури

В деяких випадках замість графіків використовують експериментальні формули і правила. Наприклад, для напівпровідникових приладів значення $\lambda(t)$ подвоюється при підвищенні навколишньої температури на $10\text{ }^\circ\text{C}$.

Коли розглядаються режими роботи, то зазвичай розглядають і питання про доцільність введення резервування.

У багатьох випадках по вертикальній осі в графіках замість $\lambda(t)$ відкладають відносну величину

$$K_i = \frac{\lambda_i}{\lambda^*}, \quad (3.7)$$

де λ^* – інтенсивність відмов основного елемента розрахунку.

Іноді є декілька видів навантаження, які впливають на величину $\lambda(t)$. В цьому випадку застосовують один з двох прийомів розрахунку:

1. Підбирають експериментальні залежності:

$$\lambda(t) = f(\lambda_0, t, y_1, y_2, \dots, y_n), \quad (3.8)$$

де λ_0 – інтенсивність відмов за номінальних умов;

t – температура навколишнього середовища;

y_1, y_2, \dots, y_n – відносні навантаження різних видів;

2. Виділяють типові режими застосування, нумерують ці режими в порядку збільшення (посилення) навантажень і будують залежності $\lambda(t)$ об'єкта від номера режиму роботи.

3.2.4 Уточнення норм надійності і вибір заходів щодо її підвищення. Такий чинник корегування норм надійності враховують в основному для ТЗ, ефект від експлуатації яких може бути визначений економічно.

Середній сумарний ефект E від експлуатації об'єкта залежить від таких показників: вартості, показників надійності, економічних показників експлуатації.

До економічних показників (ЕП) експлуатації належать:

- а) економічний ефект від виконання завдання;
- б) середні втрати від відмови;
- в) збиток в одиницю часу через вимушений простій об'єкта.

Річ у тому, що підвищення надійності ТЗ зазвичай веде до підвищенню його собівартості. В той же час експлуатація надійнішого ТЗ обходиться, як правило, багато дешевше, оскільки скорочується збиток від відмов, а також зменшуються витрати на ремонт і профілактичні роботи.

У зв'язку з цим виникає проблема призначення таких норм надійності, які забезпечували б максимальний економічний ефект.

Оскільки витрати на підвищення надійності і втрати від ненадійності об'єктів відбуваються в різний час, то необхідно розглядати зведений до певного моменту часу (зазвичай початку експлуатації) середній вихідний ефект.

Для цього складають математичну модель функціонування об'єктів. Для ТЗ, які не ремонтуються, ефект від роботи прямо пропорційний відпрацьованому часу:

$$E(t) = -(\beta_1 + \beta_2)t + \gamma t, \quad (3.9)$$

де β_1 – собівартість ТЗ;

β_2 – витрати, пов'язані з відмовою;

γ – дохід або економічний ефект за одиницю часу функціонування;

t – час напрацювання.

Середнє значення ефекту (доходу) буде визначатися так:

$$\bar{E} = -(\beta_1 + \beta_2)T_{cp} + \gamma T_{cp}, \quad (3.10)$$

де T_{cp} – середній час напрацювання на відмову.

Часто обчислення зручно проводити в календарному часі T_{cpK} . Для переходу до календарного часу використовують коефіцієнт ν , який дорівнює частці часу використання ТЗ.

При цьому

$$T_{cpK} = \frac{T_{cp}}{\nu}. \quad (3.11)$$

Витрати через ненадійності і економічний ефект вважають розподіленими рівномірно за час $(0, T_{cpK})$.

При цьому очевидно, що дохід за одиницю часу D дорівнює:

$$D = \frac{-\beta_2 + \gamma T_{\text{срК}}}{T_{\text{срК}}}. \quad (3.12)$$

Зведений ефект з урахуванням відомого виразу $S_0 = \frac{D}{\chi}(1 - e^{-\chi t_p})$ розраховується за формулою:

$$E_{\text{П}} = -\beta_1 + \frac{\gamma T_{\text{срК}} - \beta_2}{\chi T_{\text{срК}}}(1 - e^{-\chi T_{\text{срК}}}) = -\beta_1 + \frac{\gamma}{\chi}(1 - e^{-\chi T_{\text{срК}}}) \left(\gamma - \frac{\beta_2}{\nu T_{\text{срК}}} \right), \quad (3.13)$$

де χ – коефіцієнт швидкості росту використаних засобів.

Аналогічні вирази отримують і для інших економічних моделей.

Вибрані значення показників надійності повинні забезпечувати максимальний ефект $E_{\text{П}}$.

При цьому при кожному проведеному заході щодо зміни ПН визначається величина:

$$\Delta E_{\text{П}} = E_{\text{П}} - E_{\text{П}}^0, \quad (3.14)$$

де $E_{\text{П}}^0$ – середній зведений ефект для деякого початкового варіанта ТЗ;

$E_{\text{П}}$ – середній зведений ефект для ТЗ із врахуванням того, що здійснено i -ий захід щодо підвищення надійності.

Потім здійснюється захід для забезпечення максимального приросту $\Delta E_{\text{П}}$. Варіант із здійсненням цього заходу береться за результат, і процес повторюється знову. Процес продовжується до тих пір, поки значення не стане негативним. За оптимальне значення ПН береться значення, яке було досягнуто на попередньому етапі обчислень.

Недоліком цього методу є те, що для його здійснення потрібна значна інформація про проектуємий ТЗ, а вона не завжди є.

3.3 Розподіл норм надійності по елементах

При розрахунку надійності ТЗ на першому етапі проектування (етап ескізного проектування) необхідно знайти значення ПН блоків і вузлів ТЗ за заданим в технічному завданні значенням ПН на весь ТЗ в цілому. При цьому вибір того або іншого способу розподілу норм надійності по блоках, функціональних вузлах і елементах багато в чому залежать від наявної у розробника інформації про ТЗ.

Існує чотири основні прийоми розподілу норм надійності:

1. За принципом рівнонадійності елементів;
2. З врахуванням існуючого співвідношення ПН елементів;
3. З врахуванням перспектив вдосконалення елементів;
4. З врахуванням вартості проектування, виробництва і експлуатації елементів.

Розглянемо всі ці способи розподілу норм надійності на прикладах.

Приклад 3.1

Проектується підсилювач з трьох рівнонадійних послідовних каскадів.

Задана вірогідність БР підсилювача має складати $P(t) = 0,98$ протягом часу $t_{ТЗ} = 2000$ год.

Визначіть значення $\lambda_{\text{каскад}}(t)$ для кожного каскаду.

Розв'язування:

Приймаємо експоненціальну модель розподілу вірогідності БР:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-t/T_{\text{ср}}}.$$

Оскільки підсилювач складається з трьох рівнонадійних послідовних каскадів, то ПН для ТЗ в цілому будуть пов'язані такими співвідношеннями:

$$P_{ТЗ}(t) = (P_{\text{каскад}}(t))^3; \lambda_{ТЗ} = 3\lambda_{\text{каскад}}; T_{\text{срТЗ}} = \frac{1}{3}T_{\text{ср(каскад)}};$$
$$P_{ТЗ}(t) = e^{-\lambda_{ТЗ}t_{ТЗ}} \approx 1 - \lambda_{ТЗ}t_{ТЗ} = 0,98.$$

Враховуючи останній вираз, можна розрахувати інтенсивність ТЗ в цілому:

$$\lambda_{ТЗ} = \frac{1 - P_{ТЗ}(t)}{t_{ТЗ}} = \frac{1 - 0,98}{2000} = 10^{-5} \text{ (год)}^{-1}.$$

Таким чином для одного каскаду інтенсивність має бути такою:

$$\lambda_{\text{каскад}} \leq \frac{10^{-5}}{3} = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ (год)}^{-1}.$$

Приклад 3.2

1. Проектується ТЗ, що складається з трьох блоків А, В, С.

2. Задана вірогідність БР об'єкта складає $P_{ТЗ}(t_1) = 0,97$ протягом часу $t_1 = 100$ год.

3. Існує прототип, що складається з блоків А, В, С, кожний з яких характеризується інтенсивністю відмов відповідно:

$$\lambda_{A0} = 10^{-4} \text{ год}^{-1}; \lambda_{B0} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}; \lambda_{C0} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}.$$

Визначіть норми надійності у вигляді інтенсивності відмов λ для проектних блоків $A_1, B_1, C_1 \Rightarrow \lambda_{A1}, \lambda_{B1}, \lambda_{C1}$.

Розв'язування:

1. Враховуючи прототип, визначимо коефіцієнт, що враховує частку відмов проектуемого ТЗ через відмови j -го блока:

$$K_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_{ТЗ}},$$

де $\lambda_{ТЗ}, \lambda_j$ – відповідно інтенсивність відмов всього ТЗ та j -го блока.

Всі коефіцієнти K_j знаходять через співвідношення інтенсивностей відмов прототипу за формулою:

$$K_j = \frac{\lambda_{j0}}{\sum_{i=1}^n \lambda_{ji0}},$$

де n – число елементів.

У нашому випадку:

$$K_A = \frac{\lambda_{A0}}{\lambda_{A0} + \lambda_{B0} + \lambda_{C0}} = \frac{10^{-4}}{(1+8+3)10^{-4}} = \frac{1}{12};$$

$$K_B = \frac{\lambda_{B0}}{\lambda_{A0} + \lambda_{B0} + \lambda_{C0}} = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{(1+8+3)10^{-4}} = \frac{2}{3};$$

$$K_C = \frac{\lambda_{C0}}{\lambda_{A0} + \lambda_{B0} + \lambda_{C0}} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{(1+8+3)10^{-4}} = \frac{1}{4}.$$

2. Знайдемо значення $\lambda(t)$ для проективного ТЗ з виразу:

$$P_{ТЗ}(t_1) = 1 - \lambda_{ТЗ} t_1 = 0,97 \Rightarrow \lambda_{ТЗ} = \frac{1 - P_{ТЗ}(t)}{t_1} = \frac{0,03}{100} = 3 \cdot 10^{-4} (\text{год})^{-1}.$$

3. Визначаємо норми надійності для блоків проективного ТЗ:

$$\lambda_{A1} = K_A \lambda_{ТЗ} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{12} = 2,5 \cdot 10^{-5} (\text{год})^{-1};$$

$$\lambda_{B1} = K_B \lambda_{ТЗ} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{3} = 2 \cdot 10^{-4} (\text{год})^{-1};$$

$$\lambda_{C1} = K_C \lambda_{ТЗ} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4} = 7,5 \cdot 10^{-5} (\text{год})^{-1}.$$

Приклад 3.3

1. Проектний ТЗ складається з двох послідовних блоків А1 і В1.

2. Задана вірогідність БР проективного ТЗ складає $P_{ТЗ}(t_1) = 0,97$ протягом часу $t_1 = 100$ год.

3. Дата випуску проективного ТЗ – 2010 р.

4. Зміна інтенсивності відмов за 1992 ÷ 2002 роки для блоків, аналогічних блокам А1 і В1, може бути за роками випуску апроксимована виразом:

$$\lambda = \lambda_{92} e^{-v(L-1992)},$$

де λ_{92} – інтенсивність відмови ТЗ, випущеного в 1992 році;

L – рік випуску блока.

Для блока А0: $\lambda_{A92} = 1,4 \cdot 10^{-4} (\text{год})^{-1}$; $v_A = 0,034 (\text{год})^{-1}$.

Для блока В0: $\lambda_{B92} = 28 \cdot 10^{-4} (\text{год})^{-1}$; $v_B = 0,14 (\text{год})^{-1}$.

Визначіть норми надійності для ПН блоків А1 і В1 у вигляді інтенсивності відмов λ_{A1} і λ_{B1} .

Розв'язування:

1. Екстраполюємо значення λ блоків прототипу до 2010

$$\lambda_{A10} = \lambda_{A92} e^{-v_A(L-1992)} = 1,4 \cdot 10^{-4} e^{-0,034(2010-1992)} = 7,6 \cdot 10^{-5} (\text{год})^{-1};$$

$$\lambda_{B10} = \lambda_{B92} e^{-v_B(L-1992)} = 28 \cdot 10^{-4} e^{-0,14(2010-1992)} = 22,7 \cdot 10^{-5} (\text{год})^{-1}.$$

2. Аналогічно прикладу 3.2 визначимо коефіцієнт K_j і норми надійності:

$$K_{A1} = \frac{\lambda_{A10}}{\lambda_{A10} + \lambda_{B10}} = \frac{7,6 \cdot 10^{-5}}{(7,6 + 22,7)10^{-5}} = 0,25;$$

$$K_{B1} = \frac{\lambda_{B10}}{\lambda_{A10} + \lambda_{B10}} = \frac{22,7 \cdot 10^{-5}}{(7,6 + 22,7)10^{-5}} = 0,75;$$

$$\lambda_{T3} = \frac{1 - P_{T3}(t)}{t_1} = \frac{1 - 0,97}{100} = 3 \cdot 10^{-4} (\text{год})^{-1};$$

$$\lambda_{A1} = K_{A1} \lambda_{T3} = 0,25 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 0,75 \cdot 10^{-4} (\text{год})^{-1};$$

$$\lambda_{B1} = K_{B1} \lambda_{T3} = 0,75 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 2,25 \cdot 10^{-4} (\text{год})^{-1}.$$

Приклад 3.4

1. Система складається з чотирьох послідовних елементів 1, 2, 3, 4.
2. Значення параметрів відмов $\omega_{T3} = 10^{-5} (\text{год})^{-1}$.
3. Час виробництва і проектування системи $t=5$ років, технічний ресурс $t_p = 20$ років.
4. Вкладення в одиницю часу (1 год.) проектування і виробництва елементів передбачаються постійними і для j -го елемента дорівнюють:

$$\mu_j = \frac{K_{\Gamma j}}{\omega_j} + \mu_{0j},$$

де ω_j – параметр потоку відмов j -го елемента;

μ_{0j} – витрати на одиницю часу на проектування і виробництво, що не залежать від надійності;

$K_{\Gamma j}$ – коефіцієнт готовності j -го елемента, значення якого такі:

$$K_{\Gamma 1} = 1,6 \cdot 10^{-4} (\text{грн.} \cdot \text{відмова})/\text{год}^2; \quad K_{\Gamma 2} = K_{\Gamma 3} = K_{\Gamma 4} = 3 \cdot 10^{-4} (\text{грн.} \cdot \text{відмова})/\text{год}^2;$$

Витрати на одиницю часу зазвичай визначають на основі досвіду проектування аналогічних елементів, але в даному прикладі вони беруться рівними нулю ($\mu_{01} = \mu_{02} = \mu_{03} = \mu_{04} = 0$).

5. Поточні експлуатаційні витрати в одиницю часу постійні та дорівнюють:

$$v_j = K_{Ej} \omega_j + v_{0j},$$

де значення $K_{E1} = 4 \cdot 10^6$ грн/відмова; $K_{E2} = K_{E3} = K_{E4} = 1,7 \cdot 10^6$ грн/відмова, а значення $v_{01} = v_{02} = v_{03} = v_{04} = 0$.

6. Загальні витрати на проектування, виробництво і експлуатацію визначаються за формулою:

$$C_{T3} = \sum_{j=1}^n C_j,$$

де C_j – витрати на j -ий елемент;

n – число елементів в ТЗ.

Визначіть значення параметра потоку відмов для кожного елементу ТЗ ω_j .

Розв'язування:

Для порівняння витрат приводимо їх до одного моменту часу – початку експлуатації. Зведені експлуатаційні витрати обчислюємо за формулою:

$$C_{Ej} = \frac{V_j}{\chi} (1 - e^{-\chi t_p}) = \beta_{0j} + \beta_j \omega_j,$$

де $\beta_j = \frac{K_{Ej}}{\chi} (1 - e^{-\chi t_p})$, а $\beta_{0j} = \frac{V_{0j}}{\chi} (1 - e^{-\chi t_p})$.

Виробничі витрати обчислюються за аналогічною формулою:

$$C_{nj} = \frac{\mu_j}{\chi} (e^{\chi t} - 1).$$

Тому виробничі витрати можна обчислити з виразу

$$C_n = \frac{1}{\chi} \left(\mu_{0j} + \frac{K_{nj}}{\omega_j} \right) (e^{\chi t} - 1) = \alpha_{0j} + \frac{\alpha_j}{\omega_j},$$

де $\alpha_{0j} = \frac{\mu_{0j}}{\chi} (e^{\chi t} - 1)$; $C_n = \frac{K_{nj}}{\chi} (e^{\chi t} - 1)$.

Таким чином, загальні витрати на ТЗ можна визначити за формулою:

$$C_{ТЗ} = \sum_{j=1}^n (\beta_{0j} + \alpha_{0j}) + \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{\omega_j} + \sum_{j=1}^n \beta_j \omega_j.$$

Далі розділимо задане значення параметрів відмов між елементами ТЗ.

При послідовному з'єднанні елементів задані значення параметра потоку ТЗ ω_i і елементів ω_j пов'язані співвідношенням:

$$\sum_{j=1}^n \omega_j - \omega_i = 0. \quad (3.15)$$

Використовуючи вираз (3.15) можна знайти такі значення ω_j , при яких загальні витрати на ТЗ будуть мінімальними.

Для цього скористаємося методом невизначених множників Лагранжа. Згідно з цим методом складають функцію:

$$\Phi(\omega_1, \dots, \omega_n, \gamma) = \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{\omega_j} + \sum_{j=1}^n \beta_j \omega_j + \gamma \left(\sum_{j=1}^n \omega_j - \omega_{ТЗ} \right), \quad (3.16)$$

де γ – невизначений множник.

Далі прирівняємо до нуля частинні похідні від функції (3.16) по $\omega_1, \dots, \omega_n$ в результаті чого отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \omega_1} &= -\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} + \beta_1 + \gamma = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \omega_n} &= -\frac{\alpha_n}{\omega_n^2} + \beta_n + \gamma = 0 \end{aligned} \right\}.$$

З цих рівнянь визначимо невизначений множник γ , який дорівнює:

$$\gamma = \frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 = \frac{\alpha_2}{\omega_2^2} - \beta_2 = \dots = \frac{\alpha_n}{\omega_n^2} - \beta_n.$$

Звідки отримаємо:

$$\omega_{j\text{opt}} = \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}}. \quad (3.17)$$

Підставивши вираз (3.17) в (3.15), отримаємо:

$$\omega_1 + \sum_{j=2}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}} - \omega_{\text{ГЗ}} = 0.$$

Це рівняння легше розв'язати графічно, переписавши у вигляді:

$$A(\omega_1) = B(\omega_1),$$

де

$$\left. \begin{aligned} A(\omega_1) &= \omega_{\text{ГЗ}} - \omega_1 - \sqrt{\frac{\alpha_2}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_2}} \\ B(\omega_1) &= \sum_{j=3}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}} \end{aligned} \right\}. \quad (3.18)$$

Для графічного розв'язання рівняння (3.18) обчислюються і заносяться на графік значення $A(\omega_1)$ і $B(\omega_1)$.

Абсциса точки перетину кривих визначає шукане значення $\omega_{1\text{opt}}$ (рис. 3.6).

Надалі, використовуючи формулу (3.17), послідовно визначимо всі значення $\omega_{j\text{opt}}$.

Для спрощення обчислень можна переписати формулу (3.17) у вигляді

$$\left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1 + (\beta_j - \beta_1)\omega_1^2}} = \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1(1 + h_j)}},$$

де $h_j = \frac{(\beta_j - \beta_1)}{\alpha_1} \omega_1^2$.

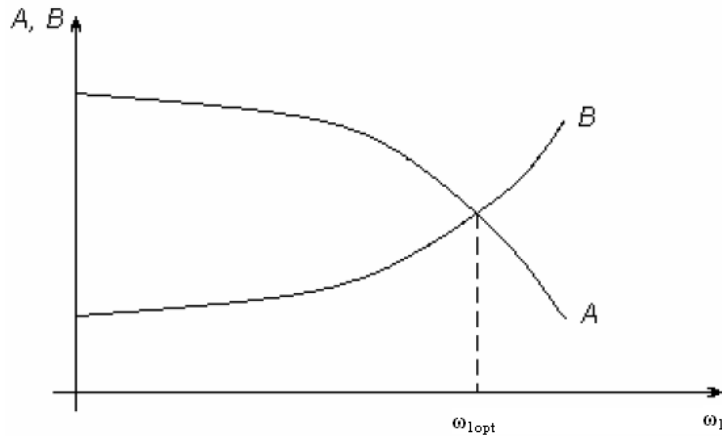


Рисунок 3.6 – Характеристики зміни параметрів $A(\omega_1)$ і $B(\omega_1)$

Для полегшення обчислень може бути побудована номограма (рис. 3.7).

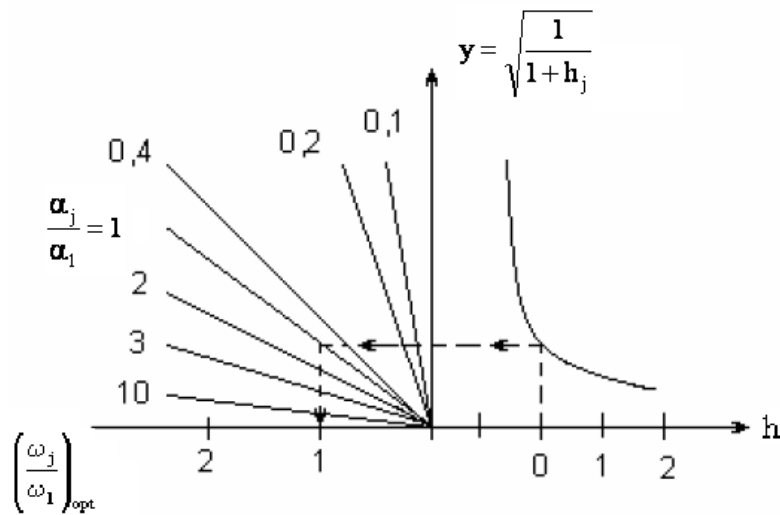


Рисунок 3.7 – Номограма для визначення оптимальних значень відношення $\left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)_{opt}$

У правому квадранті розраховують значення $\sqrt{\frac{1}{1+h_j}}$, в лівому квадранті здійснюється множення на $\sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}}$. Хід обчислень показаний стрілками (рис. 3.7).

Вирази для $A(\omega_1)$ і $B(\omega_1)$ можна записати так:

$$\left. \begin{aligned} A(\omega_1) &= \omega_{T3} - \omega_1 \left(1 + \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_2}} \right) \\ B(\omega_1) &= \omega_1 \sum_{j=3}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_j}} \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

По черзі задаючи значення ω_1 , можна знаходити за номограмою значення добутку коренів і використовувати їх у формулі (3.19).

Для даного прикладу:

$$\begin{aligned}\chi &= 13 \cdot 10^{-6} \text{ (год)}^{-1}; \\ \alpha_1 &= \frac{1,6 \cdot 10^{-4}}{13 \cdot 10^{-6}} \left(e^{8760 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 10^{-6}} - 1 \right) = 0,955; \\ \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 &= \frac{3 \cdot 10^{-5}}{13 \cdot 10^{-6}} \left(e^{8760 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 10^{-6}} - 1 \right) = 1,78; \\ \beta_1 &= \frac{4 \cdot 10^6}{13 \cdot 10^{-6}} \left(1 - e^{-8760 \cdot 20 \cdot 13 \cdot 10^{-6}} \right) = 2,76 \cdot 10^{11}; \\ \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 &= \frac{1,7 \cdot 10^5}{13 \cdot 10^{-6}} \left(1 - e^{-8760 \cdot 20 \cdot 13 \cdot 10^{-6}} \right) = 1,17 \cdot 10^{10}; \\ h_2 &= \frac{1,17 \cdot 10^{10} - 2,76 \cdot 10^{11}}{0,955} \omega_1^2 = -2,77 \cdot 10^{11} \omega_1^2.\end{aligned}$$

Використовуючи (3.19) будемо на одних осях графіки $A(\omega_1)$ і $B(\omega_1)$.

Перетин дає $\omega_{1opt} = 1,43 \cdot 10^{-6} \text{ (год)}^{-1}$.

Визначені за допомогою номограм інші значення параметра потоку відмов складають: $\omega_{2opt} = \omega_{3opt} = \omega_{4opt} = 2,86 \cdot 10^{-6} \text{ (год)}^{-1}$.

3.4 Методи, що підтверджують виконання норм надійності

Існують декілька методів, які підтверджують задані в технічних умовах значення показників (норм) надійності.

Основними з них є такі:

1. Контрольні випробування на надійність;
2. Моделювання відмов на спеціальних стендах;
3. Ймовірнісне моделювання на ЕОМ;
4. Контрольні розрахунки надійності.

Основним методом, що підтверджує норми надійності, є метод контрольних випробувань.

Перед початком випробувань об'єкти повинні пройти припрацювання (технологічний прогін). При цьому в технічних умовах на об'єкт повинна бути програма випробувань на надійність, яка включає:

- а) план випробувань;
- б) вимоги до засобів випробувань;
- в) спосіб обробки експериментальних даних і оформлення результатів випробувань.

У плані повинні міститися правила, які встановлюють об'єм вибірки, порядок проведення випробувань і критерії їх припинення.

Моделювання і контрольні розрахунки застосовуються в основному тоді, коли об'єкти не можуть піддаватися контрольним випробуванням.

Для здійснення моделювання необхідно знати ймовірнісні характеристики напіввипадкових процесів зміни властивостей елементів ТЗ. Вони можуть бути отримані або при випробуваннях окремих деталей, або за даними експлуатації.

Контрольні розрахунки надійності зазвичай проводяться для унікальних об'єктів. Для цього за основу розрахунку беруть ПН аналогічних елементів ТЗ і при необхідності екстраполують ці показники.

Ймовірнісне моделювання на ЕОМ проводиться у разі, коли контрольні розрахунки виходять дуже громіздкими або за рахунок допущень сильно спотворюють дійсність.

Існує також ще один метод підтвердження виконання норм надійності, а саме, метод прискорених випробувань на надійність.

Розрізняють два види прискорених випробувань: у нормальних і форсованих режимах.

У нормальних режимах складова навантажень відповідає технічним умовам для безперервних режимів роботи.

У форсованих режимах деякі види дій перевищують граничні значення, що задані в технічних умовах. Проте при цьому необхідно виявити вплив навантажень на фізичні процеси, що наближені до відмов і чітко оговорити допустимі межі навантажень. Крім того, при обґрунтуванні форсованих режимів випробувань необхідно скласти методику перерахунку ПН, отриманих при прискорених випробуваннях, на нормальні умови. При цьому найчастіше використовується коефіцієнт подібності K_{Π} , який дорівнює відношенню середнього напрацювання за реальних умов і середнього напрацювання в форсованому режимі.

Тривалість випробувань у форсованому режимі може бути визначена з виразу:

$$t_{\phi} = \frac{t_p}{K_{\Pi}}, \quad (3.20)$$

де t_p – заданий інтервал напрацювання ТЗ в реальних умовах;

K_{Π} – коефіцієнт подібності форсованих випробувань.

3.5 Складання логічних схем для розрахунку надійності

Розрахунок надійності ТЗ зазвичай проводиться у декілька етапів.

Перший етап полягає в описі роботи системи. На цьому етапі визначається зміст терміна «безвідмовна робота технічного засобу» (БРТЗ) і складається перелік властивостей справного ТЗ і розділення її на елементи.

На другому етапі проводиться класифікація відмов елементів і ТЗ. Оцінюється вплив відмови кожного елемента ТЗ на роботоздатність ТЗ в цілому.

Третій етап є основним етапом, на якому складається структурна (логічна) модель БР ТЗ.

На цьому етапі зазвичай виділяються підсистеми (блоки), в яких при відмові хоча б одного елемента відмовляє весь блок. Для кожного блока проводиться розрахунок надійності. Далі кожен блок нумерується і позначається буквою. Потім перераховуються комбінації блоків, які забезпечують БР технічного засобу і, нарешті, складається логічна схема для розрахунку загальної (комбінованої) надійності ТЗ. Часто вона називається ще розрахунково-логічною схемою. Ця схема характеризує стан (роботоздатний або нероботоздатний) ТЗ залежно від стану окремих елементів (блоків).

У розрахунково-логічних схемах зазвичай застосовують три способи з'єднань елементів (чи блоків).

1. *Послідовне (основне) з'єднання* відповідає випадку, коли при відмові одного елемента відмовляє весь ТЗ в цілому (рис. 3.8).

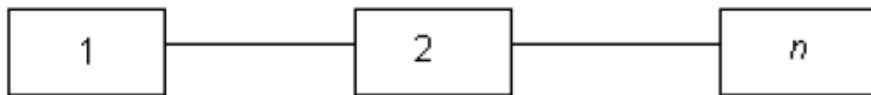


Рисунок 3.8 - Послідовне (основне) з'єднання елементів ТЗ

Напрацювання до відмови ТЗ в цьому випадку дорівнює напрацюванню до відмови того елемента, у якого вона виявилася мінімальною:

$$T_{ТЗ} \cong \min(T_j), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (3.21)$$

де n – число елементів ТЗ.

Функція надійності ТЗ при такому з'єднанні визначається за формулою:

$$P_{ТЗ}(t) = \prod_{j=1}^n P_j(t), \quad (3.22)$$

де $P_j(t)$ – функція надійності j -того елемента.

У зв'язку з цим інтенсивність відмов ТЗ, що складається з n елементів дорівнює:

$$\lambda_{ТЗ} = \sum_{j=1}^n \lambda_j, \quad \text{при } \lambda_j = \text{const}. \quad (3.23)$$

Відповідно середнє напрацювання ТЗ до відмови обчислюється за формулою:

$$T_{ТЗ\text{ср}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{T_{\text{ср}j}}}, \quad (3.24)$$

де $T_{\text{ср}j}$ – середнє напрацювання до відмови j -го елемента.

У загальному випадку з врахуванням рівняння (1.61) вираз (3.22) може бути переписаний у вигляді:

$$P_{TЗ}(t) = \prod_{j=1}^n e^{-\int_0^t \lambda_j(t) dt} = e^{-\sum_{j=1}^n \int_0^t \lambda_j(t) dt}. \quad (3.25)$$

У окремому випадку, при експоненційному розподілі вірогідності БР елементів ТЗ ($\lambda = \text{const}$), маємо

$$P_{TЗ}(t) = e^{-\lambda_{TЗ} t} = e^{-\frac{t}{T_{TЗcp}}},$$

де $\lambda_{TЗ}$ і $T_{TЗcp}$ визначаються згідно з (3.23) і (3.24).

Якщо всі елементи ТЗ рівнонадійні, то:

$$\lambda_{TЗ} = \sum_{j=1}^r n_j \lambda_j, \quad (3.26)$$

де n_j – число елементів j -типу;

r – число типів елементів.

При розрахунку вірогідності БР високонадійних ТЗ добуток $\lambda_{TЗ} t \ll 1$, а $P_{TЗ}(t)$ близька до одиниці. Розклавши $e^{-\lambda_{TЗ} t}$ у ряд і обмежившись першими двома його членами, можна з високим ступенем точності визначити вірогідність $P_{TЗ}(t)$. В цьому випадку основні ПН для ТЗ з послідовним з'єднанням елементів можна визначати за такими наближеними формулами:

$$\left. \begin{aligned} P_{TЗ}(t) &\approx 1 - \lambda_{TЗ} t \\ \omega(t) &= \lambda_{TЗ} (1 - \lambda_{TЗ} t) \end{aligned} \right\}. \quad (3.27)$$

Вирази (3.27) використовують у випадку, якщо $P(t) \geq 0,9$ або навпаки, коли $\lambda \cdot t \leq 0,1$.

При значеннях вірогідності БР, близьких до одиниці, можна використовувати ще ряд наближених формул:

$$P_{TЗ}(t) = \prod_{j=1}^n P_j(t) \approx 1 - \sum_{j=1}^n Q_j(t). \quad (3.28)$$

При рівнонадійних елементах ТЗ маємо:

$$\left. \begin{aligned} P_{TЗ}(t) &= P_j^n(t) \cong 1 - nQ_j(t) \\ P_j(t) &= \sqrt[n]{P_{TЗ}(t)} \cong 1 - \frac{Q_{TЗ}}{n} \end{aligned} \right\}. \quad (3.29)$$

або

Приклад 3.5

Вірогідність БР ТЗ протягом часу t дорівнює $P_{TЗ}(t) = 0,95$. ТЗ складається з $n=120$ рівнонадійних елементів.

Визначіть вірогідність БР елементів ТЗ.

Розв'язування:

Оскільки значення $P_{ТЗ}(t)$ близьке до одиниці, то вірогідність БР складових елементів ТЗ $P_i(t)$ визначимо за формулою (3.29):

$$P_i(t) = \sqrt[n]{P_{ТЗ}(t)} = 1 - \frac{Q_{ТЗ}}{n} = 1 - \frac{0,05}{120} \approx 99,96\% .$$

2. *Паралельно навантажене з'єднання* відповідає випадку, коли ТЗ зберігає работоздатність, до тих пір, поки работоздатний хоча б один з n включених в роботу елементів (рис. 3.9).

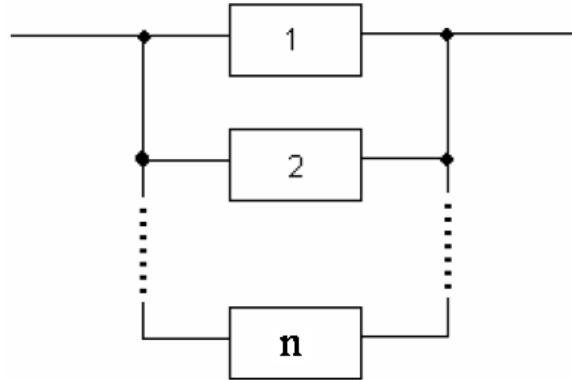


Рисунок 3.9 – Паралельне навантажене з'єднання

Напрацювання до відмови такого ТЗ дорівнює максимальному із значень напрацювань до відмови елементів:

$$T_{ТЗсп} \cong \max(T_j), \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.30)$$

Функція ненадійності ТЗ при такому з'єднанні елементів має вигляд:

$$Q_{ТЗ}(t) = \prod_{j=1}^n Q_j(t), \quad (3.31)$$

де $Q_j(t)$ – функція ненадійності j -го елемента.

Оскільки $P_{ТЗ}(t) = 1 - Q_{ТЗ}(t)$, то:

$$P_{ТЗ}(t) = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - P_j(t)). \quad (3.32)$$

3. *Паралельне ненавантажене з'єднання* відповідає випадку коли при відмові основного елемента ТЗ включається в роботу черговий резервний елемент, що зберігає його работоздатність (рис. 3.10).

Напрацювання до відмови в такому ТЗ дорівнює сумі напрацювань до відмов елементів:

$$T_{ТЗсп} = \sum_{j=1}^K T_j, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.33)$$

При паралельному ненавантаженому логічному з'єднанні функція надійності при однаково надійних K елементах дорівнює:

$$P_{ТЗ}(t) = e^{-\lambda t} \sum_{j=0}^{K-1} \frac{(\lambda t)^j}{j!}, \quad (3.34)$$

де λ – інтенсивність відмов j -го елемента.

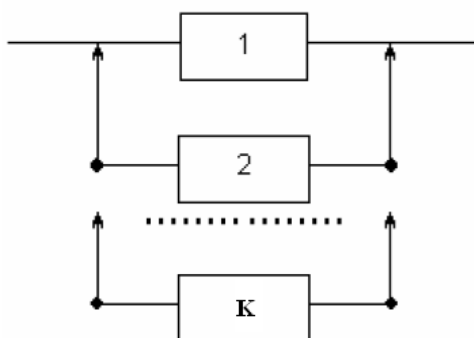


Рисунок 3.10 – Паралельне ненавантажене з'єднання

При складанні логічної схеми необхідно проводити аналіз наслідків, до яких призводить відмова елемента. Особливо це необхідно проводити, якщо є декілька однакових елементів.

Наприклад, працюють два генератори потужністю W кожен. Тут можливі декілька випадків розрахунку надійності:

1) обов'язково потрібна потужність, що дорівнює $2W$. В цьому випадку генератори на логічній схемі з'єднуються послідовно;

2) при відмові одного генератора відключаються маловажливі об'єкти, і навантаження на роботоздатному генераторі дорівнюватиме P . Отже, тут генератори з'єднуються паралельно.

При розрахунку надійності в число елементів необхідно включати електричні з'єднання паянням, зваркою, стисненням, а також інші види з'єднань, наприклад, штепсельні роз'єми. На такі електричні з'єднання припадає від 10 до 50 % всіх відмов.

3.6 Вибір і уточнення значень показників надійності

Залежно від стадії проектування розрізняють три етапи вибору значень ПН.

1. Приблизний розрахунок надійності структурної схеми ТЗ. Він проводиться з метою вибору принципу побудови ТЗ. Тут визначається число елементів, при відмовах яких ТЗ виходить з ладу. Часто кількість таких елементів знаходять шляхом порівняння з аналогічними, раніше розробленими блоками. Потім розшукують в довідникових матеріалах середні значення ПН елементів, наприклад, середні інтенсивності відмов.

2. Другий етап розрахунку надійності проводиться при підборі типів елементів і уточнень принципової схеми ТЗ. На цьому етапі визначаються умови роботи ТЗ (температура, тиск, електричне навантаження і ін.).

Для врахування навантажень як правило складаються спеціальні таблиці (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Приклад обліку навантажень елементів

Найменування елемента	Режим роботи		Інтенсивність відмов, 1/год
	t, °C	Коеф. навантаження	
Резистор	55	0,5	$9 \cdot 10^{-7}$
Конденсатор	55	0,75	$4 \cdot 10^{-7}$

На цьому етапі становить також великий інтерес використання коефіцієнтного способу розрахунку надійності. Він застосовується тоді, коли відоме достовірне значення інтенсивності відмов лише одного елемента ТЗ.

Передбачається, що при різних режимах роботи справедливим є співвідношення:

$$\frac{\lambda_j}{\lambda_v} = K_j, \quad (3.35)$$

де λ_j – інтенсивність відмов j-го елемента;

λ_v – достовірно відома інтенсивність відмов одного елемента (основного елемента розрахунку).

Значення коефіцієнта K_j зазвичай знаходять шляхом аналізу даних за інтенсивністю відмов різних елементів. Оскільки ці розрахунки є наближеними, зазвичай обчислюють мінімальні і максимальні значення K_j .

Як приклад подамо значення коефіцієнтів K_j для різних елементів, взявши за основний елемент резистори (табл. 3.2).

Таблиця 3.2 – Максимальні та мінімальні значення коефіцієнту K_j для різних складових елементів ТЗ

Найменування елементів	K_{jmin}	K_{jmax}
Електровакуумні ТЗ	18,3	26,6
Конденсатори	0,33	0,61
Резистори	1	1
Напівпровідникові діоди	11,77	15,4
Потенціометри	7,2	12
Електродвигуни	17	22
Штепсельні роз'єми	10,7	15,3

Взявши до уваги допущення (3.35) і використовуючи вирази (3.22) і (3.23), можна записати:

$$P_{ТЗ}(t) = e^{-t \lambda_0 \sum_{j=1}^d N_j K_j} \quad (3.36)$$

або

$$P_{ТЗ}(t) = e^{-t \lambda_{ТЗ}}, \quad (3.37)$$

де $\lambda_{ТЗ} = \lambda_0 \sum_{j=1}^d N_j K_j$;

N – число елементів j -го типу;

d – число типів елементів.

Якщо замість функції надійності $P_{ТЗ}(t)$, взяти середнє напрацювання до відмови $T_{ТЗcp} = 1/\lambda_{ТЗ}$, то отримані залежності можна вважати інваріантними відносно умов експлуатації ТЗ. Дійсно, при зміні умов експлуатації ТЗ змінюватиметься лише інтенсивність відмов до основного елемента розрахунку, тобто змінюватиметься лише масштаб.

При коефіцієнтному способі розрахунку для порівняння варіантів за надійністю немає потреби.

3. Третій етап розрахунку надійності проводиться після того, коли створені макети. Тут доцільно провести додаткові лабораторні випробування, в ході яких вводять грубі відмови (обриви, коротке замикання і ін.). При цьому оцінюють вплив відмови елементів на роботоздатність ТЗ і уточнюють логічну схему розрахунку надійності.

Питання для самоконтролю

1. Покажіть на прикладі, чому необхідний вибір основного ПН при розрахунку надійності ТЗ.

2. Які ПН вибираються як основні для ТЗ різних типів?

3. Перерахуйте чинники, які необхідно враховувати при призначенні норм надійності, і поясніть, яким чином проводиться це врахування.

4. Покажіть на прикладах основні способи розподілу норм надійності за елементами.

5. Проведіть аналіз основних аналітичних виразів для послідовного, паралельно навантаженого і паралельно ненавантаженого з'єднання елементів.

6. Поясніть, як здійснюється корегування норм надійності і які заходи використовуються для підвищення надійності?

7. Розкрийте суть методу перерахунку ПН, що використовує гіпотезу Н. Седякіна про ресурс надійності ТЗ.

8. Розкрийте суть методу перерахунку ПН, що використовує розрахункові графіки.

9. Перерахуйте найбільш вживані на практиці основні види технічного обслуговування і ремонту.

10. Які Ви знаєте методи, що підтверджують виконання норм надійності?

Розділ 4 ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ ПРОЕКТОВНИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ РІЗНИХ ТИПІВ

4.1 Способи і основні етапи визначення надійності проективних технічних засобів

Якщо існують відомості про надійність елементів ТЗ і зв'язки між елементами, то за цими даними можна визначити значення показників надійності ТЗ.

Визначення надійності ТЗ або системи в цілому переслідує такі цілі:

1. Визначити, чи досяжна задана надійність на сучасному рівні розвитку техніки;
2. Допомогти розподілити значення показників надійності (ПН) за елементами, блоками і вузлами;
3. Допомогти зробити вибір між різними конструктивними рішеннями;
4. Установити доцільність введення резервування.

Існує два шляхи визначення надійності ТЗ:

- складання математичної (логічної) моделі функціонування;
- безпосередньо за функціональною схемою ТЗ.

Загальноприйнятим на сьогоднішній день є перший шлях. Тут необхідно визначити, які стани ТЗ треба враховувати, ознаки цих станів і ін., тобто необхідно описати функціонування реального ТЗ формальною мовою подій і станів.

Найбільшого поширення одержали логічні моделі безвідмовної роботи ТЗ. При цьому вважають, що елементи можуть знаходитися в двох несумісних станах: роботоздатному і нероботоздатному. Функціональні зв'язки між елементами заміняються логічними, які характеризують стан ТЗ. Умови роботоздатності ТЗ при відмові елементів записуються за допомогою логічних співвідношень.

Вигляд логічної моделі визначає можливість одержання розрахункових формул. Для опису надійності найбільшого поширення отримали такі методи:

- метод інтегральних рівнянь;
- метод диференціальних рівнянь;
- метод оцінки надійності за графом можливих станів ТЗ.

4.2 Метод інтегральних рівнянь

Цей метод можна застосовувати при розрахунку надійності будь-яких ТЗ при будь-яких розподілах часу безвідмовної роботи і часу відновлення.

Визначення ПН в цьому методі відбувається шляхом складання і вирішення інтегральних або інтеграло-диференціальних рівнянь. При складанні інтегральних рівнянь звичайно виділяють нескінченно малі інтервали часу. Для цих інтервалів часу розглядають складні події, що з'являються при спільній дії декількох факторів.

Ці рівняння порівняно просто складати, але важко розв'язати. Часто розв'язок доводиться знаходити чисельними методами за допомогою ЕОМ. У зв'язку з цим метод інтегральних рівнянь у даний час не одержав широкого розповсюдження.

Як приклад застосування цього методу розглянемо розрахунок надійності невідновлюваного ТЗ із холодним резервом.

При цьому припустимо:

- індикатор відмов і перемикач абсолютно надійні;
- резервні елементи не можуть відмовити до включення їх в роботу;
- ремонт резервного ТЗ в процесі його роботи неможливий.

Такий резервований ТЗ буде безвідмовно працювати протягом часу $(0; t)$ при двох можливих подіях:

- основний елемент не відмовив;
- основний елемент відмовив у момент $t < T$, а резервний елемент проробив безвідмовно протягом інтервалу $(T - t)$.

Позначимо ймовірність першої події $P_1(t)$. Очевидно, що ймовірність появи відмови основного елемента протягом малого інтервалу часу $(T; T + dT)$ дорівнює:

$$a_1(T)dT = -P'(T)dT, \quad (4.1)$$

де $a_1(T)$ – щільність ймовірності моменту i -ої відмови.

Ймовірність безвідмовної роботи ТЗ за умови, що в момент T відбулася відмова основного елемента і включився резервний, дорівнює:

$$P_2(t - T). \quad (4.2)$$

Таким чином, ймовірність здійснення другої події на інтервалі $(T; T + dT)$ дорівнює

$$P_2(t - T) \cdot a_1(T)dT. \quad (4.3)$$

Інтегруючи вираз (4.3) від 0 до t , одержимо ймовірність здійснення другої події

$$\int_0^t P_2(t - T) \cdot a_1(T)dT. \quad (4.4)$$

Очевидно, що ймовірність дубльованого ТЗ з холодним резервом дорівнює сумі ймовірностей здійснення першої і другої подій

$$P(t) = P_1(t) + \int_0^t P_2(t - T) \cdot a_1(T)dT. \quad (4.5)$$

При показовому розподілі напрацювання до відмови основного і резервного елементів, що мають інтенсивність відмов λ_1 і λ_2 з виразу (4.5) маємо:

$$P(t) = e^{-\lambda_1 t} + \int_0^t e^{-\lambda_2(t-T)} \lambda_1 e^{-\lambda_1 T} dT = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (4.6)$$

Щільність напрацювання такого ТЗ до відмови визначається за формулою

$$a(t) = -P'(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}). \quad (4.7)$$

Якщо ТЗ має один основний і (К-1) резервний елемент, то, взявши за основу вираз (4.5) можна отримати рекурентну формулу

$$P_{K_{ТЗ}}(t) = P_{K-1}(t) + \int_0^t P_K(t-T) a_{K-1}(T) dT, \quad (4.8)$$

де індекс (К-1) – означає, що відповідні характеристики належать до резервного ТЗ, при відмові якого включається в роботу останній, К-й, резервний елемент.

4.3 Метод диференційних рівнянь

Цей метод заснований на припущенні того, що час між відмовами і час відновлення підлягають показниковим розподілам.

При цьому параметр потоку відмов $\Omega = \lambda = 1/T_{cp}$, а інтенсивність віднови $\mu = 1/T_B$, де T_{cp} , T_B – відповідно середній час до відмови і час відновлення.

Цей метод може застосовуватися для розрахунку надійності як відновлюваних, так і невідновлюваних ТЗ. Для використання цього методу необхідно мати математичну модель у вигляді множини станів ТЗ, в яких він може знаходитися при відмовах та відновленнях.

Для визначення ПН складають і розв'язують систему диференційних рівнянь для ймовірностей станів (рівнянь Колмогорова). Щоб при цьому гранично зменшити витрати праці на розрахунок зазвичай припускають, що:

- об'єкти, що відмовили, починають негайно відновлювати;
- відсутні обмеження на кількість відновлень;
- надійність засобів контролю ідеальна.

Математичну модель зображують у вигляді графа станів. На цьому графі кружечками зображують можливі стани ТЗ при відмовах її елементів. Стрілками зображують можливі напрямки переходів ТЗ з одного стану в інший. Біля стрілок вказують інтенсивність переходів (наприклад, λ і μ).

Зобразимо приклад такого графа на рис. 4.1.

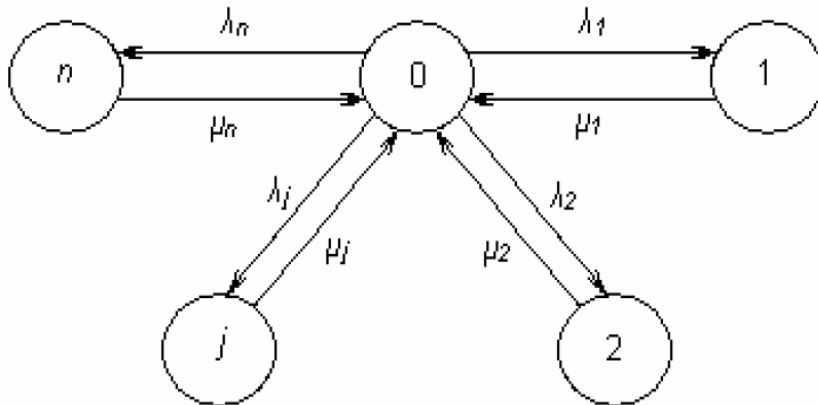


Рисунок 4.1 – Граф станів відновлюваного ТЗ

Якщо розглядається невідновлюваний ТЗ, то між станами є тільки одна стрілка.

Для визначення ймовірностей $P_j(t)$ перебування ТЗ в j -му стані в момент часу t складають за графом станів систему звичайних диференціальних рівнянь.

Для цього в ліву частину кожного рівняння ставлять похідну за часом від ймовірності перебування ТЗ в j -му стані в момент часу t . Кількість членів у правій частині дорівнює кількості стрілок, що з'єднують розглянутий стан з іншим. При цьому кожен член дорівнює ймовірності переходу з одного стану в інший, а саме добуткові інтенсивності переходу (наприклад, λ_{ij}) на ймовірність того i -го стану, з якого стрілка виходить. Знак добутку береться додатним, коли стрілка входить у розглянутий стан.

Отримана система диференціальних рівнянь доповнюється нормованою умовою

$$\sum_{j=0}^{n+1} P_j(t) = 1, \quad (4.9)$$

де $P_j(t)$ – ймовірність перебування ТЗ в j -му стані;

$n+1$ – кількість можливих станів.

Далі вся множина станів розбивається на дві підмножини:

- а) n_1 – підмножина станів, у якому ТЗ нероботоздатний;
- б) n_2 – підмножина станів, у яких ТЗ роботоздатний.

Тоді функцію готовності ТЗ можна визначити як

$$G(t) = \sum_{j=0}^n P_j(t), \quad (4.10)$$

де $P_j(t)$ – ймовірність перебування ТЗ в j -му роботоздатному стані.

Якщо необхідно визначити коефіцієнт готовності (або простою) розглядають сталий режим експлуатації при $t \rightarrow \infty$.

У цьому випадку всі похідні $P'_j(t)=0$ і система диференціальних рівнянь переходить у систему алгебраїчних рівнянь.

Приклад 4.1. Обчислимо коефіцієнт готовності ТЗ, якщо коефіцієнт готовності кожного з n елементів ТЗ відповідно дорівнює: $K_{Г1}, K_{Г2}, \dots, K_{Г1}, \dots, K_{Гn}$.

Вважаємо, що весь ТЗ відмовляє, якщо відмовив хоча б один з його елементів.

Розв'язування:

Необхідно розглянути всі стани ТЗ. Для цього складається граф станів (див. рис. 4.1). Цей граф позначає такі стани ТЗ:

- 0 – всі елементи роботоздатні;
- 1 – перший елемент нероботоздатний, інші роботоздатні;
- 2 – другий елемент нероботоздатний, інші роботоздатні і т.д.

Ймовірність появи одночасно двох нероботоздатних елементів вважаємо настільки малою, що нею можна знехтувати.

Символами $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ – позначені інтенсивності відмов, а символами $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ – позначені інтенсивності відновлення.

За графом станів складаємо систему диференціальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= \lambda_1 P_0 - \mu_1 P_1(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= \lambda_2 P_0 - \mu_2 P_2(t) \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dP_n(t)}{dt} &= \lambda_n P_0 - \mu_n P_n(t) \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Сюди ж додають нормовану умову (4.9) $\sum_{j=0}^n p_j(t) = 1$.

При сталому режимі експлуатації рівняння виду (4.11) набудуть вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 P_0 - \mu_1 P_1(t) &= 0 \\ \lambda_2 P_0 - \mu_2 P_2(t) &= 0 \\ \dots\dots\dots \\ \lambda_n P_0 - \mu_n P_n(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Розв'язавши отриману систему алгебраїчних рівнянь (4.12) з врахуванням нормованої умови, отримаємо

$$K_{ГТЗ} = P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\mu_j}} \quad (4.13)$$

Ймовірність перебування ТЗ в j -му стані дорівнюватиме

$$P_j(t) = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \cdot P_0. \quad (4.14)$$

Знаючи формулу $K_{\Gamma} = \frac{\mu}{(\mu + \lambda)}$, маємо

$$\mu_j = \lambda_j \cdot \frac{K_{\Gamma_j}}{1 - K_{\Gamma_j}}. \quad (4.15)$$

Підставивши в (4.13) вираз для μ_j з (4.15), отримаємо

$$K_{\Gamma_{ТЗ}} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{1}{K_{\Gamma_j} - 1}}. \quad (4.16)$$

Нехай $K_{\Gamma_1} = 0.6$; $K_{\Gamma_2} = 0.7$; $K_{\Gamma_3} = 0.8$.

Підставивши ці значення в (4.16), отримаємо коефіцієнт готовності ТЗ

$$K_{\Gamma_{ТЗ}} = \frac{1}{1 + (1/0.6 - 1) + (1/0.7 - 1) + (1/0.8 - 1)} = 0,43.$$

4.4 Метод оцінки надійності за графом можливих станів ТЗ

Цей метод заснований на методі диференціальних рівнянь, при якому доводиться розв'язувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Структура визначників цієї системи дозволяє сформулювати правило перебування виразів для ПН безпосередньо за графом.

Таке правило для виразів стаціонарної ймовірності перебування ТЗ в j -му стані полягає в такому: проходять найкоротші шляхи (без повернення) із усіх крайніх станів у кожен стан ТЗ за напрямком стрілок і перемножують усі інтенсивності переходів.

Кожна інтенсивність переходу враховується тільки один раз. Ймовірність перебування в j -му стані для графів без кілець визначається за формулою

$$P_j(t) = \frac{\Delta_j}{\sum_{i=0}^{K+1} \Delta_i}, \quad (4.17)$$

де Δ_i , Δ_j – добуток інтенсивностей переходів із усіх найкоротших станів відповідно в j -ті та i -ті при русі за найкоротшим шляхом в напрямку стрілок;

$(K+1)$ – кількість станів ТЗ.

Найкоротшими вважаються стани, що не мають вихідних стрілок при невідновлюваному ТЗ і мають не більше однієї вихідної стрілки при відновлюваному ТЗ.

Застосовуючи це правило можна отримати формулу для $K_{ГТЗ}$ (коефіцієнта готовності ТЗ) без складання і розв'язання диференціальних рівнянь.

Приклад 4.2

ТЗ складається з трьох вузлів. Відмова будь-якого вузла – відмова ТЗ. Відомі інтенсивності відмов $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ та інтенсивності відновлень μ_1, μ_2, μ_3 вузлів ТЗ. Визначіть $K_{ГТЗ}$ – коефіцієнт готовності ТЗ.

Розв'язування:

Зобразимо граф ТЗ відповідно до умови задачі (рис. 4.2). Використовуючи викладене вище правило, визначаємо за графом (рис. 4.2) коефіцієнт готовності ТЗ

$$K_{ГТЗ} = P_{ТЗ} = \frac{\Delta_0}{\Delta_0 + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3}, \quad (4.17, a)$$

де $\Delta_0 = \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3$; $\Delta_1 = \lambda_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3$; $\Delta_2 = \mu_1 \cdot \lambda_2 \cdot \mu_3$; $\Delta_3 = \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \lambda_3$.

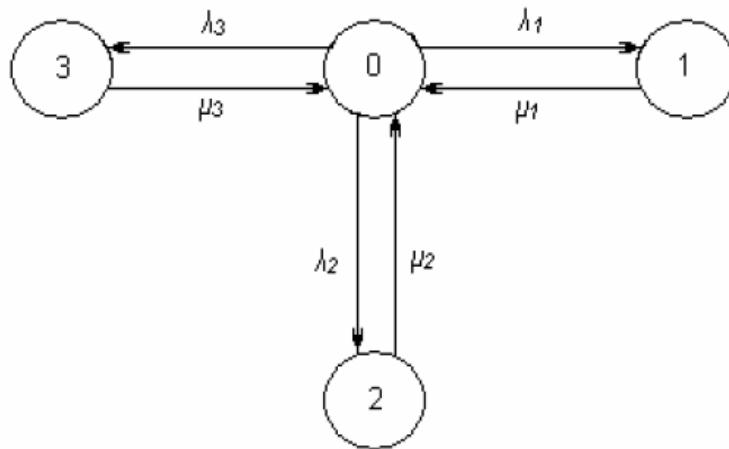


Рисунок 4.2 – Граф станів ТЗ, що заданий за умовою задачі

Підставляючи λ_i та μ_i (4.17, а) остаточно отримаємо

$$K_{ГТЗ} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3}{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 + \lambda_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 + \mu_1 \cdot \lambda_2 \cdot \mu_3 + \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \lambda_3} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{\lambda_3}{\mu_3}}.$$

Для нестационарного стану знаходять вираз для перетворення Лапласа ймовірності перебування в розглянутому стані.

4.5 Розрахунок втрат продуктивності ТЗ через ненадійність елементів

Як правило в таких випадках знаходять середні втрати за одиницю часу як математичне сподівання втрат вихідного ефекту за одиницю часу

$$\bar{W} = \bar{E}_0 - \sum_{v=0}^s \bar{E}_v h_v, \quad (4.18)$$

де \bar{E}_0 – середній вихідний ефект за одиницю часу для цілком роботоздатного абсолютно надійного (ідеального) ТЗ;

h_v – ймовірність перебування ТЗ в V-му стані (або доля часу перебування ТЗ в V-му стані);

S – кількість можливих станів ТЗ.

Іноді зручніше обчислювати відносні середні втрати через ненадійності

$$\frac{\bar{W}}{\bar{E}_0} = \left(1 - \sum_{v=0}^s \epsilon_v h_v \right) 100\%, \quad (4.19)$$

де $\epsilon_v = \frac{\bar{E}_v}{\bar{E}_0}$ – коефіцієнт зниження ефекту у V-му стані.

Основні труднощі виникають при визначенні ймовірностей перебування ТЗ в різних станах. Тому в результаті попереднього аналізу необхідно сформулювати деяке правило (припущення) і дотримуватись його в ході розрахунку.

Найбільш доцільними є такі з припущень:

1. Можливий (n+1) стан ТЗ. Один стан відповідає роботоздатності всіх елементів. Інші стани відповідають нероботоздатності одного з n елементів.

Вихідний ефект відповідає тільки одному стану при роботоздатності всіх елементів: «схема одного стану»;

2. Схема аналогічна попередній, але при відмові одного елемента виникає V-ий стан, якому відповідає вихідний ефект \bar{E}_v : «схема одної відмови»;

3. Можливі лише такі стани ТЗ, при яких не більше двох його елементів нероботоздатні: «схема двох відмов». Загальна кількість станів $n+1+C_n^2$.

Доля часу перебування ТЗ в іншому, крім зазначених вище, стані вважається дуже малою.

Розрахунки втрат продуктивності ТЗ через ненадійність елементів доцільно проводити, переходячи послідовно від схеми одного стану до схем одного, двох і т. д. відмов елементів.

При «схемі одного стану» коефіцієнт ефективності для цього стану $\varepsilon_v = 1$, для інших станів $\varepsilon = 0$. При цьому відносні середні втрати обчислюються за формулою

$$\frac{\bar{W}}{\bar{E}_0} = 1 - h_0, \quad (4.20)$$

де h_0 – ймовірність того, що всі елементи роботоздатні.

Ймовірність h_0 обчислюється за значеннями коефіцієнтів готовності всіх j -х елементів $K_{ГТЗ}$ або за формулою (4.13)

$$K_{ГТЗ} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\mu_j}}.$$

При схемі «одної відмови» обчислюються ймовірності перебування ТЗ в кожному V -му із $(n+1)$ станів за формулою

$$h_v = h = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \cdot h_0 = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \cdot \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\mu_j}}. \quad (4.21)$$

При цьому

$$\frac{\bar{W}}{\bar{E}_0} = 1 - h_0 - \sum_{j=1}^n \varepsilon_j h_j = 1 - h_0 \left(1 + \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \cdot \frac{\lambda_j}{\mu_j} \right). \quad (4.22)$$

Збільшення відносної продуктивності ТЗ при розрахунку за схемою одної відмови може бути грубо оцінено за формулою

$$\sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_j \lambda_j}{\mu_j} \approx n \varepsilon_{cp1} \left(\frac{\lambda_j}{\mu_j} \right)_{cp} = z_1, \quad (4.23)$$

де ε_{cp1} – орієнтовна оцінка середнього коефіцієнта ефекту для стану ТЗ, у якому не працює один елемент (інші $(n-1)$ працюють);

$\left(\frac{\lambda_j}{\mu_j} \right)_{cp}$ – середнє значення відношення λ_j / μ_j для елементів ТЗ.

Для ТЗ з різними λ_j та μ_j обчислення значно ускладнюються.

При розрахунку за «схемою двох відмов» обчислення значно ускладнюються через різке збільшення кількості розглянутих станів. Тому часто доводиться застосовувати ЕОМ. Послідовність обчислення така ж: за графом обчислюють середні втрати за формулою (4.19).

Щоб вирішити питання про доцільність розрахунку за «схемою двох відмов» перепишемо формулу (4.19) у вигляді

$$\frac{\bar{W}}{E_0} = 1 - h_0 - \sum_{j=1}^n \varepsilon_j h_j - \sum_{v=n+1}^S \varepsilon_v h_v, \quad (4.24)$$

де $S = C_n^1 + C_n^2 = n + \frac{1}{2}n(n-1)$.

У виразі (4.24) перша сума характеризує продуктивність ТЗ при одній відмові, а друга – при двох відмовах.

Питання для самоконтролю

1. Для яких законів розподілу часу безвідмовної роботи використовуються методи інтегральних та диференціальних рівнянь при розрахунку надійності ТЗ?
2. Проаналізуйте переваги і недоліки методу диференціальних рівнянь та методу розрахунку надійності за графом можливих станів ТЗ.
3. Покажіть (доведіть), чому при використанні методу оцінки надійності за графом можливих станів ТЗ немає необхідності у складанні та розв'язанні системи алгебраїчних рівнянь.
4. Які методи набули найбільшого поширення для опису надійності технічних засобів?
5. Проведіть порівняльний аналіз переваг і недоліків усіх трьох розглянутих методів розрахунку надійності.
6. Наведіть вираз для розрахунку відносних середніх втрат.
7. Наведіть вираз для визначення ймовірності перебування в j -му стані для графів без кілець.
8. Наведіть приклад графу станів ТЗ та поясніть як за цим графом складається система диференціальних рівнянь.
9. Чому буде дорівнювати ймовірність перебування ТЗ в j -му стані при використанні методу диференціальних рівнянь?
10. За яким виразом розраховується коефіцієнт готовності ТЗ в методі диференціальних рівнянь?
11. Наведіть вираз для розрахунку функції готовності ТЗ в методі диференціальних рівнянь та як записується при цьому нормована умова.
12. Чому дорівнює ймовірність появи відмови основного елемента протягом малого інтервалу часу при використанні методу інтегральних рівнянь?
13. Наведіть вираз для розрахунку ймовірності дубльованого ТЗ з холодним резервом.
14. Наведіть вираз для розрахунку щільності напрацювання ТЗ до відмови.
15. Якщо ТЗ має один основний і $(K-1)$ резервний елемент, то за якою рекурентною формулою розраховується ймовірність безвідмовної роботи?

Розділ 5 МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

5.1 Заходи, що використовуються для підвищення надійності технічних засобів

Розглянуті в попередніх розділах питання дозволяють виділити основні напрямки робіт з підвищення надійності ТЗ. При цьому можна виділити чотири групи заходів щодо підвищення надійності ТЗ при їхньому проектуванні:

- системні;
- структурні (схемні);
- конструктивні;
- експлуатаційні.

До системних методів відносяться організаційно-економічні заходи щодо стимулювання підвищення надійності і ряд технічних заходів.

Одним із шляхів стимулювання підвищення надійності є включення у вартість ТЗ витрат на гарантійні ремонт і обслуговування. При цьому розроблювач враховує, що при підвищенні надійності зменшуються витрати на гарантійний ремонт і обслуговування, тобто прибуток стає найбільшим при певному значенні показника надійності, який перевищує максимально допустимий рівень. У цьому випадку розробники та виготовлювачі ТЗ прагнуть дізнатись цей рівень і досягти його. Отже, стимулюються точні оцінки надійності та її підвищення. Іншим шляхом стимулювання підвищення надійності є планування витрат на весь термін служби проектного ТЗ.

Технічні заходи щодо оформлення показників надійності проективних ТЗ необхідні при будь-якій системі взаємин замовника і розробника. До технічних заходів відносяться облік зовнішніх впливів на проектні технічні засоби:

- а) робочі (важкий ударно-вібраційний режим, температурний режим, агресивне хімічне середовище, ядерна реакція);
- б) кліматичні (температура, вологість, домішки в повітрі);
- в) біологічні (грибок або цвіль, комахи, гризуни).

Структурні (схемні) методи поєднують заходи щодо підвищення надійності ТЗ шляхом вдосконалювання принципів їхньої будови.

Ці методи відрізняються великою розмаїтістю й інтенсивно розвиваються. До них відносяться, наприклад, варіанти будови ТЗ, нечутливих до появи відмов, за рахунок введення надлишкових апаратних і програмних засобів. При цьому можуть використовуватися і апаратні (наприклад, резервування) і програмні (наприклад, порівняння результатів надлишкових обчислень) засоби. У ряді випадків також можуть застосовуватися й апаратно-програмні засоби виявлення відмов

елементів і відновлення ТЗ. Більш детально структурні (схемні) методи підвищення надійності будуть розглянуті далі.

До конструктивних методів відносяться заходи щодо створення та вибору елементів, вузлів або блоків ТЗ, створення сприятливих режимів роботи, вживання заходів щодо полегшення ремонтів і т. ін. При цьому звичайно виявляються більш надійними ті елементи, вузли або блоки ТЗ, що не мають деталей, тонких обмоток, ниток розжарення тощо.

Час усунення відмови можна істотно зменшити шляхом побудови ТЗ за блоко-вузловим способом. При цьому всі ТЗ розбиваються на окремі функціонально закінчені блоки, що в електронних системах з'єднуються між собою кабелями, а в механічних – зв'язуються кінематично. Блоки у свою чергу розбиваються на функціонально закінчені вузли, виконувані у вигляді легкознімних конструкцій. При такій будові ТЗ відновлення полягає в заміні несправних блоків або вузлів, що значно прискорює процес введення ТЗ у роботу. Здійснення блочно-вузлових конструкцій тісно пов'язано з уніфікацією елементів і систем, що виконується на основі відбору найбільш надійних варіантів. При цьому не тільки підвищується надійність ТЗ, але і знижується їх вартість, і спрощується виготовлення. У ряді випадків вдається створити дуже складні ТЗ з елементів двох-трьох типів.

Планування *експлуатаційних заходів* на стадії проектування ТЗ полягає в розробці системи експлуатаційного забезпечення. Проектування ТЗ при цьому повинно здійснюватися відповідно до номенклатури робіт з технічного обслуговування. Наприклад, для планування періодичного регулювання визначних параметрів ТЗ необхідно передбачити можливість контролю і прогнозування значень цих параметрів.

Як уже згадувалось, *структурні (схемні) і конструктивні методи підвищення надійності безумовно є основними для забезпечення відповідного рівня надійності розроблюваних ТЗ.*

Розглядаючи ці методи необхідно підкреслити таке.

У першу чергу надійність ТЗ досягається за рахунок використання високонадійних елементів. Впровадження напівпровідникових приладів замість електровакуумних дозволило, як відомо, підвищити надійність технічних засобів більш ніж на порядок за рахунок того, що фізичні процеси в напівпровідникових приладах забезпечують їх функціонування при менших живильних напругах, розсіювальних потужностях і, відповідно, температурах.

Подальший розвиток елементної бази полягав в створенні інтегральних мікросхем (ІМС). За останні 20–30 років ІМС розвивалися бурхливими темпами і послідовно були створені інтегральні схеми малого, середнього і великого (ВІС) ступеня інтеграції. В даний час створюються дуже великі ІМС, що містять тисячі, десятки тисяч навіть сотні тисяч елементів. Технологія ІМС безупинно вдосконалювалася, і це привело до

того, що, незважаючи на різке збільшення числа елементів на одному кристалі, надійність окремого кристала залишалася такою ж, причому інтенсивність відмов схеми, розміщеної на кристалі, складала приблизно $10^{-6} - 10^{-8}$ год⁻¹.

Подальший розвиток елементів автоматики і обчислювальної техніки буде спрямований шляхом підвищення ступеня інтеграції в ІМС, використання оптичних елементів, а також впровадження нових типів друкованих плат, у тому числі багатошарових плат, контактних з'єднань тощо.

При проектуванні ТЗ необхідно особливу увагу приділяти підбору стандартизованих і уніфікованих елементів, використання яких значно підвищує надійність, тому що ці елементи відпрацьовані найкращим чином в схемному, конструктивному і технологічному відношенні.

Другим шляхом підвищення надійності є забезпечення оптимальних режимів роботи елементів і, насамперед, електричних режимів. Досвід експлуатації елементів показує, що оптимальне значення коефіцієнта навантаження, при яких інтенсивність раптових відмов найменша, знаходиться в межах 0,2 – 0,4. Крім того, встановлено, що при цих же значеннях коефіцієнта навантаження параметри елементів повільніше відхиляються від номінальних значень. При цьому велике значення має вибір коефіцієнта навантаження за тепловим, механічним і радіаційним режимом. Зазначені режими значною мірою залежать від конструкції пристроїв, а також від прийнятих технічних рішень. Природно, що це повинно враховуватися в процесі проектування.

Одним з найбільш ефективних засобів підвищення надійності є **резервування**, тобто введення надлишку. Досвід використання різних методів резервування в ТЗ показує, що постійне резервування може використовуватися до окремих елементів або схем. Для складних ТЗ звичайно застосовується резервування заміщенням, що також використовується і для окремих пристроїв. Часто, наприклад, у системах автоматичного управління використовуються *мажоритарне резервування і самокоригувальні коди*.

Тимчасове резервування широко використовується в засобах обчислювальної техніки. Його конкретна реалізація, наприклад, здійснюється способом подвійного – потрійного підрахунку. Наприклад, певна задача розв'язується двічі, і порівнюються отримані результати. Збіг результатів означає, що відмова і збої відсутні і можна переходити до розв'язання наступних задач. У випадку розбіжності результатів, що означає відмову або збій у роботі пристрою, потрібно розв'язання повторити.

Тимчасове резервування використовується також при тестовому контролі, тобто періодичному розв'язанні спеціальних задач з відомими відповідями. Очевидно, що в цьому випадку на підставі порівняння

отриманого результату з відомим можна судити про роботоздатність пристрою. Причому, чим більше часу виділяється на тестовий контроль і чим частіше він проводиться, тим з більшою вірогідністю можна судити про роботоздатність контрольованого пристрою.

Одним із спеціальних методів підвищення надійності є використання *самонастроюваних і самоорганізуючих систем*.

Особливо важливим є принцип самоорганізації. Для його реалізації створюються, наприклад, такі системи автоматичного керування, що здатні змінювати свою структуру в процесі функціонування.

Як уже згадувалось, ефективним методом підвищення надійності є *відновлення несправних ТЗ*. Тут основним питанням є виявлення факту відмови і пошук елементів, що відмовили. Така задача може бути вирішена за допомогою діагностування ТЗ, наприклад, при використанні автоматизованих систем контролю, де як основна центральна ланка застосовується ЕОМ, що забезпечує перевірку великого числа контрольних точок протягом невеликого проміжку часу.

Свої особливості при цьому має діагностування засобів обчислювальної техніки. Тут широке застосування знаходять методи *діагностування*, засновані на використанні різних логічних співвідношень, інформаційного та алгоритмічного резерву.

В даний час у засобах обчислювальної техніки все ширше використовується *сигнатурний аналіз*, що заснований на стиску інформації і поданні її масивів у вигляді їхніх спеціальних образів – **сигнатур**.

Аналіз сигнатур при обробці різних масивів інформації дозволяє зробити висновки про працездатність засобів.

Крім того, час відновлення значно скорочується за рахунок забезпечення доступності всіх вузлів ТЗ для огляду, тобто визначається ремонтпридатність розроблювальних конструкцій.

Зокрема, наприклад, у *засобах обчислювальної техніки* прийнято *чотири конструктивних рівні*:

- ІМС і радіоелементи;
- типові елементи заміни (ТЕЗ), що являють собою друковані плати з розміщеними на них ІМС;
- рами, у яких розміщаються ТЕЗ;
- шафи, у яких кріпляться рами.

При такій конструкції засобів заміна елементів, що відмовили, здійснюється шляхом заміни ТЕЗ, а несправні ТЕЗ надходять у ремонт.

Велике значення для забезпечення надійності, як уже неодноразово згадувалося, має *якість виготовлення ТЗ*, що визначається технологічною дисципліною, організацією контролю на всіх стадіях проектування, виробництва, проведення випробувань та якістю комплектуючих і матеріалів. Тут також має велике значення якість експлуатації, прийнята

система технічного обслуговування, підготовленість обслуговуючого персоналу і ряд інших факторів.

Аналіз надійності ТЗ показує, що приблизно 40–45% усіх відмов виникає в апаратурі через помилки на етапі проектування, 20% – від помилок, допущених при виробництві, 30% – від неправильної експлуатації, 5–10% – від природного зносу і старіння.

Таким чином, як видно з викладеного матеріалу, існує досить велика кількість напрямків підвищення надійності ТЗ і їхніх складових частин.

Однак із усіх перерахованих вище напрямків і шляхів необхідно підкреслити важливість, а також певну специфіку методів резервування, які розглянемо більш детально.

5.2 Основні поняття, визначення і класифікація методів резервованих ТЗ

Резервуванням називають метод підвищення надійності ТЗ за рахунок введення надлишку. Під *надлишком* при цьому розуміють додаткові засоби і можливості окрім мінімально необхідних для виконання ТЗ заданих функцій. Таким чином, задачею введення надлишку є забезпечення нормального функціонування ТЗ після виникнення відмов у її елементах.

Відповідно до ГОСТ 13377-75 розрізняють *три основних види резервування*:

- структурне;
- інформаційне;
- тимчасове.

Структурне резервування (або апаратне) передбачає використання надлишкових елементів ТЗ. Суть такого виду резервування полягає в тому, що в мінімально необхідний варіант ТЗ, елементи якого називають основними, вводяться додаткові елементи, вузли, пристрої або навіть замість одного ТЗ передбачається використання декількох ідентичних ТЗ. При цьому надлишкові резервні структурні елементи, вузли, пристрої тощо, призначені для виконання робочих функцій при відмові відповідних основних елементів, вузлів і пристроїв.

Інформаційне резервування передбачає використання надлишкової інформації. Найпростішим прикладом реалізації такого виду резервування є багаторазова передача одного й того ж повідомлення по каналу зв'язку. Як інший приклад можна навести використання спеціальних кодів, що виявляли до виправлення помилки, (коди з повторенням і інверсією, циклічний код, код Хеммінга і т. ін.), які з'являються в результаті збоїв і відмов апаратури. Тут варто відмітити, що використання інформаційного

резервування спричиняє також необхідність введення надлишкових елементів.

Тимчасове резервування передбачає використання надлишкового часу. У випадку застосування цього виду резервування передбачається можливість поновлення функціонування ТЗ після того, як воно було перервано в результаті відмови, шляхом його відновлення. При цьому також передбачається, що на виконання ТЗ необхідної роботи приділяється час, свідомо більший мінімально необхідного.

Перераховані види резервування можуть бути застосовані або до ТЗ у цілому, або до окремих їхніх елементів чи до груп таких елементів. У першому випадку резервування називається *загальним*, у другому – *роздільним*.

Найбільш широкого поширення в даний час одержало *структурне резервування*. ТЗ із використанням цього виду резервування можуть класифікуватися за різними ознаках, основними з яких є:

- реакція ТЗ на появу відмови;
- режим роботи резервних елементів;
- вигляд схеми резервування;
- спосіб включення резервних елементів;
- ступінь надмірності тощо.

У першу чергу різні резервовані ТЗ відрізняються один від одного реакцією на появу відмов, тобто своїми *«динамічними» властивостями*. З цього погляду розрізняють *два методи резервування: активне і пасивне*.

У першому випадку структура ТЗ така, що з появою відмови вона перебудовується і відбувається відновлення роботоздатності, тобто відбувається ніби «саморемонт» ТЗ. При цьому ТЗ активно реагує на появу відмови. Звідси і назва методу резервування.

При пасивному резервуванні ТЗ відмова одного або навіть декількох елементів не впливає на його роботу. Елементи з'єднані постійно і перебудова структури не відбувається. ТЗ ніби пасивно чинить опір появі відмов елементів.

Як при активному, так і при пасивному методах резервування велике значення мають *режими роботи резерву*. Однак, якщо в першому випадку для розрахунку важливо знати навантаження на резервні елементи до появи відмови, то в другому випадку – після появи відмови.

За цією класифікаційною ознакою для активного резервування розрізняють *навантажений, полегшений і ненавантажений резерви*.

Навантажений резерв – резервний елемент знаходиться в тому ж режимі, що й основний. При цьому приймається, що характеристики надійності резервних елементів у період їхнього перебування як резервних і в період їхнього використання замість основних після відмови останніх залишаються незмінними.

Полегшений резерв – резервний елемент знаходиться в менш навантаженому режимі, ніж основний. При цьому приймається, що характеристики надійності резервних елементів у період їхнього перебування як резервних вища, ніж у період їхнього використання замість основних після їх відмови.

Ненавантажений резерв – резервний елемент практично не несе навантаження до початку виконання ним функцій основного елемента. При цьому приймається, що такий резервний елемент, знаходячись у резерві, відмовляти не повинен, тобто має в цей період «ідеальну» надійність. У період же використання резервного елемента замість основного після відмови останнього надійність резервного елемента стає рівною надійності основного.

При відмові хоча б одного із елементів ТЗ з пасивним резервуванням може змінюватися навантаження, що сприймається елементами, які залишилися роботоздатними. Саме тому, у ТЗ із пасивним резервуванням велике значення мають умови роботи елементів після появи відмови, тобто стабільність навантаження на елементи, що залишилися роботоздатними. За цією ознакою розрізняють *три види ТЗ із пасивним резервуванням*:

- з *незмінним навантаженням* (при відмові одного або декількох елементів не змінюється навантаження на елементи, що залишилися роботоздатними);

- з *перерозподілом навантаження* (при відмові хоча б одного елемента змінюється, як правило в бік збільшення, навантаження на елементи, які залишилися роботоздатними);

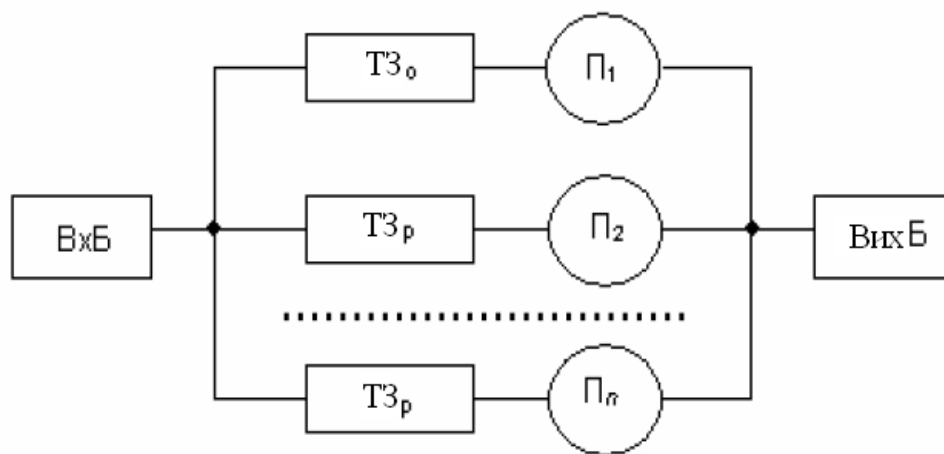
- з *навантажуванним резервуванням* (резервуванням за навантаженням), у яких при відмові хоча б одного елемента технічний засіб виходить з ладу, але інтенсивність відмов елементів зменшена за рахунок того, що навантаження, яке повинен сприймати один елемент, сприймається декількома елементами.

При пасивному резервуванні найбільший вигравш у надійності досягається в ТЗ із незмінним навантаженням, найменший – з резервуванням за навантаженням. Тут варто підкреслити, що в ТЗ з активним резервуванням відбувається порушення роботи об'єкта на час з моменту відмови основного елемента до моменту включення резервного. Таким чином, якщо така перерва в роботі ТЗ принципово неприпустима, то метод пасивного резервування є єдиною можливістю. І це один із найбільш суттєвих моментів, на який розроблювач ТЗ повинен звернути свою увагу при виборі між активним і пасивним методами резервування.

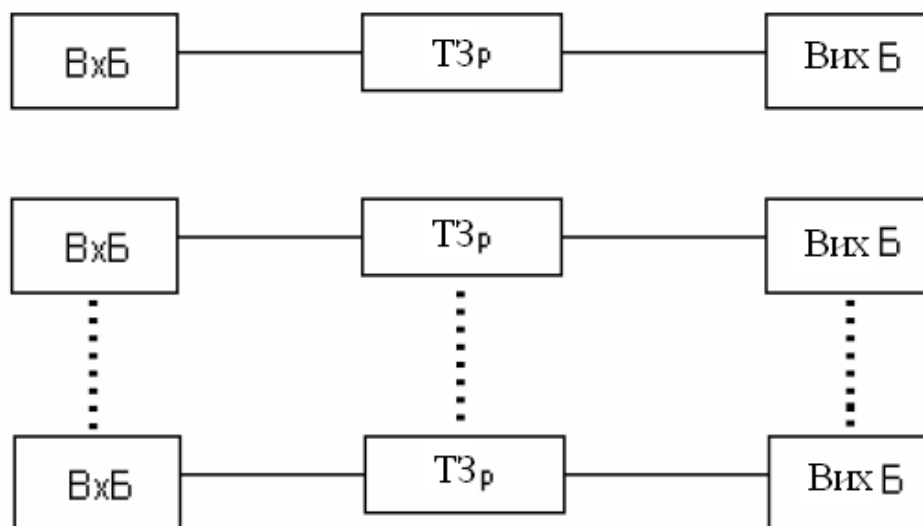
Обидва розглянутих вище методи реалізуються за *різними схемами резервування*. Принципового розходження між видами схем резервування немає.

Однак при цьому все-таки розрізняють резервування загальне, автономне, окреме, одиничне, внутрішньоелементне, ковзаюче та з вибірковими схемами.

Загальне резервування полягає в резервуванні ТЗ в цілому і, завдяки своїй простоті, цей спосіб є найбільш відомим (рис. 5.1, а).



а)



б)

Рисунок 5.1 – Структури загального резервування: а) – схема загального активного резервування; б) – схема автономного резервування; ВхБ – вхідний блок; ТЗ₀ – основні ТЗ; ТЗ_р – резервні ТЗ; П_п – перемикачі; ВихБ – вихідний блок

Автономне резервування – один з варіантів загального. Воно полягає в застосуванні декількох незалежних об'єктів, що виконують одну й ту ж саму задачу. Кожний з цих об'єктів має свій вхід і вихід і, звичайно, незалежні джерела живлення. Прикладом об'єктів з автономним резервуванням може служити сукупність засобів вимірювання, що виконують ті самі вимірювання, при цьому кожен засіб має свої вхідні

датчики, перетворювачі та джерела живлення. Автономне резервування, як правило, застосовується при проведенні відповідальних експериментів у системах відповідального призначення. При цьому автономне резервування (див. рис. 5.1, б) завжди є пасивним.

Окреме резервування полягає в резервуванні ТЗ за окремими елементами або їхніми групами (ділянками). ТЗ з активним загальним резервуванням можна вважати частковим випадком ТЗ із окремими резервуванням при одній ділянці резервування.

Одиничне резервування полягає в заміні елементів ТЗ елементарними резервованими схемами (звичайно пасивними). У складних ТЗ дуже важко знайти раціональну схему окремого резервування. Крім того, схеми резервування різних ТЗ щоразу доводиться проектувати знову, що вимагає іноді досить значних матеріальних затрат і часу. Тому одиничне резервування, при якому найпростіші схеми резерву типових елементів можуть виконуватися у вигляді готових блоків (комірок), часто виявляється зручним через простоту побудови складних резервованих ТЗ. При одиничному резервуванні не потрібно складати спеціальних схем, а можна просто ставити на місце кожного елемента у функціональній схемі ТЗ його аналог – типову резервовану комірку.

Внутрішньоелементне резервування полягає в резервуванні внутрішніх зв'язків елемента. Якщо при одиничному резервуванні використовуються схеми з існуючих елементів (комірок), то застосування внутрішньоелементного резервування пов'язано із зміною конструкції елемента. Прикладом використання внутрішньоелементного резервування може служити так званий *релер* - резервоване реле.

Змінне резервування застосовується в ТЗ із великою кількістю однакових елементів. Воно полягає в тому, що використовується невелике число резервних елементів, що можуть підключатися замість будь-якого з несправних елементів основного ТЗ.

При *резервуванні з вибірковою схемою* порівнюються сигнали на виході непарного числа паралельно працюючих засобів і в зовнішнє коло видається сигнал, наявний на виході більшості засобів. Вибіркові схеми застосовуються в тих випадках, коли важко установити, відмовили чи ні окремі засоби.

За способом включення резервних елементів усі розглянуті вище схеми резервування поділяються на *схеми з постійно включеним резервом (постійне резервування)* і *схеми резервування заміщенням*.

Постійне резервування – це таке резервування, при якому резервні елементи беруть участь у функціонуванні ТЗ нарівні з основними. При цьому основні і резервні елементи можуть мати загальний вхід і загальний вихід, зокрема, гальванічний зв'язок за входом і виходом, а можуть бути і автономними, тобто не мати такого зв'язку. При постійному резервуванні у випадку відмови основного елемента не потрібно спеціальних

перемикальних пристроїв, що вводять у дію резервний елемент, оскільки він вводиться в дію одночасно з основним.

Резервування заміщенням – це таке резервування, при якому функції основного елемента передаються резервному тільки після відмови основного. При використанні цього виду резервування необхідні контролювальні і перемикальні пристрої для виявлення факту відмови основного елемента та переключення з основного на резервний.

Ще однією класифікаційною ознакою резервованих ТЗ є *ступінь надмірності*, що характеризується *кратністю резервування*.

Кратність резервування – це відношення кількості резервних елементів до кількості резервованих або основних елементів ТЗ. Розрізняють *резервування з цілою і дробовою кратністю*. Резервування з цілою кратністю має місце, коли один основний елемент резервується одним і більше резервними елементами. Резервування з дробовою кратністю має місце, коли два і більше однотипних елементи резервуються одним і більше резервними елементами. Найбільш розповсюдженим варіантом резервування з дробовою кратністю є такий, коли кількість основних елементів перевищує кількість резервних. Резервування, кратність якого дорівнює одиниці, називається *дублюванням*.

Слід зазначити, що надійність ТЗ значною мірою визначається застосуванням резервування з відновленням або без нього. Резервування, при якому роботоздатність будь-якого основного і резервного елементів ТЗ у випадку виникнення відмов підлягає відновленню в процесі експлуатації засобу, називається резервуванням з відновленням. У іншому випадку має місце резервування без відновлення.

5.3 Розрахунок надійності ТЗ при структурному резервуванні

5.3.1 Загальні положення. Як відомо, при проектуванні ТЗ розроблювач реалізує в апаратурі можливість виконання проектного засобу набору функцій, передбачених технічним завданням. При цьому очевидно, що реалізація цих функцій обмежена значеннями основних критеріїв (точність, продуктивність, надійність, вартість і т.д., закладених у технічному завданні). Таким чином, на кожному етапі проектування ТЗ необхідний розрахунок значень цих критеріїв на предмет їхньої відповідності заданим значенням у технічному завданні.

Зокрема, для розрахунку надійності проективних ТЗ при використанні структурного резервування як правило складається *розрахунково-логічна схема резервованого засобу*. У більшості випадків елементи ТЗ у цій схемі мають паралельно-послідовне з'єднання. В колі послідовно з'єднаних елементів відмова хоча б одного з них призводить до виходу з ладу всього кола. У резервованій групі паралельно з'єднаних елементів допускається вихід з ладу певного числа елементів (залежно від

кратності резервування) без порушення функціонування групи в цілому. Прикладом розрахунково-логічної схеми можуть служити структури, що зображені на рис. 5.1.

Перед тим як переходити до розгляду методів розрахунку показників надійності (ПН) ТЗ із структурним резервуванням необхідно зробити *ряд зауважень*.

1. Розрахунок надійності для схем загального резервування (див. рис. 5.1, а) можна здійснювати за розрахунково-логічною схемою одного резервованого елемента шляхом заміни послідовно з'єднаних елементів (блоків, засобів, вузлів) еквівалентними елементами, ПН яких знаходяться за відомими формулами:

$$P(t) = \prod_{i=1}^K P_i(t), \quad (5.1)$$

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^K \lambda_i(t), \quad (5.2)$$

де $P_i(t)$, $\lambda_i(t)$ – відповідно, ймовірність безвідмовної роботи та інтенсивність відмов i -го елемента;

K – кількість послідовно з'єднаних елементів.

2. Для одержання ПН ТЗ в цілому при роздільному резервуванні досить визначити показники надійності резервованого елемента (блока, засобу, вузла). У цьому випадку ПН усього ТЗ одержують шляхом застосування розрахункових формул для основного з'єднання, у якому як елементи виступають резервовані групи елементів.

3. Надалі багато розрахункових формул будуть отримані в припущенні, що випадковий час до відмови елемента розподілено за експоненційним законом. Необхідно підкреслити, що це припущення багаторазово підтверджувалося експериментальним шляхом у апаратурі автоматики, побудованої на елементах електроніки і електротехніки. У тих же випадках, коли фактичний розподіл часу до відмови відрізняється від експоненційного закону, його використання дає звичайно занижені оцінки, тобто нижні границі надійності апаратури.

4. Надійність резервованих ТЗ, особливо відновлюваних, значною мірою залежить від надійності апаратури вбудованого контролю. Дійсно, апаратура контролю призначена для визначення факту відмови основної апаратури і видачі команди пристроєві переключення на перехід до резервної апаратури. Крім того, апаратура контролю служить також для локалізації місця несправності. При розрахунках надійності резервування ТЗ надійність апаратури вбудованого контролю може бути приблизно врахована шляхом включення в розрахунково-логічну схему послідовно з резервованою групою елемента, що відповідає апаратурі вбудованого контролю.

5.3.2 Загальне резервування з постійно включеним резервом і цілою кратністю. Розрахунково-логічна схема для постійного включення резерву зображена на рис. 5.2.

На рис. 5.2 основне коло складається з n елементів – O_1, O_2, \dots, O_n . Кожне з m резервованих кіл містить у собі також n елементів P_1, P_2, \dots, P_n . Для простоти міркувань будемо вважати, що основне і резервні кола мають однакову надійність. Кратність такої схеми резервування дорівнює m, U . Отже, дана схема відповідає випадку, коли відмова ТЗ настає при відмові усіх $(m+1)$ кіл як основних, так і резервних. Будемо вважати також, що основне і резервне кола вмикаються в роботу одночасно (навантажений резерв), але використовується лише одне коло – основне. При відмові основного кола його функції без усякої перерви починає виконувати одне з резервних.

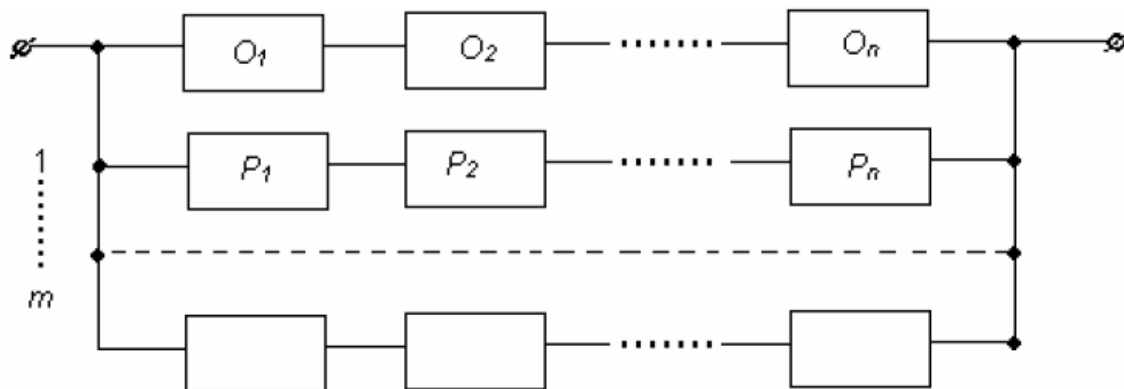


Рисунок 5.2 – Загальне резервування з постійно включеним резервом

У цьому випадку ймовірність безвідмовної роботи резервованого ТЗ буде визначатися за такою формулою

$$P_{ТЗ}(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^n P_i(t) \right]^{m+1}, \quad (5.3)$$

де $P_i(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи i -го елемента протягом часу t ;
 n – число елементів основного або будь-якого резервного кола;
 m – кратність резервування.

Якщо час до відмови кожного кола резервованого ТЗ розподілено за експоненційним законом, то в цьому випадку маємо для ймовірності безвідмовної роботи таке рівняння

$$P_{ТЗ}(t) = 1 - \left[1 - e^{-\lambda_0 t} \right]^{m+1}. \quad (5.4)$$

Середнє напрацювання до відмови для експоненційного розподілу буде дорівнювати

$$T_{ТЗ,сп} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1} = T_{сп0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{i+1}, \quad (5.5)$$

де $\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ – інтенсивність відмов основного кола або кожного з резервних;

$T_{ТЗ,ср}$ – середнє напрацювання до відмови основного кола або кожного з резервних.

5.3.3 Окреме резервування з постійно включеним резервом і цілою кратністю. Розрахунково-логічна схема для такого типу резервування зображена на рис. 5.3.

При окремому резервуванні кожен елемент основного кола O_i має свої резервні елементи P_i і відповідно свою кратність резервування m_i (рис. 5.3). В окремому випадку кратність резервування може бути й однаковою для всіх основних елементів. Отже, при розрахунку надійності таких резервованих ТЗ у випадку навантаженого резерву можна використовувати формули (5.3) - (5.5) для елементів основного кола, а потім, використовуючи вирази (5.1), визначати ПН ТЗ в цілому.

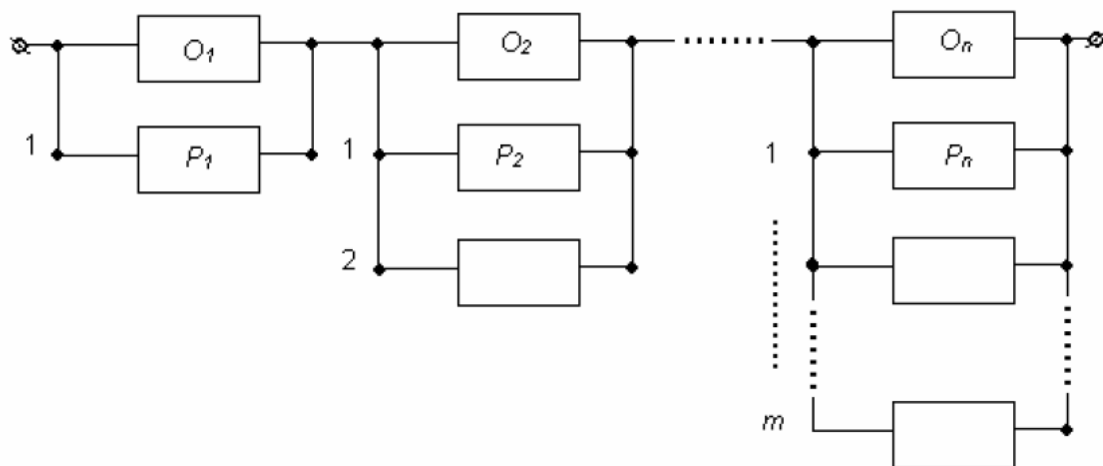


Рисунок 5.3 – Окреме резервування з постійно включеним резервом

Враховуючи викладене, ймовірність безвідмовної роботи ТЗ із окремим резервуванням буде визначатися за формулою

$$P_{ТЗ}(t) = \prod_{i=1}^n \left(1 - [1 - P_i(t)]^{m_i+1} \right). \quad (5.6)$$

При експоненційному розподілі ймовірність безвідмовної роботи буде дорівнювати

$$P_{ТЗ}(t) = \prod_{i=1}^n \left(1 - [1 - e^{-\lambda_{0i}t}]^{m_i+1} \right). \quad (5.7)$$

В окремому випадку при однаковій надійності основних і резервних елементів, а також однакової кратності резервування отримаємо

$$P_{ТЗ}(t) = \prod_{i=1}^n \left(1 - [1 - e^{-\lambda_{0i}t}]^{m_i+1} \right)^n. \quad (5.8)$$

Середнє напрацювання до відмови при цьому буде визначатися за формулою

$$T_{TЗ_{cp}} = \int_0^{\infty} P_{TЗ}(t) dt = \frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{i=0}^m \frac{1}{v_i(v_i+1)\dots(v_i+n+1)}, \quad (5.9)$$

де $v_i = \frac{i+1}{m+1}$.

5.3.4 Загальне і роздільне резервування заміщенням з цілою кратністю. При резервуванні заміщенням у випадку відмови основного кола (або елемента) вручну або автоматично за допомогою спеціального перемикача в схему ТЗ включаються резервні кола (або елементи). Відмова резервованого ТЗ при цьому настає після відмови останнього резервного кола (або елемента). Якщо припустити наявність «ідеального» («абсолютно надійного») перемикача, то розрахунок ймовірності безвідмовної роботи ТЗ можна виконати за такою рекурентною формулою

$$P_{m+1}(t) = P_m(t) + \int_0^t P(t-T) a_m(T) dt, \quad (5.10)$$

де $P_{m+1}(t), P_m(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи резервованого ТЗ кратності $(m+1)$ і m , відповідно;

$P(t-T)$ – ймовірність безвідмовної роботи основного кола (або елемента) ТЗ протягом часу $(t-T)$;

$a_m(T)$ – частота відмов резервованого ТЗ кратності m у момент часу T .

Рекурентна формула (5.10) дозволяє одержувати розрахункові співвідношення для ТЗ будь-якої кратності резервування. При цьому для отримання формул розрахунку надійності необхідно виконати інтегрування в правій частині рівняння (5.10), підставивши замість $P(t-T)$ і $a_m(t)$ їхні значення відповідно до вибраного закону розподілу та станом резерву.

Розрахунково-логічні схеми загального і окремого резервування заміщенням представлені, відповідно, на рис. 5.4, а та б.

При загальному резервуванні заміщенням і навантаженим резервом (рис. 5.4, а) для підрахунку $P_{TЗ}(t)$ і $T_{TЗ_{cp}}$ як правило використовують вирази (5.3) - (5.5).

При ненавантаженому резерві й експоненційному законі розподілу часу безвідмовної роботи ймовірність $P_{TЗ}(t)$ і середнє напрацювання $T_{TЗ_{cp}}$ визначаються за такими виразами:

$$P_{TЗ}(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}, \quad (5.11)$$

$$T_{TЗ_{cp}} = T_{cp_0} (m+1), \quad (5.12)$$

де $\lambda_0, T_{\text{ср}0}$ – інтенсивність відмови і середнє напрацювання до відмови основного кола ТЗ.

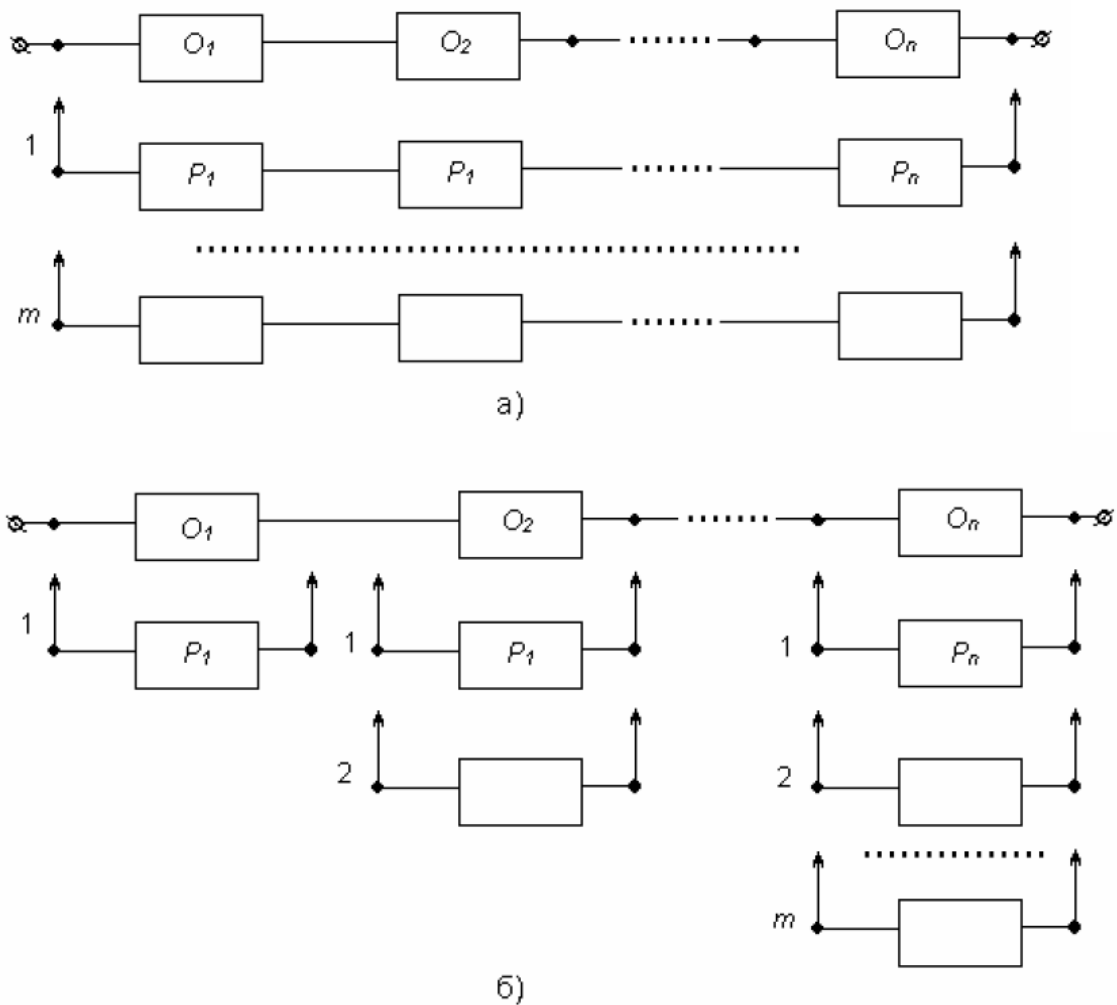


Рисунок 5.4 – Резервування заміщенням: а) – загальне; б) – окреме

При полегшеному резерві й експоненційному розподілі відповідно маємо:

$$P_{\text{ТЗ}}(t) = e^{-\lambda_0 t} \left[1 + \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i \right], \quad (5.13)$$

$$T_{\text{ТЗср}} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1 + iK}, \quad (5.14)$$

де $a_i = \prod_{j=0}^{i-1} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right);$

$$K = \frac{\lambda_1}{\lambda_0};$$

λ_1 – інтенсивність відмов резервного кола до заміщення.

У випадку окремого резервування заміщенням (див. рис. 5.4, б), як уже було сказано, кожен елемент основного кола O_1, O_2, \dots, O_n має свої

резервні елементи P_i і відповідно свою контактність резервування m_i , що в окремому випадку може бути й однаковою для всіх основних елементів. Отже, поєднуючи в окрему групу кожен елемент основного кола разом з своїми резервними елементами, ми отримуємо послідовне з'єднання окремих резервованих груп, що в сукупності і складають резервованій ТЗ в цілому. Таким чином, розрахунок надійності кожної резервованої групи елементів можна зробити за відомими формулами загального резервування заміщенням:

- для розрахунку навантаженого резерву використовуються формули (5.3) - (5.5);
- для розрахунку ненавантаженого резерву – (5.11) та (5.12);
- для розрахунку полегшеного резерву – (5.13) та (5.14).

Для визначення ПН резервованих ТЗ в цілому розрахунок ведеться в подальшому за відомими формулами для послідовного з'єднання елементів (5.1). Звідси ймовірність безвідмовної роботи ТЗ із окремим резервуванням заміщенням може бути визначена за виразом

$$P_{ТЗ}(t) = \prod_{i=1}^n P_{ri}(t), \quad (5.15)$$

де $P_{ri}(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи груп, резервованих за способом заміщення елементів основного кола ТЗ i -го типу. $P_{ri}(t)$ розраховується за формулами (5.3) - (5.5) та (5.11) - (5.14).

Усі наведені вище розрахункові співвідношення були отримані, як вказувалося, для випадку «ідеального» перемикача. На практиці всі *перемикачі безумовно мають відмови*, при чому, будь-якого характеру. Серед них слід відзначити:

а) неспрацювання при відмові основної апаратури, у результаті чого резервний елемент не буде включений замість відмовившого основного, що призведе до відмови резервної групи;

б) помилкове спрацювання, у результаті чого відбудеться переключення на резерв при справній основній апаратурі, що призведе до зменшення часу відмови групи в цілому;

в) відмови, що виводять з ладу резервну групу в цілому.

Ймовірність безвідмовної роботи резервної групи з урахуванням ненадійності перемикача і при зазначених вище припущеннях може бути визначена за такою формулою

$$P_{Pr}(t) = \left\{ 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P_i(t) \cdot P_{III}(t)] \right\} P_{ВП}(t), \quad (5.16)$$

де $P_i(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи основного або резервного елемента;

$P_{III}(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи сукупності елементів перемикача, що здійснюють включення i -го кола резервної групи;

$P_{\text{вп}}(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи сукупності елементів перемикача, відмова яких призводить до відмови резервної групи в цілому.

5.3.5 Резервування з дробовою кратністю. Розрахунково-логічна схема одного з варіантів загального резервування з постійно включеним резервом і дробовою кратністю наведена на рис. 5.5.

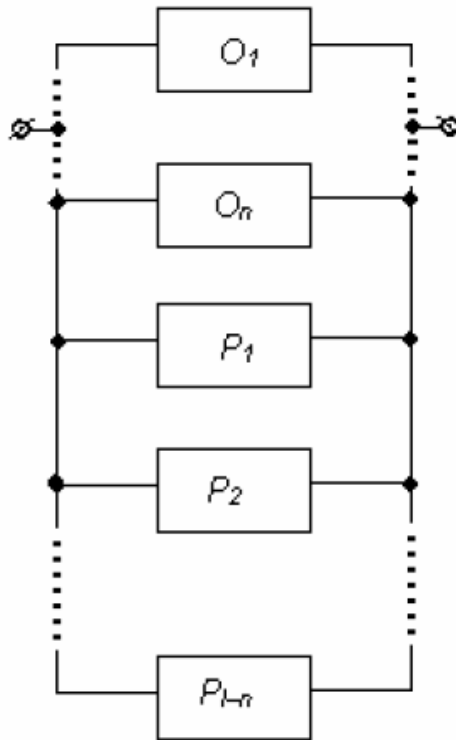


Рисунок 5.5 – Дробове резервування

У розглянутій схемі використовується n основних і $(l-n)$ резервних елементів (l – загальна кількість основних і резервних елементів).

При цьому $(l-n) > n$ і, отже, ми маємо дробову кратність резервування $m = (l-n)/n$.

На основі раніше наведених для інших видів резервування міркувань можна одержати вираз для ймовірності безвідмовної роботи і середнього напрацювання до відмови для розглянутого випадку загального резервування ТЗ із дробовою кратністю і постійно включеним резервом при експоненційному розподілі:

$$P_{\text{ТЗ}}(t) = \sum_{i=0}^{l-n} C_i^j \cdot P^{(l-i)}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t), \quad (5.17)$$

$$T_{\text{ТЗcp}} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{l-n} \frac{1}{n+1}, \quad (5.18)$$

де $P_0(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи основного або будь-якого резервного елемента.

Розглянемо тепер методи розрахунку надійності ТЗ при резервуванні заміщенням із дробовою кратністю.

Розрахунково-логічна схема для такого типу резервування при навантаженому резерві наведена на рис. 5.6.

Резервованій ТЗ складається з n основних однотипних і $(l-n)$ резервних елементів, що знаходяться в навантаженому резерві ($n > (l-n)$). При відмові одного з основних елементів на його місце без перерви в роботі включається один з резервних. Причому резервні елементи також можуть відмовляти. Таких заміщень, що не порушують роботу ТЗ в цілому, може бути не більше $(l-n)$.

Середнє напрацювання до відмови такого ТЗ в припущенні абсолютно надійних перемикаючих пристроїв і рівнонадійних елементів, кожний з яких має однакову інтенсивність відмов λ_0 , може бути визначене за формулою

$$T_{ТЗ\text{ср}} = \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{l} \right), \quad (5.19)$$

де l – загальна кількість основних і резервних елементів ТЗ.

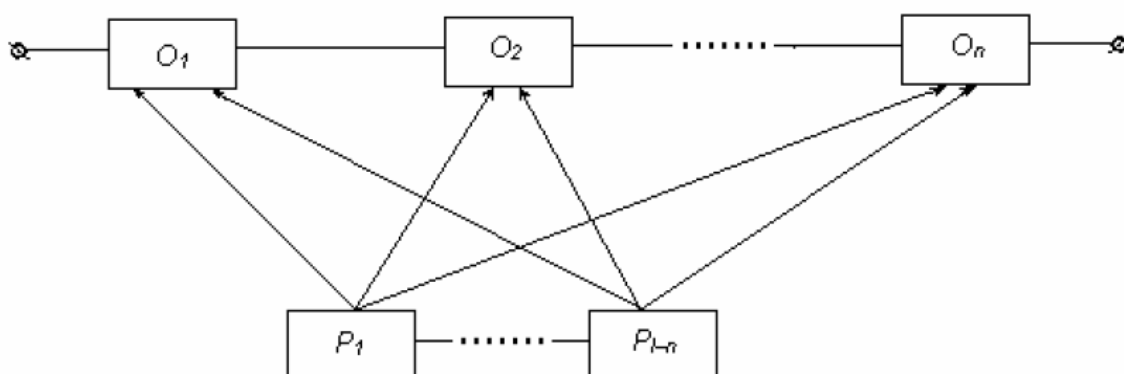


Рисунок 5.6 – Схема резервування заміщенням з дробовою кратністю

Ймовірність безвідмовної роботи резервованого ТЗ протягом часу t для даного випадку (див. рис. 5.6) визначається з такого виразу

$$P_{ТЗ}(t) = \sum_{i=0}^{l-n} C_l^i [1 - P_0(t)]^i \cdot [P_0(t)]^{l-i}. \quad (5.20)$$

Розглянемо окремий випадок резервування з дробовою кратністю, а саме мажоритарне резервування, що часто використовується в пристроях дискретної дії (рис. 5.7).

При мажоритарному резервуванні замість одного елемента (каналу) включається три ідентичних елементи (канали), виходи яких подаються на мажоритарний орган M (елемент пріоритету). Якщо всі елементи такої резервованої групи справні, то на вхід M надходять три однакових сигнали і такий же сигнал надходить у зовнішнє коло з виходу M . Якщо один із трьох резервованих елементів відмовив, то на вхід M надходять два

однакових сигнали (істинних) і один сигнал помилковий. На виході M буде сигнал, що збігається з більшістю збіжних сигналів на його вході, тобто мажоритарний орган здійснює операцію визначення пріоритету або вибору за більшістю. Отже, умовою безвідмовної роботи є безвідмовна робота будь-яких двох елементів із трьох і мажоритарного органа протягом заданого часу t .

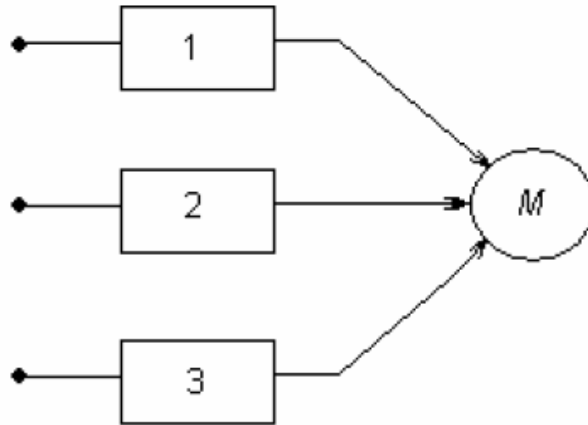


Рисунок 5.7 – Схема мажоритарного резервування заміщенням

Застосовуючи вираз (5.20) для $n=2$ і $(l-n)=1$ з врахуванням ймовірності безвідмовної роботи протягом часу мажоритарного елемента $P_M(t)$, отримаємо формулу для визначення ймовірності безвідмовної роботи ТЗ із мажоритарним резервуванням

$$P_{ТЗ}(t) = P_M(t) \cdot [3P_0^2(t)] - 2P_0^3(t). \quad (5.21)$$

У випадку ненавантаженого резерву при резервуванні з дробовою кратністю (див. рис. 5.6), (помітимо, що такий вид резервування називають часто ковзним) відмова одного з n основних однотипних елементів приводить до включення на його місце одного з $(l-n)$ резервних. При цьому за умовою елементи, що знаходяться в резерві, відмовляти не можуть до їх включення на місце відмовившого основного елемента.

Виходячи з цієї умови і з огляду на те, що в процесі нормального функціонування ТЗ у роботі знаходиться постійно n елементів, інтенсивність відмов кожного з яких дорівнює λ_0 , середнє напрацювання до відмови та ймовірність безвідмовної роботи в цілому за час t при експоненційному розподілі можуть визначатися за такими виразами:

$$T_{ТЗ_{сп}} = \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{l-n+1}{n} \right) = T_{сп_0} \left(\frac{l-n+1}{n} \right), \quad (5.22)$$

$$P_{ТЗ}(t) = e^{-n\lambda t} \sum_{i=0}^{l-n} \frac{(n\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^{l-n} \frac{\lambda t}{i!}, \quad (5.23)$$

де $T_{сп_0}$ – середнє напрацювання до відмови основного або резервного елемента;

$\lambda = n\lambda_0$ - інтенсивність відмови основного кола ТЗ.

5.4 Розрахунок надійності ТЗ з інформаційною надлишковістю

У засобах цифрової обчислювальної техніки, системах телемеханіки широко використовуються так названі *самокорегувальні коди*, що дозволяють автоматично виявляти і виправляти помилки в одному або декількох розрядах, які з'являються в результаті збоїв або відмови елементів. При цьому відмова або збої не порушують нормального функціонування ТЗ. Зрозуміло, що пристрої, захищені самокорегувальними кодами, мають інформаційну надлишковість.

Аналіз надійності таких засобів з інформаційною надлишковістю як правило проводиться двома шляхами: *наближенням і уточненням*.

При наближеному аналізі надійності ТЗ ділиться на дві частини: *захищену кодом від відмов і збоїв* та *незахищену*. Незахищена кодом частина – це сукупність елементів, для яких поява хоча б одної відмови або збою призводить до спотворення інформації на виході усього пристрою в цілому. Для захищеної частини залежно від застосовуваного коду визначається допустима кількість одночасно виправних помилок K (як правило $K=1$) (рис. 5.8, а).

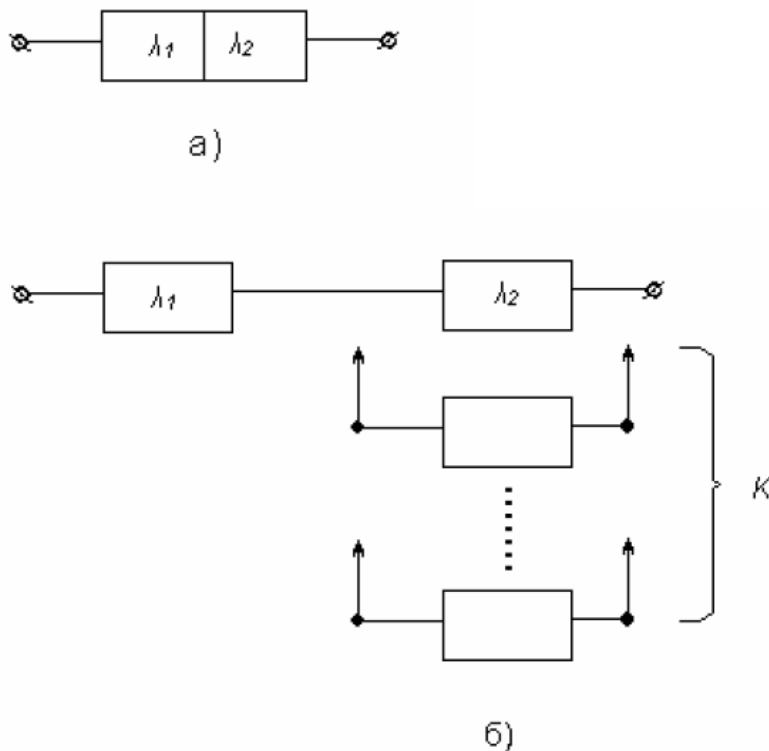


Рисунок 5.8 – ТЗ, захищені самокорегувальним кодом (наближений розрахунок надійності)

Нехай сумарна інтенсивність відмов і збоїв незахищеної частини дорівнює λ_1 , а захищеної – λ_2 .

Сформулюємо умову безвідмовної роботи ТЗ протягом часу t :

- у незахищеній частині засобу за час t не повинно відбутися жодної відмови або збою;

- у захищеній частині за той самий час може відбутися не більше K відмов і збоїв в сумі.

Ймовірність виконання цієї умови і дає ймовірність безвідмовної роботи ТЗ з інформаційною надлишковістю за час t

$$P_{ТЗ}(t) = e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=0}^k \frac{(\lambda_2 \cdot t)^i}{i!} e^{-\lambda_2 \cdot t} . \quad (5.24)$$

З умови безвідмовної роботи і виразу (5.24) випливає, що ТЗ, захищені кодом, за надійністю еквівалентні послідовному з'єднанню незахищеної частини з K -кратно резервованою (ненавантаженим резерв) захищеною частиною з ідеально надійним перемикачем (див. рис. 5.8, б).

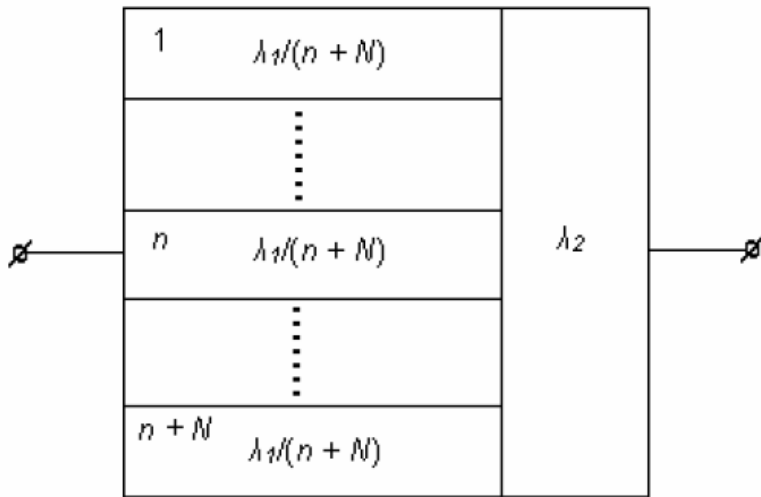
Уточнений аналіз надійності дозволяє врахувати структуру ТЗ, захищену самокерувальним кодом. У ряді випадків захищена частина ТЗ може бути розбита на $(n+N)$ незалежних лінійок або розрядів (рис. 5.9, а). При цьому роботоздатність захищеної частини забезпечується відсутністю спотворень інформації в n лінійках або, іншими словами, допускається одночасна відмова N будь-яких лінійок (або одночасна поява збою в N будь-яких лінійках).

Сформулюємо умову роботоздатності ТЗ протягом часу t для цього випадку. У незахищеній частині засобу за час t не повинно відбутися жодної відмови і збою. У захищеній частині за час t можуть відмовити (з'явитися збої) не більше N лінійок з $(n+N)$ лінійок. Звідси ймовірність безвідмовної роботи ТЗ за час t буде визначатися за таким виразом

$$P_{ТЗ}(t) = e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=1}^N C_{n+N}^i \cdot P^{n+N-i}(t) [1 - P(t)]^{-i} , \quad (5.25)$$

де $P(t) = \exp\left(-\frac{\lambda_2 t}{n+N}\right)$ – ймовірність безвідмовної роботи однієї лінійки захищеної частини ТЗ за час t .

З умови безвідмовної роботи і виразу (5.25) випливає, що ТЗ, захищені кодом, за надійністю еквівалентні послідовному з'єднанню незахищеної частини з резервованою групою, складеною з n основних і N резервних (навантаженим резерв) лінійок, тобто групі із ковзним навантаженим резервом з абсолютно надійним перемикачем (рис. 5.9, б).



a)

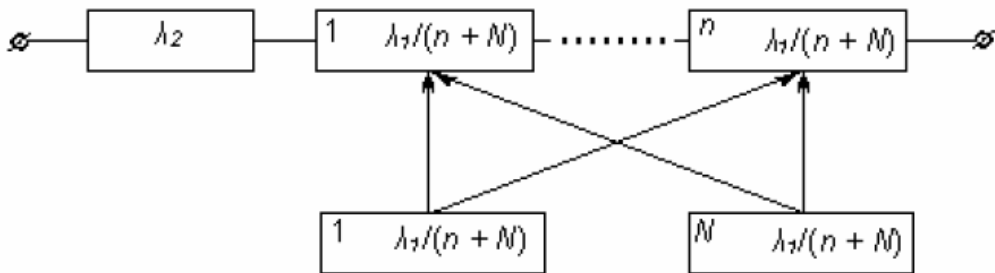


Рисунок 5.9 – ТЗ, захищені самокорегувальним кодом (уточнений розрахунок надійності)

5.5 Розрахунок надійності ТЗ із тимчасовим резервуванням

Використання тимчасового резервування поряд з розглянутими вище структурною та інформаційною надлишковістю є також ефективним способом підвищення надійності ТЗ.

При наявності тимчасової надлишковості на виконання ТЗ для будь-якої роботи відводиться час, свідомо більший, ніж мінімально необхідний. В цьому випадку можливі два варіанти використання апаратури:

- а) коли виконаний обсяг роботи при настанні відмови знецінюється;
- б) коли може відбуватися нагромадження роботи, тобто виконаний об'єм роботи при настанні відмови не знецінюється.

Розглянемо докладніше *перший варіант*. Нехай відмова апаратури знецінює роботу, виконану нею до моменту настання відмови. В цьому випадку робота буде усе-таки виконана в повному обсязі, якщо після відмови відбудеться відновлення апаратури і залишеного часу буде досить, щоб почавши виконання роботи із самого початку завершити її в

установлений час. При цьому, природно, можна допустити появу декількох відмов, після кожної з яких апаратура відновлюється і щораз робота починається з початку, і так доти, доки робота не буде усе-таки виконана в повному об'ємі або не буде вичерпаний ресурс часу.

Як характеристики надійності апаратури з тимчасовою надлишковістю доцільно вибрати таке:

- ймовірність $P(t, V)$ виконання за заданий час t роботи об'ємом V (при чому об'єм роботи вимірюється мінімально необхідною тривалістю її виконання за умови відсутності відмови апаратури, а оскільки має місце тимчасова надлишковість, то $V < t$);

- середній час $T_{t,V}$, що витрачається на виконання роботи об'ємом V на заданому проміжку часу t .

Для кращого розуміння викладеного розглянемо визначення зазначених характеристик на такому прикладі. Нехай робота, що повинна бути виконана на апаратурі, має об'єм (тривалість) V . При цьому інтервал V вкладається в проміжок часу t ціле число раз: $n = \frac{t}{V}$.

Перевірка справності апаратури відбувається наприкінці проміжку часу V . Якщо перша перевірка установить відсутність відмови, то робота вважається успішно завершеною. У іншому випадку апаратура відновлюється (для простоти будемо вважати, що миттєво і з ймовірністю $P(0) = 1$), включається, і робота починає виконуватися з початку, після чого впливає друга перевірка і т. д.

Відповідно до такого режиму роботи може бути побудований такий ряд розподілу:

$$t_i, \quad V, \quad 2V, \quad \dots, \quad nV;$$

$$P_i, \quad p, \quad (1-p)p, \quad \dots, \quad (1-p)^{n-1}p,$$

де t_i – можливі значення часу виконання роботи ($i = 1, 2, \dots, n$);

P_i – ймовірність виконання роботи за час t_i ;

$P = P(V)$ – ймовірність безвідмовної роботи апаратури протягом проміжку часу V .

Оскільки робота може бути виконана за час V або за час $2V$ і т. д., причому події $t_p = t_i$ (t_p – випадковий час виконання роботи) є подіями несумісними, то, застосовуючи теорему додавання ймовірностей, отримаємо

$$P(t, V) = p + (1-p)p + \dots + (1-p)^{n-1}p.$$

Скориставшись формулою для суми геометричної прогресії остаточно отримаємо

$$P(t, V) = 1 - (1-p)^n. \quad (5.26)$$

Тут варто підкреслити, що отриманий результат збігається з формулою для навантаженого $(n-1)$ -кратного резерву. Однак у даному випадку необхідна надійність забезпечується не додатковим включенням

резервних елементів, а за рахунок виділення додатково часу на виконання роботи одним апаратом.

Середній час, що витрачається на виконання роботи об'ємом V на заданому проміжку часу t легко може бути визначений як математичне сподівання випадкової величини t_p – випадкового часу виконання роботи – і без виведення в остаточному вигляді дорівнює

$$T_{t,v} = V \cdot \frac{1 - (1-p)^n (1+np)}{p}. \quad (5.27)$$

Питання для самоконтролю

1. Перерахуйте основні види резервування. Дайте їх означення.
2. Які Ви знаєте основні види структурного резервування?
3. Проаналізуйте особливості пасивного і активного резервування.
4. Чим відрізняється ненавантажений резерв від постійного?
5. В чому полягає відмінність навантаженого резерву від полегшеного, резервування з цілою кратністю від резервування з дробовою кратністю?
6. Проведіть на прикладі розрахунок надійності ТЗ із ковзним резервуванням.
7. Поясніть на прикладі особливості мажоритарного резервування, його переваги та недоліки.
8. Наведіть основні відмінні риси наближеного і уточненого розрахунку надійності ТЗ з інформаційною надлишковістю.
9. Наведіть аналітичні вирази для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи і середнього напрацювання до відмови для загального резервування ТЗ із дробовою кратністю і постійно включеним резервом при експоненційному розподілі.
10. Наведіть приклад схемної реалізації резервування заміщенням з дробовою кратністю.
11. Дайте характеристику групам заходів щодо підвищення надійності ТЗ при їхньому проектуванні.
12. Викладіть головну суть розрахунку надійності ТЗ із тимчасовим резервуванням.
13. Сформулюйте основні умови безвідмовної роботи ТЗ протягом часу t при інформаційній надлишковості.
14. Наведіть аналітичний вираз для розрахунку ймовірності безвідмовної роботи резервної групи з урахуванням ненадійності перемикача при структурному резервуванні.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Половко А. М. Основы теории надёжности. – М.: Наука, 1964. – 446 с.
2. Козлов В. А., Ушаков И. А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. – М.: Советское радио, 1985. – 462 с.
3. ГОСТ 27.002 – 89. «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения». – М.: Издательство стандартов, 1989. – 20 с.
4. Матвеевский В. Р. Надежность технических средств управления: Учеб. пособие. – М.: МГИЭМ, 1993. – 92 с.
5. Матвеевский В. Р. Проектирование и надежность устройств автоматики и телемеханики: Учеб. пособие. – М.: МИЭМ, 1990. – 96 с.
6. Рудзит Я. А., Плуталов В. Н. Основы метрологии, точность и надёжность в приборостроении. – М.: Машиностроение, 1991. – 303 с.
7. ГОСТ 27.202 – 83. «Надежность в технике. Методы оценки надежности по параметрам качества изготавливаемой продукции». – М.: Издательство стандартов, 1983. – 39 с.
8. ГОСТ 27.301 – 95. «Надежность в технике. Расчет надежности. Основные положения». – Минск: Издательство стандартов, 1995. – 19 с.
9. Васілевський О. М., Поджаренко В. О. Практикум з метрологічного нагляду за засобами вимірювань: Навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ, 2008. – 87 с.
10. Липаев В. В. Надёжность программного обеспечения АСУ. – М.: Энергоиздат, 1981. – 240 с.
11. Шураков В. В. Надёжность программного обеспечения систем обработки данных. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 271 с.
12. Садчиков П. И., Приходько Ю.Г. Методы оценки надёжности и обеспечения устойчивости функционирования программ. – М.: Знание, 1983. – 102 с.
13. Майерс Г. Надёжность программного обеспечения. – М.: Мир, 1980. – 360 с.
14. Гласс Р. Руководство по надёжному программированию. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 256 с.
15. Володарський Є. Т., Кошева Л. О. Статистична обробка даних: Навчальний посібник. – К.: НАУ, 2008. – 308 с.
16. Васюра А. С. Элементы та пристрої систем управління і автоматики: Навчальний посібник. – Вінниця: ВДТУ, 1999. – 157 с.
17. Федун І. В. Основи теорії надійності та контролю якості виробів електронної техніки: Лабораторний практикум. – Вінниця: ВДТУ, 2003. – 71 с.

ГЛОСАРІЙ

Безвідмовна робота	faultless work
Безвідмовність	faultlessness
Відмова	refuse
Вірогідність	authenticity
Визначальні випробування	determining tests
Граничний стан	maximum state
Довговічність	longevity
Довірчі межі	confiding limits
Експоненційний розподіл	eksponentnoe distributing
Захищеність	protected
Збережність	safety
Інтегральна функція	integral function
Інтенсивність	intensity
Інтенсивність відмов	intensity of refuses
Ймовірність безвідмовної роботи	probability of faultless work
Ймовірність відмови	probability of refuse
Контрольні випробування	proof-testing
Критерій відмови	criterion of refuse
Метрологічна відмова	metrology refuse
Метрологічна надійність	metrology reliability
Метрологічна справність	metrology good condition
Надійність	reliability
Напрацювання	work
Напрацювання до відмови	work is to the refuse
Невідновлюваний технічний засіб	unrefurbishable hardware
Нестабільність	instability
Нормальний закон розподілу	normal law of distributing
Показник надійності	reliability index
Постійне резервування	permanent backuping
Роботоздатність	capacity
Резервування заміщенням	backuping a substitution
Ресурс	resource
Розподіл Вейбулла	distributing of Veybulla
Середній час відновлення	mean time of renewal
Середнє напрацювання	middle work
Стійкість	firmness
Теорія надійності	theory of reliability
Термін експлуатації	term of exploitation
Технічний засіб	hardware
Частота відмов	frequency of refuses
Щільність ймовірності	closeness of probability

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

	Б	
Безвідмовна робота,		10, 12, 82, 117
Безвідмовність,		7, 8, 45, 47, 48
	В	
Відмова		7, 95
- апаратна,		42
- метрологічна,		9
- основного елемента,		21, 90
- програмна,		42, 48
Вірогідність		
- безвідмовної роботи,		38, 45, 64, 66, 68, 71, 85
- відмови,		46
- метрологічної справності,		9
- помилки програми,		47
Випробування		
- визначальні,		28
- контрольні,		29
- програм,		43
	Г	
Гамма функція,		54
Граничний стан,		8
Граф станів,		92, 94
	Д	
Довговічність,		7, 8, 20, 48
Довірчі межі,		9, 24
- ймовірності відмови,		28
	Е	
Експоненційний розподіл,		26, 55
	З	
Захищеність,		48
Збережність,		7, 8, 20
	І	
Інтегральна функція,		9, 26
Інтенсивність		
- апаратних відмов,		43
- відмов,		9, 13, 15, 22, 33, 51, 58-62, 66, 117

- метрологічних відмов, 9,
- потоку відмов, 17, 47
- програмних відмов, 42, 46

Й

Ймовірність

- безвідмовної роботи, 9, 11, 21, 38, 56-60, 90, 110, 114
- відмови, 9, 13, 31, 61
- події, 60, 90
- помилки першого роду, 29

К

- Коефіцієнт готовності, 14, 77, 92, 94, 94
- Критерій відмови, 8
- Критерій Пірсона, 23
- Критерій Колмогорова, 22 – 24, 91

М

Метрологічна

- відмова, 9
- надійність, 8, 38
- справність, 8

Н

- Надійність, 7
- програмного забезпечення, 41
- структурна, 20
- Напрацювання
- до відмови, 8, 12, 54, 58, 60, 91
- на метрологічну відмову, 9
- середнє, 10, 13, 27, 38, 64, 110
- програмного забезпечення, 46, 50
- Нестабільність, 9, 38

П

Показники надійності

- відновлювані, 13
- комплексні, 16
- невідновлювані, 9
- програмних засобів, 45

Р

Резервування

- автономне, 106

- внутрішньоелементне,	107
- з цілою і дробовою кратністю,	108, 115
- загальне,	105, 109
- заміщенням,	21, 112
- інформаційне,	103
- постійне,	21, 107
- структурне,	103, 108
- тимчасове,	101, 104, 120
Ремонтопридатність,	7, 8, 102
Ресурс,	8, 20, 71
Рівень значущості,	25
Розподіл	
- біноміальний,	62
- Вейбулла,	49, 54
- гамма,	58
- геометричний,	63
- експоненційний,	55, 111
- норм надійності,	74
- нормальний,	59
- Пуассона,	63
- Релея,	57
- трикутний,	61
	С
Середнє напрацювання,	9, 13, 27, 56, 66, 83, 110, 117
Стійкість,	47
	Т
Термін експлуатації,	8
	Ф
Функція готовності,	15
	Ц
Центральний момент другого порядку,	11
	Ч
Частота відмов,	9, 10, 12, 56, 112
	Щ
Щільність	10, 18, 19, 26, 51, 57, 59-62, 90

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

БР	Безвідмовна робота
ЕОМ	Електронно-обчислювальна машина
МПІ	Міжповірочний інтервал
ПЗ	Програмне забезпечення
ПН	Показники надійності
СКВ	Середнє квадратичне відхилення
ТЗ	Технічний засіб
ТУ	Технічні умови
$a(t)$	Частота відмов
$\Gamma(X)$	Гамма-функція
K_{Γ}	Коефіцієнт готовності
K_{Π}	Коефіцієнт простою
$M[t]$	Центральний момент першого порядку
$M_2[t]$	Центральний момент другого порядку
N_0	Загальна кількість випробовуваних ТЗ
$n(t)$	Кількість ТЗ, що відмовили за час t
$n(\Delta t)$	Кількість ТЗ, що відмовили в інтервалі часу від $t - \frac{\Delta t}{2}$ до $t + \frac{\Delta t}{2}$
$P(t)$	Ймовірність безвідмовної роботи
$P_{\Gamma}(t)$	Функція готовності
$Q(t)$	Ймовірність відмови
T_{cp}	Середнє напрацювання до першої відмови
t	Час
Δt	Інтервал часу від t_{i-1} до t_i
$\lambda(t)$	Інтенсивність відмов
σ_T^2	Дисперсія часу безвідмовної роботи
$\omega(t)$	Параметр потоку відмов
μ	Інтенсивність відновлень

Навчальне видання

Васілевський Олександр Миколайович

Поджаренко Володимир Олександрович

Нормування показників надійності технічних засобів

Навчальний посібник

Редактор Т. Старічек

Оригінал-макет підготовлено О. Васілевським

Підписано до друку .
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. .
Наклад прим. Зам. № .

Вінницький національний технічний університет,
навчально-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к. 2201.
Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-81-59.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.