Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

К. В. Власенко, Н. С. Грудкіна

НАДІЙНІСТЬ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Методичні рекомендації
до самостійної роботи
студентів денної і заочної форм навчання
за спеціальністю
«Інформаційні технології проектування»

Затверджено
на засіданні
методичної ради
Протокол № 7 від 19.05.2016

Краматорськ
ДДМА
2016

УДК 681.51

Надійність технічних систем : методичні рекомендації до самостійної роботи студентів денної і заочної форм навчання за спеціальністю «Інформаційні технології проектування» / К. В. Власенко, Н. С. Грудкіна. – Краматорськ : ДДМА, 2016 – 41 с.

Методичні вказівки містять теоретичні положення, завдання для контрольної роботи, приклади виконання типових завдань.

Контрольна робота складається з чотирьох завдань, спрямованих на закріплення навичок роботи з основними моделями безвідмовності та ремонтоздатності (перше завдання), оцінювання показників надійності невідновлюваних систем (друге завдання) та систем з відновленням елементів у процесі функціонування (третє завдання), розв`язання простої задачі оптимізації (четверте завдання). Теоретичні відомості допоможуть студентам самостійно підготуватися до виконання лабораторних робіт.

Укладачі: Власенко К. В., проф. каф. вищої математики;
Грудкіна Н. С., ст. викл. каф. вищої математики.

Відп. за випуск Тарасов О. Ф., проф. каф. КІТ

ЗМІСТ

ВСТУП

Самостійне навчання передбачає активне засвоєння знань і свідоме користування ними: осмислене читання підручника й додаткової літератури, розкриття змісту спеціальних термінів і понять, точне їх визначення, доведення тих чи інших положень при розв'язуванні задач і під час відповідей на поставлені запитання. Цей посібник служить справі поглибленого самостійного опрацювання студентом курсу і самоперевірки своїх знань з розділу «Надійність технічних систем».

Контрольна робота складається з чотирьох завдань, спрямованих на закріплення навичок роботи з основними моделями безвідмовності та ремонтоздатності (перше завдання), оцінювання показників надійності невідновлюваних систем (друге завдання) та систем з відновленням елементів у процесі функціонування (третє завдання), розв`язання простої задачі оптимізації (четверте завдання). Наведені теоретичні відомості та приклади виконання типових завдань допоможуть студентам самостійно підготуватися до виконання лабораторних робіт.

1 ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ З ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

В історії виникнення і розвитку теорії надійності можна відзначити декілька періодів різкого зростання інтересу до її проблематики з боку наукових працівників й інженерів. Перший був пов'язаний з проблемами військової техніки (роки Другої світової війни і перші післявоєнні роки); другий (подальші 20-30 років) зумовлений різким збільшенням складності технічних систем, що експлуатуються, найрізноманітнішого призначення. До таких систем належать великі інформаційні системи, системи керування складними, високопродуктивними і відповідальними технологічними процесами й об'єктами. Наприклад, технологічні процеси атомних електростанцій, що потребують виключно високої надійності виконання функцій керування і захисту, технологічні процеси здобичі і транспортування нафти і газу з високими вимогами до безвідмовності в умовах автономного функціонування, технологічні процеси обробки деталей на лініях верстатів з програмним керуванням і роботами і т.д.

Надійність одна з найважливіших складових якості цих систем. Рівень реальної експлуатаційної надійності системи впливає істотно на показники її економічної ефективності, на складність і вартість її експлуатації і визначає успішність її впровадження.

До теперішнього часу працями вчених й інженерів створені наукові основи розв'язання проблем надійності різних класів систем й інженерна методологія розв`язання основних типів задач, які виникають перед розробником у процесі визначення і забезпечення необхідного рівня надійності системи, що створюється.

Сучасні комп'ютеризовані системи обробки інформації і керування з позицій надійності мають ряд специфічних особливостей, які впливають на форми постановки і методи розв`язання типових задач, які виникають у процесі забезпечення їх надійності. До основних особливостей належать такі:

Комп'ютеризовані системи — напівавтоматичні системи, на надійність функціонування яких впливають:

- якість технічних засобів;
- якість програмного забезпечення, яке використовується;
- підготовленість оперативного персоналу, яке бере участь в керуванні.

Збільшено КС можна подати у вигляді схеми (рис. 1.1).

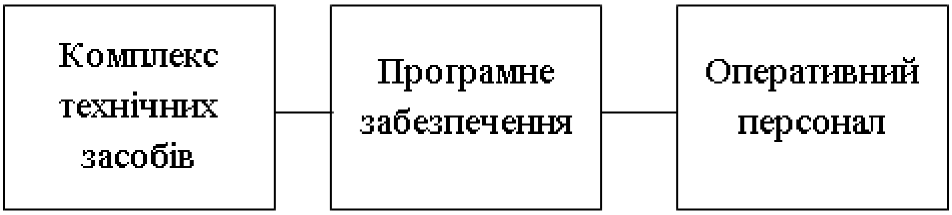


Рисунок 1.1 – Схема комп'ютеризованої системи

Багатокомпонентність - кількість елементів системи може досягати десятків і сотень різної складності технічних засобів.

Багатофункціональність - кількість функцій, що виконуються системою, може досягати декількох десятків, при цьому в реалізації однієї функції можуть бути задіяні десятки і сотні різних технічних засобів. Один і той самий технічний засіб може брати участь у виконанні декількох функцій системи.

Різноманітність функцій, що виконуються системою, і різноманітність вимог до надійності їх реалізації.

Наявність різних видів резервування (структурного, інформаційного, погодинного, алгоритмічного, функціонального) і розвиненої системи технічного обслуговування і ремонту, що істотно впливають на рівень результуючої експлуатаційної надійності.

Технічні засоби (від найпростіших датчиків до складних обчислювальних комплексів), що використовуються, мають різні види відмов і широкий спектр математичних моделей законів розподілу випадкових величин, які характеризують їх надійнісні властивості (час безвідмовної роботи, час відновлення).

Якщо переважна більшість технічних засобів, що використовуються, вже сконструйована і підготовлена, тоді втручання в їх конструкцію, структуру, елементний склад, режими роботи і т.п. (з метою підвищення надійності) недопустимо.

Широкий діапазон умов експлуатації технічних засобів системи (від відносно комфортних, які можуть бути створені для окремих технічних засобів, наприклад, комп'ютерів, до виключно важких, в яких знаходяться деякі датчики і виконавчі механізми).

До задач, пов'язаних із забезпеченням надійності комп'ютеризованих систем належать: вибір номенклатури, характеристик і показників надійності системи; нормування вимог до надійності системи загалом, її підсистем і окремих компонентів; порівняльна оцінка можливих варіантів побудови системи за показниками надійності і ефективності; вибір і реалізація методів підвищення надійності, які найбільшою мірою відповідають особливостям системи, що розробляється, та умовам її експлуатації; визначення оптимальних режимів і параметрів технічної експлуатації; розробка програм випробувань на надійність нестандартних технічних засобів і системи загалом; обробка результатів випробувань тощо.

Розв`язання цих задач передбачає використання різних математичних методів, зокрема, методів теорії ймовірностей і математичної статистики, методів оптимізації, математичної економіки, а також різних засобів статистичного моделювання на ЕОМ.

1.1 Комп'ютеризовані системи

Основні поняття технічної надійності регламентовані державними стандартами і нормативно-технічними документами (наприклад, ДСТУ 2860-94, ГОСТ 27.002-89, ГОСТ 24.701-86 і т.д.).

Сама надійність визначається як властивість об'єкта зберігати у часі у встановлених межах значення всіх параметрів, які характеризують здатність виконувати необхідні функції в заданих режимах і умовах застосування, технічного обслуговування, зберігання і транспортування.

Надійність є комплексною властивістю і містить властивості безвідмовності, ремонтопридатності, довговічності і збережуваності.

Перед тим, як розкрити суть вказаних властивостей, розглянемо класифікацію станів.

Справний стан - це стан об'єкта, при якому він відповідає всім вимогам нормативно-технічної і (або) конструкторської (проектної) документації.

Несправний стан - це стан об'єкта, при якому він не відповідає хоч би одній з цих вимог.

Працездатний стан - це стан об'єкта, при якому значення всіх його параметрів, що характеризують здатність виконувати задані функції, відповідають вимогам нормативно-технічної документації.

Непрацездатний стан - це стан об'єкта, при якому значення хоч би одного параметра, що характеризує здатність виконувати задані функції, не відповідає цим вимогам.

Граничний стан - це стан об'єкта, при якому його подальша експлуатація недопустима або недоцільна, або відновлення його працездатного стану неможливе, або недоцільне.

Безвідмовність - властивість об'єкта безперервно зберігати працездатний стан протягом деякого часу або напрацювання.

Ремонтопридатність - властивість об'єкта, що полягає у пристосованості до підтримки і відновлення працездатного стану шляхом технічного обслуговування і ремонту.

Довговічність - властивість об'єкта зберігати працездатний стан до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування і ремонту.

Збережуваність - властивість об'єкта зберігати в заданих межах значення параметрів, які характеризують здатність об'єкта виконувати необхідні функції, протягом і після зберігання або транспортування.

Розрізняють різні події, які відбуваються з об'єктом (системою) в процесі функціонування.

Пошкодження - подія, що полягає в порушенні справного стану об'єкта при збереженні працездатний стану.

Відмова - подія, що полягає в порушенні працездатного стану об'єкта.

Критерієм відмови називається ознака або сукупність ознак порушення працездатного стану об'єкта, встановлені в нормативно-технічній документації.

Серед відмов розрізняють такі.

Раптова відмова - це відмова, що характеризується стрибкоподібною зміною значень одного або декількох параметрів об'єкта.

Поступова відмова - це відмова, яка виникає внаслідок поступової зміни значень одного або декількох параметрів об'єкта.

Збій - самоусувна або однократна відмова, яка усувається незначним втручанням оператора.

Повторювальна відмова - самоусувна відмова одного і того ж характеру, яка виникає багато разів.

Надалі будемо користуватися такими поняттями, як система і елемент.

Система - сукупність взаємодіючих об'єктів, призначених для виконання встановлених функцій або задач.

Елемент - частина системи, що виконує окрему функцію.

Поняття системи є умовним; залежно від об'єктів дослідження і тих завдань, які ставляться фахівцями, воно може містити різні сукупності об'єктів. А один і той же об'єкт при повторному перегляді може вважатися системою або елементом деякої іншої системи.

Розрізняють системи (об'єкти), що відновлюються і системи (об'єкти), що не відновлюються.

Відновлення - процес переходу об'єкта з непрацездатного стану в працездатний стан.

Відновлюваний об'єкт (система) - об'єкт, для якого передбачене проведення відновлення працездатного стану.

Невідновлюваний - в іншому випадку.

1.2 Показники надійності

Показник надійності - кількісна характеристика одного або декількох властивостей, що складають надійність об'єкта.

Наробіток - тривалість або обсяг роботи об'єкта. Наробіток може бути як неперервною величиною (тривалість роботи в годинах, кілометрах пробігу і т.ін.), так і цілочисельною величиною (число робочих циклів, запусків і т.ін.).

Наробіток до відмови - наробіток об'єкта від початку експлуатації до виникнення першої відмови.

Наробіток між відмовами - наробіток об'єкта від закінчення відновлення його працездатного стану після відмови до виникнення наступної відмови.

Тривалість відновлення - тривалість відновлення працездатного стану об`єкта.

Ресурс - сумарний наробіток об'єкта від початку його експлуатації або його поновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Термін служби - календарна тривалість експлуатації від початку експлуатації об'єкта або її поновлення після ремонту до переходу в граничний стан.

Термін збережуваності - календарна тривалість зберігання і(або) транспортування об'єкта, протягом якої зберігаються у встановлених межах значення параметрів, що характеризують здатність об'єкта виконувати задані функції.

Зазначені величини є випадковими величинами. Показники надійності є характеристиками цих випадкових величин або ймовірностями подій, пов'язаних з цими величинами.

Розрізняють одиничні та комплексні показники надійності.

Одиничний показник надійності характеризує одну з властивостей, що складає надійність об'єкта.

Комплексний показник надійності характеризує декілька властивостей, що складають надійність об'єкта.

1.2.1 Показники безвідмовності

Ймовірність безвідмовної роботи - ймовірність того, що в межах заданого наробітку відмова об'єкта не виникне. Якщо визначити через ξ - наробіток до відмови, то ймовірність безвідмовної роботи $P(t) = P(\xi \geq t)$ (її ще називають функцією надійності).

Середній наробіток до відмови - математичне сподівання наробітку об'єкта до першої відмови, тобто $T = M\xi$.

Ймовірність відмови (за час t) - ймовірність того, що наробіток до відмови буде меншим часу t, тобто $Q(t) = 1 - P(t) = P(\xi < t)$ (її ще називають функцією ненадійності).

Щільність розподілу часу безвідмовної роботи:

$$f(t)=\frac{dQ(t)}{dt}=-\frac{dP(t)}{dt}.$$

Інтенсивність відмов - умовна щільність ймовірності виникнення відмови об'єкта, за умови, що відмова не виникла до часу, що розглядається.

Очевидно:

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)},$$

$$\lambda(t)\Delta t=\frac{f(t)\,\Delta\,t}{P(t)}\approx P(t\le\xi\le t+\Delta\,t\,/\,\xi\ge t).$$

З того, що $\lambda(t)\,dt=-\frac{dP(t)}{P(t)}$, маємо:

$$P(t)=C\,e^{-\int\limits_0^t\lambda(u)\,du}.$$

Так, зазвичай вважають $P(0)=1$, тому $C=1$ С=1 і $P(t)=e^{-\int\limits_0^t\lambda(u)\,du}$.

Середній наробіток до відмови можна знайти за ймовірністю безвідмовної роботи за формулою:

$$T=\int\limits_0^\infty P(t)\,dt.$$

Дійсно, так як ξ - від’ємна величина ($f(t)=0$ для $t<0$):

$$T=M\xi=\int\limits_0^\infty t\,f(t)\,dt=\int\limits_0^\infty t\,d(1-P(t))=-\int\limits_0^\infty t\,dP(t)=-t\,P(t)\,|_0^\infty+\int\limits_0^\infty P(t)dt.$$

Вважаємо, що $\lim\limits_{t\to\infty}t\,P(t)=0$.

Середній наробіток на відмову (для об`єктів, що відновлюються ) – відношення сумарного наробітку об`єкта, що відновлюється, до математичного сподівання числа його відмов протягом цього наробітку.

1.2.2 Показники довговічності

Середній ресурс – математичне сподівання ресурсу:

$$T_p = M\tau_p ,$$

де τ_p – випадкова величина ресурсу.

Гамма-відсотковий ресурс – сумарний наробіток, під час якого об`єкт не досягне граничного стану з ймовірністю γ, вираженої у відсотках:

$$T_p^{\gamma} : P\,(\,\tau_p \ge T_p^{\gamma}) = \frac{\gamma}{100} .$$

Середній термін служби – математичне сподівання терміну служби :

$$T_{\text{ñë}} = \grave{I}\ \ \tau_{\text{ñë}} ,$$

де $\tau_{\text{ñë}}$ – випадкова величина терміну служби.

Гамма-відсотковий термін служби – календарна тривалість експлуатації, за якої об`єкт не досягне граничного стану з ймовірністю γ , вираженої у відсотках :

$$T_{\text{ñë}}^{\gamma} : P\,(\,\tau_{\text{ñë}} \ge T_{\text{ñë}}^{\gamma}) = \frac{\gamma}{100} .$$

1.2.3 Показники збережуваності

Середній термін збережуваності - математичне сподівання терміну збережуваності:

$$T_{\text{çáåð}} = \grave{I}\ \ \tau_{\text{çáåð}} ,$$

де $\tau_{\text{çáåð}}$ - випадкова величина терміну збережуваності.

Гамма-відсотковий термін збережуваності - термін збережуваності, що досягається об'єктом із заданою ймовірністю γ, вираженої у відсотках:

$$T_{\text{çáåð}}^{\gamma} : P\,(\,\tau_{\text{çáåð}} \ge T_{\text{çáåð}}^{\gamma}) = \frac{\gamma}{100} .$$

1.2.4 Показники ремонтопридатності (для об'єктів, що відновлюються)

Ймовірність відновлення - ймовірність того, що тривалість відновлення працездатного стану об'єкта не перевищить задане значення. Якщо визначити θ - тривалість відновлення, то ймовірність відновлення (за термін t):

$$G(t) = P(\theta < t).$$

Середня тривалість відновлення - математичне сподівання тривалості відновлення працездатного стану об'єкта після відмови:

$$T_B = M\Theta = \int_0^{\infty} [1 - G(t)]\, dt.$$

Ймовірність невідновлення (за заданий термін):

$$\overline{G}(t) = 1 - G(t) = P(\Theta \geq t).$$

Щільність ймовірності часу відновлення:

$$g(t) = \frac{dG(t)}{dt}.$$

Інтенсивність відновлення - умовна щільність ймовірності відновлення працездатності об'єкта, визначена для моменту часу, що розглядається за умови, що до цього моменту відновлення не було завершене:

$$\mu(t) = \frac{g(t)}{1 - G(t)}.$$

Аналогічно ймовірності безвідмовної роботи можна показати, що

$$\overline{G}(t) = e^{-\int_0^t \mu(u)\, du}.$$

1.2.5 Комплексні показники надійності (для об'єктів, що відновлюються)

Коефіцієнт готовності (нестаціонарний) - ймовірність того, що об'єкт виявиться в працездатному стані в довільний момент часу, крім періодів, що плануються, під час яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається.

Визначимо через $S(t)$ - стан системи (об'єкта) в момент часу t. Нехай множина станів об'єкта

$$E = E_1 \cup E_0 , \quad E_1 \cap E_0 = \varnothing ,$$

де E_1 - множина працездатних станів об'єкта; E_0 - множина непрацездатних станів об'єкта.

У аналітичній теорії надійності $S(t)$ інтерпретується як випадковий процес. Передбачається, що в початковий момент часу $t = 0$ об'єкт знаходиться в повністю працездатному стані.

Коефіцієнт готовності при такому підході є

$$A(t) = P(S(t) \in E_1).$$

Під стаціонарним коефіцієнтом готовності будемо розуміти величину

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t),$$

тобто ймовірність у досить віддалений момент часу застати об'єкт у працездатному стані.

Коефіцієнт неготовності (нестаціонарний) - ймовірність того, що об'єкт буде знаходитись в непрацездатному стані в довільний момент часу, крім періодів, що плануються, під час яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається.

Аналітично коефіцієнт неготовності будемо визначати як

$$U(t) = 1 - A(t) = P(S(t) \in E_0).$$

Стаціонарний коефіцієнт неготовності

$$U = \lim_{t \to \infty} U(t) = 1 - A$$

є ймовірність застати об'єкт в непрацездатному стані в досить віддалений момент часу.

Коефіцієнт оперативної готовності - ймовірність того, що об'єкт виявиться в працездатному стані в довільний момент часу, крім періодів, що плануються, під час яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається, і, починаючи з цього моменту об`єкт буде виконувати необхідну функцію протягом заданого інтервалу часу.

Аналітично коефіцієнт оперативної готовності будемо визначати як

$$K(t,\tau) = P(S(t) \in E_1 \cap \inf (u : S(t+u) \in E_0) \geq \tau).$$

Часто розглядається також стаціонарний коефіцієнт оперативної готовності

$$K(\tau) = \lim_{t \to \infty} K(t,\tau),$$

тобто ймовірність того, що в досить віддалений момент часу об'єкт у працездатному стані буде залишатися в множині працездатних станів ще час більший заданого часу τ.

2 ЗАВДАННЯ ДО КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

2.1 Завдання 1

Обчислити показники безвідмовності (ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$, ймовірність відмови $Q(t)$, інтенсивність відмов $\lambda(t)$, середній наробіток до відмови T) або ремонтопридатності (ймовірність відновлення $G(t)$, ймовірність невідновлення $-\bar{G}(t)$, інтенсивність відновлення $\mu(t)$, середня тривалість відновлення $T_в$) системи, коли відома щільність розподілу наробітку до відмови $f(t)$ або тривалості відновлення $g(t)$, відповідно. Побудувати графік щільності розподілу.

Варіанти завдання 1 подані в табл.1.

Таблиця 2.1 – Варіанти завдання 1

№	Закон розподілу	Показники	
		безвідмовності	ремонтоздатності
1	*2*	*3*	*4*
1.1	Рівномірний	+	-
1.2	Трикутний (Сімпсона)	+	-
1.3	Експоненціальний	+	-
1.4	Гіперекспоненціальний, $m=2$	+	-
1.5	Гіперекспоненціальний, $m=3$	+	-
1.6	Гамма-розподіл	+	-
1.7	Ерланга, $k=2$	+	-
1.8	Ерланга, $k=3$	+	-
1.9	Релєя	+	-
1.10	Логарифмічно-нормальний	+	-
1.11	Вейбулла- Гнєденко, $\alpha>1$	+	-
1.12	Вейбулла- Гнєденко, $\alpha<1$	+	-
1.13	χ^2 – розподіл , $\alpha>2$	+	-
1.14	F – розподіл	+	-
1.15	Рівномірний	-	+
1.16	Трикутний (Сімпсона)	-	+
1.17	Експоненціальний	-	+

Продовження таблиці 2.1

1	*2*	*3*	*4*
1.18	Гіперекспоненціальний, $m=2$	-	+
1.19	Гіперекспоненціальний, $m=3$	-	+
1.20	Гамма-розподіл	-	+
1.21	Ерланга, $k=2$	-	+
1.22	Ерланга, $k=3$	-	+
1.23	Релєя	-	+
1.24	Логарифмічно-нормальний	-	+
1.25	Вейбулла- Гнєденко, $\alpha>1$	-	+
1.26	Вейбулла- Гнєденко, $\alpha<1$	-	+
1.27	χ^2 – розподіл , $\alpha>2$	-	+
1.28	F – розподіл	-	+

Нагадуємо основні закони розподілу, що використовуються в надійності (щільності розподілу).

Рівномірний

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in[a,b];\\ 0, & x\notin[a,b].\end{cases}$$

Трикутний (Сімпсона)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{b-a}-\dfrac{2}{(b-a)^2}\left|\,a+b-2x\,\right|, & x\in[a,b];\\ 0, & x\notin[a,b].\end{cases}$$

Експоненціальний

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x\ge 0;\\ 0, & x<0.\end{cases}$$

Гіперекспоненціальний

$$f(x)=\begin{cases}\sum\limits_{k=1}^{m}\alpha_k\lambda_k e^{-\lambda_k x}, & x\ge 0;\\ 0, & x<0.\end{cases}\qquad \lambda_k,\alpha_k>0,\ \sum_{k=1}^{m}\alpha_k=1.$$

Гамма-розподіл

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\lambda^{\alpha}}{\tilde{A}(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\lambda x}, & x>0;\\ 0, & x\le 0.\end{cases}\qquad \lambda>0,\alpha>0.$$

Ерланга

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\lambda^k}{(k-1)!}\,x^{k-1}\,e^{-\lambda x}, & x\ge 0;\\ 0,\ x<0.\end{cases}\qquad \lambda>0,\ k-\text{ö³ëå.}$$

Релєя

$$f(x)=\begin{cases}x e^{-\frac{x^2}{2}},\ x\ge 0;\\ 0,\ x<0.\end{cases}$$

Логарифмічно-нормальний

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln x-m)^2}{2\sigma^2}},x\ge 0;\\ 0,\ x<0.\end{cases}\qquad \sigma>0.$$

Вейбулла-Гнєденко

$$f(x)=\begin{cases}\alpha\,\lambda\,x^{\alpha-1}\,e^{-\lambda x^{\alpha}},\ x\ge 0;\\ 0,\ x<0.\end{cases}\qquad \alpha>0,\ \lambda>0.$$

χ^2-розподіл

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{\frac{\alpha}{2}}\tilde{A}(\frac{\alpha}{2})}\,x^{\frac{\alpha}{2}-1}\,e^{-\frac{x}{2}},\ x\ge 0;\\ 0,\ x<0.\end{cases}\qquad \alpha>0.$$

F-розподіл, m_1, m_2 - цілі

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{A}\left(\dfrac{m_1+m_2}{2}\right)m_1^{\frac{m_1}{2}}\ m_2^{\frac{m_2}{2}}}{\tilde{A}\left(\dfrac{m_1}{2}\right)\tilde{A}\left(\dfrac{m_2}{2}\right)}\ x^{\frac{m_1}{2}-1}(m_2-m_1\,x)^{-\frac{m_1+m_2}{2}},\ x\ge 0.\\ 0,\ x<0.\end{cases}$$

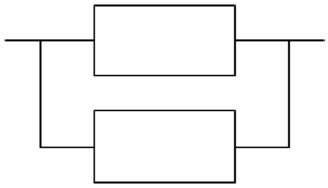
2.2 Завдання 2

Для системи без відновлення елементів у процесі функціонування визначити ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ за час $t = 10$ г та середній наробіток до відмови T, коли відомі ймовірності безвідмовної роботи елементів за цей час:

$$P_1 = 0.5;\ P_2 = 0.6;\ P_3 = 0.7;\ P_4 = 0.8;\ P_5 = 0.85;$$
$$P_6 = 0.55;\ P_7 = 0.9;\ P_8 = 0.9;\ P_9 = 0.96;\ P_{10} = 0.97.$$

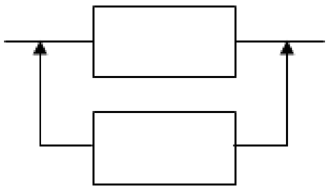
Припустити, що наробітки до відмови мають експоненціальний розподіл.

Нижче навантажений резерв позначено



,

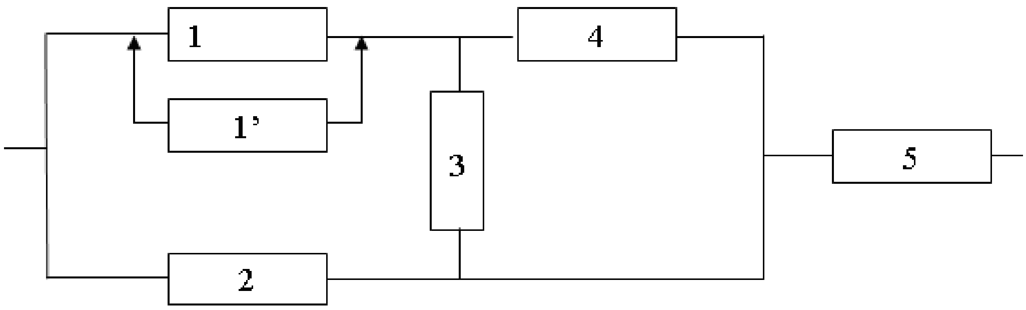
а ненавантажений резерв позначено



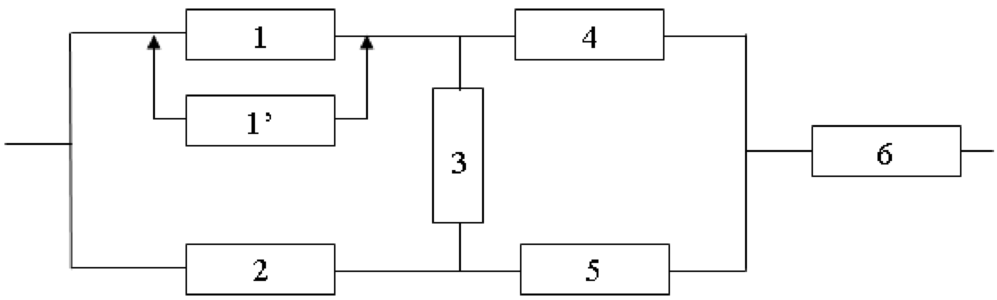
.

Варіанти надійнісних схем мають вигляд:

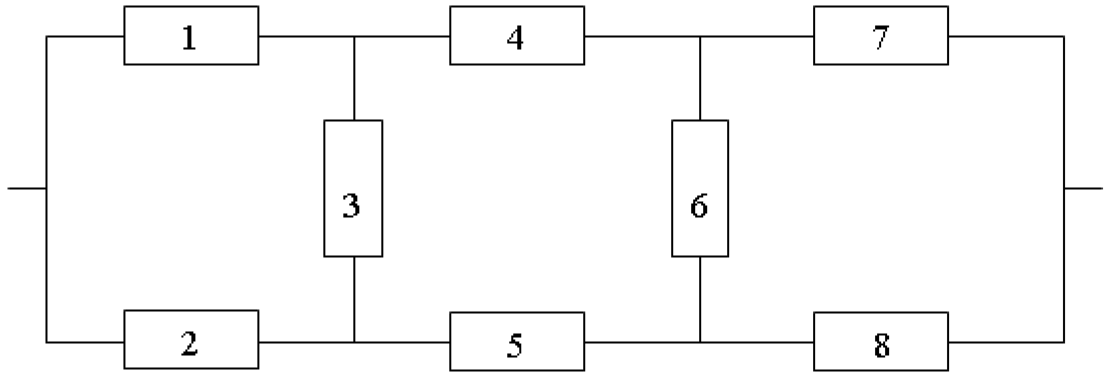
2.1



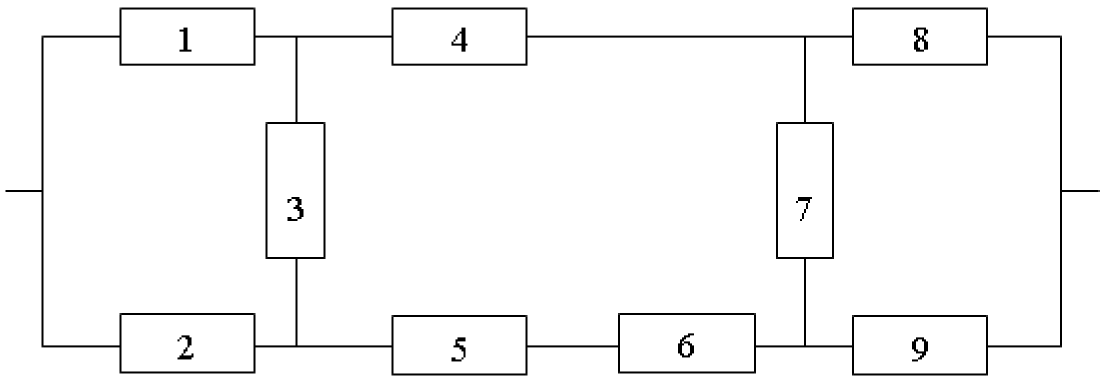
2.2



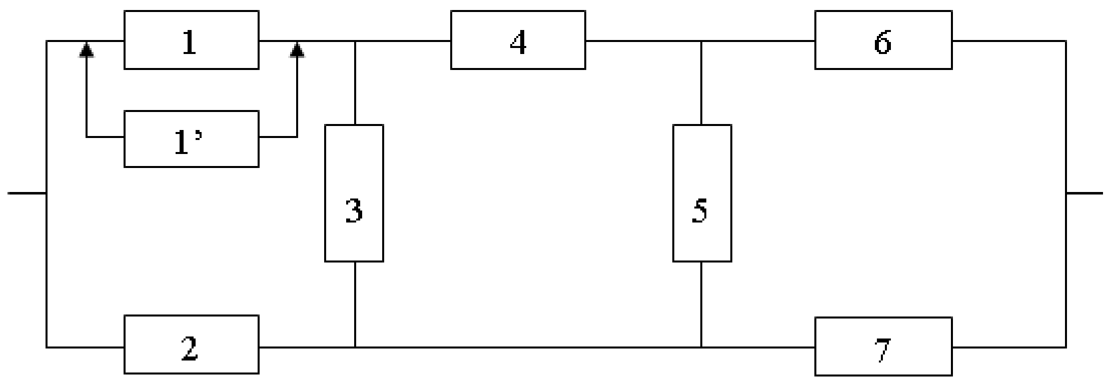
2.3



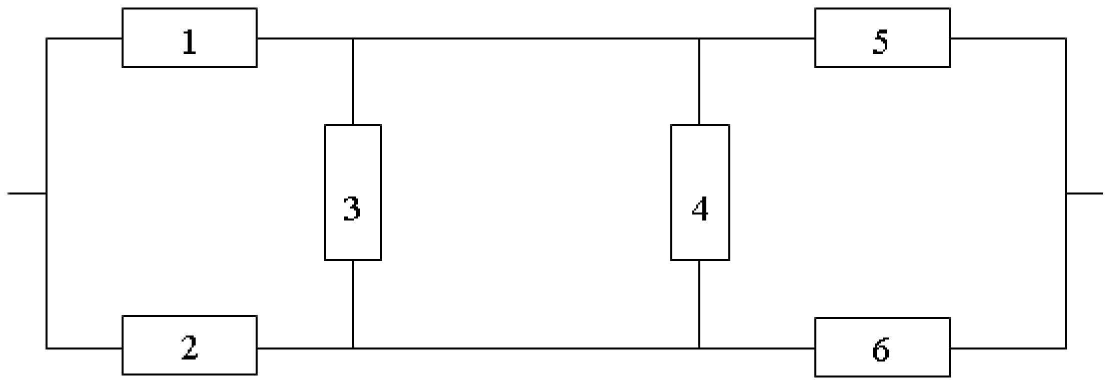
2.4



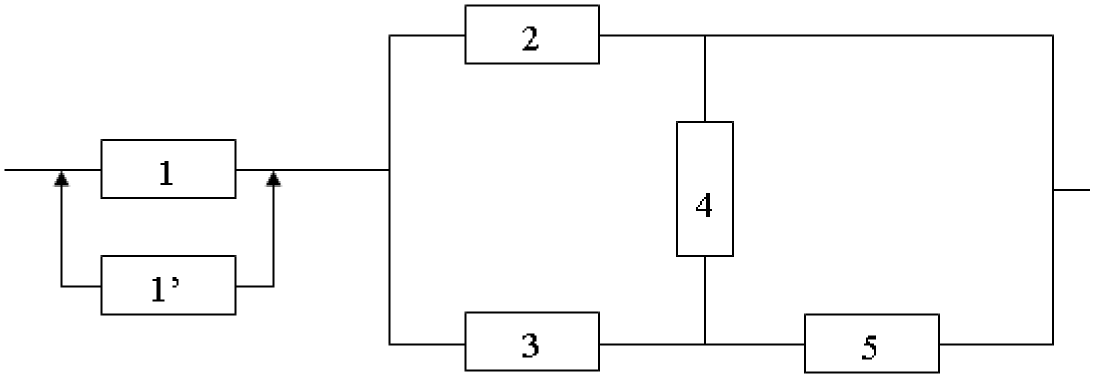
2.5



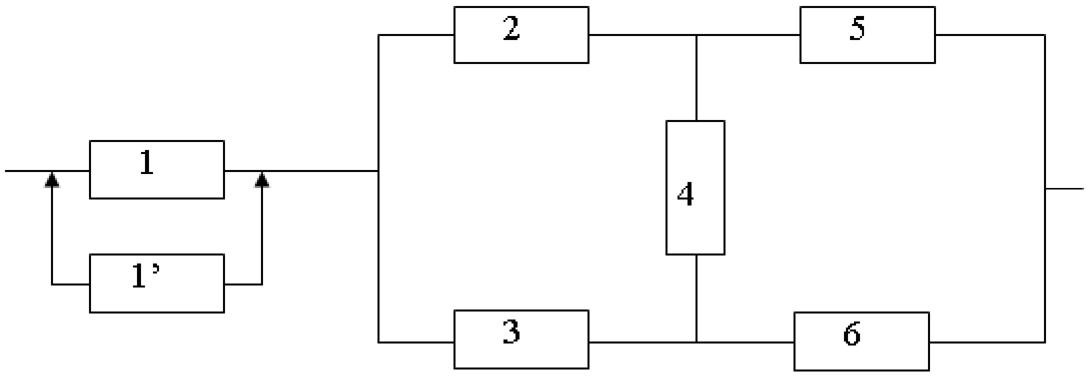
2.6



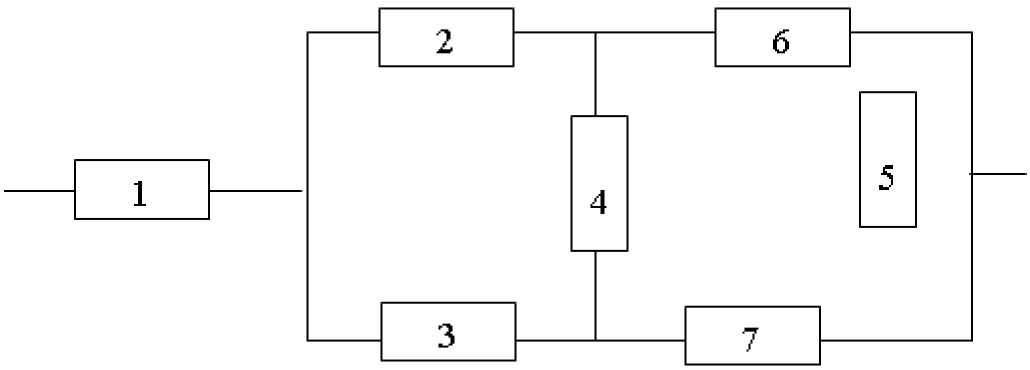
2.7



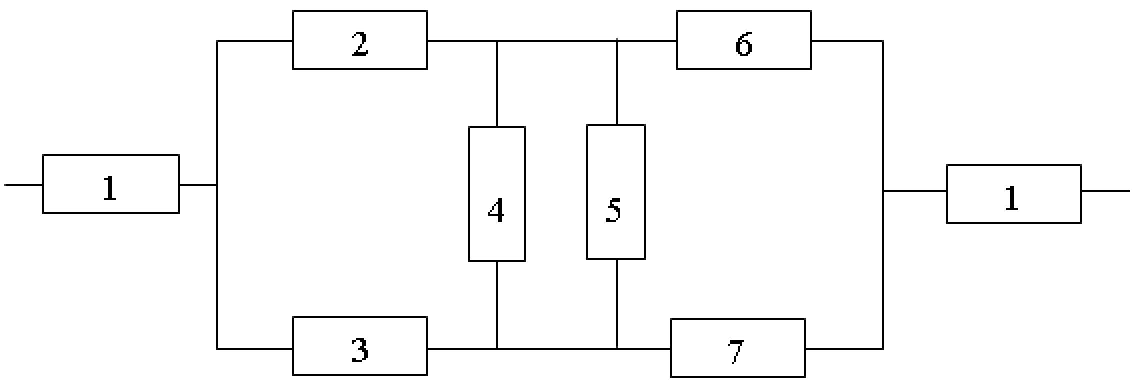
2.8



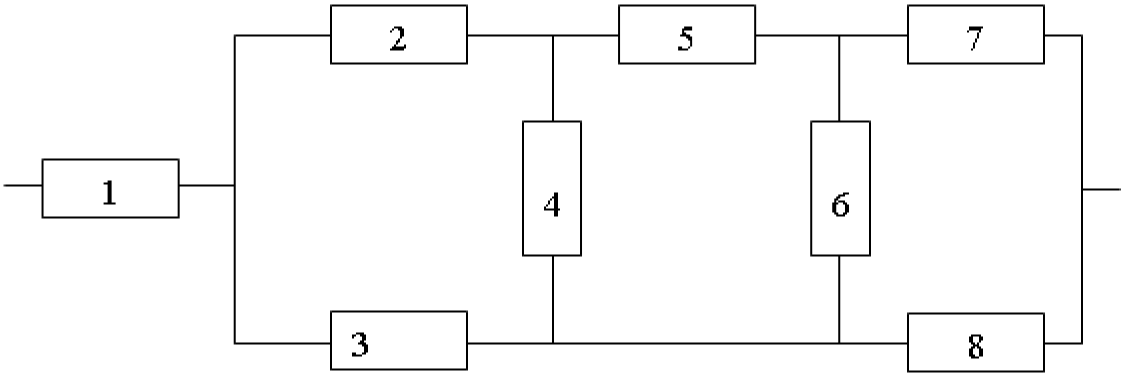
2.9



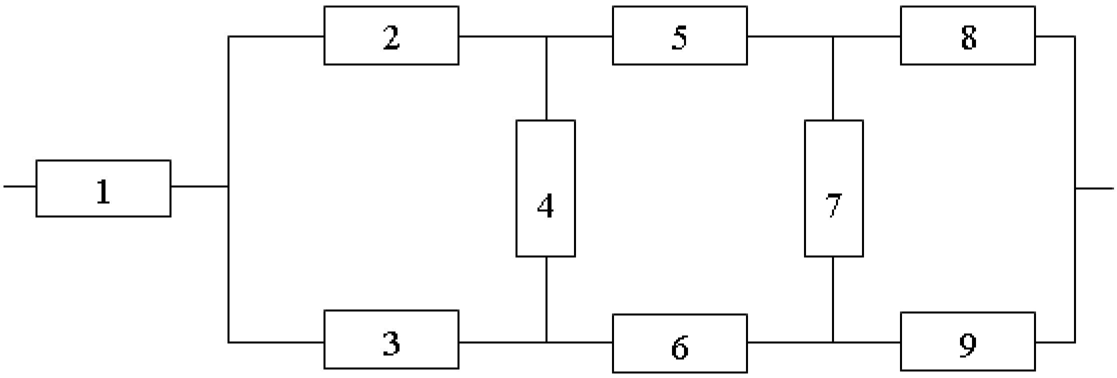
2.10



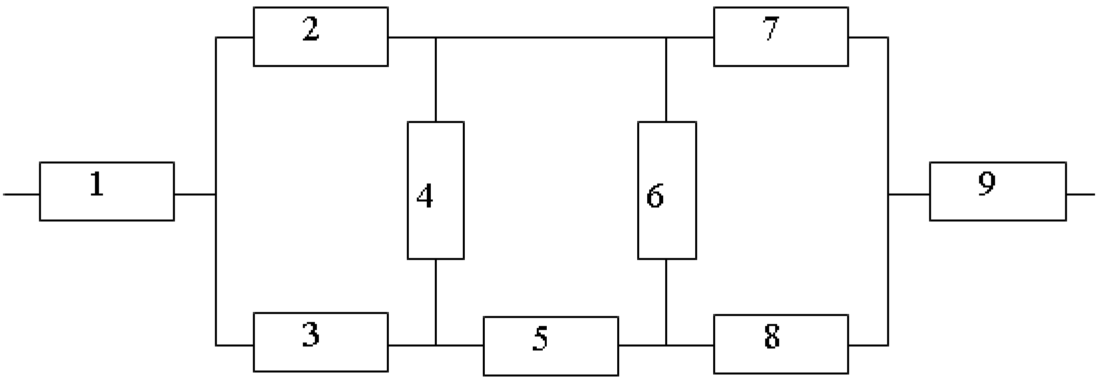
2.11



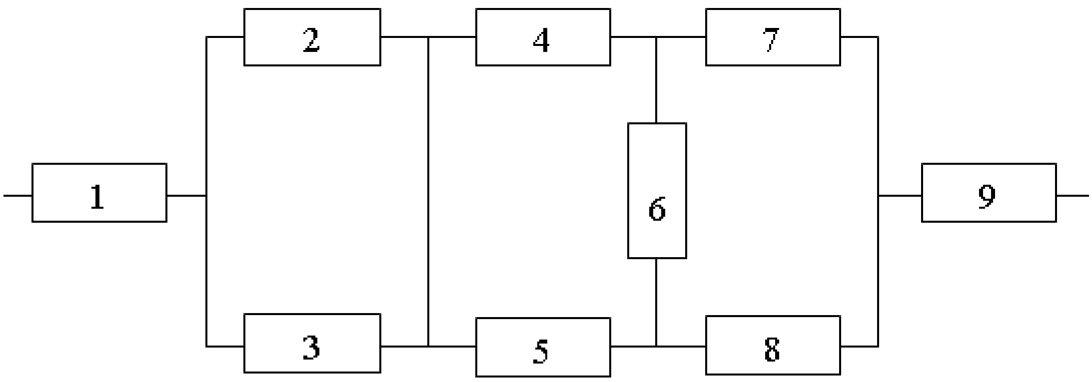
2.12



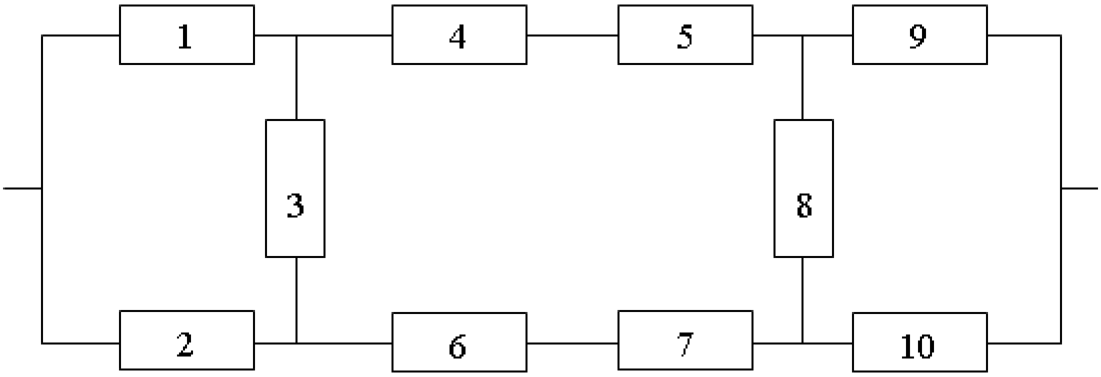
2.13



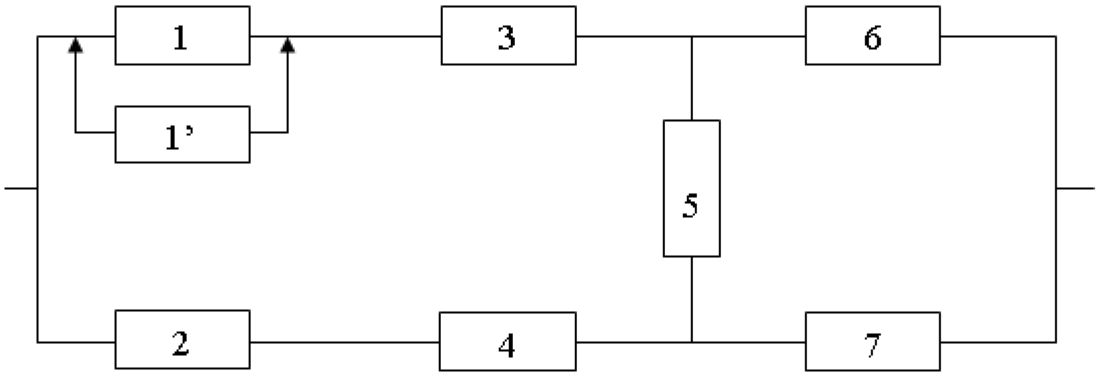
2.14



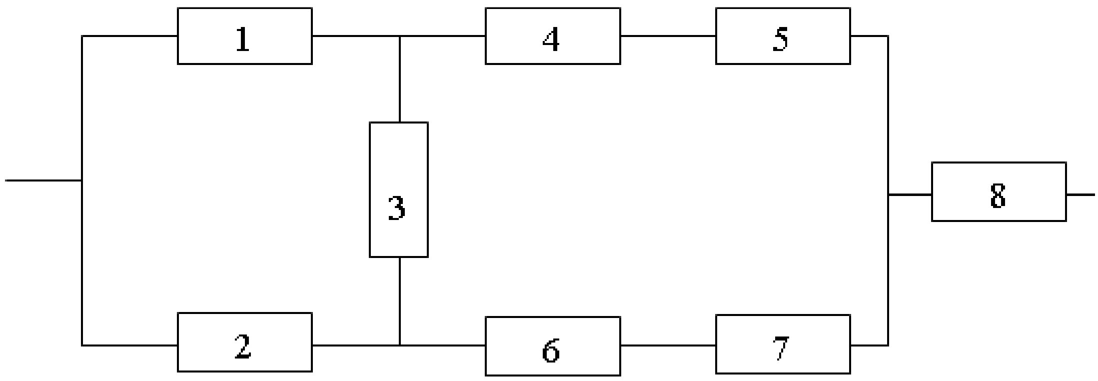
2.15



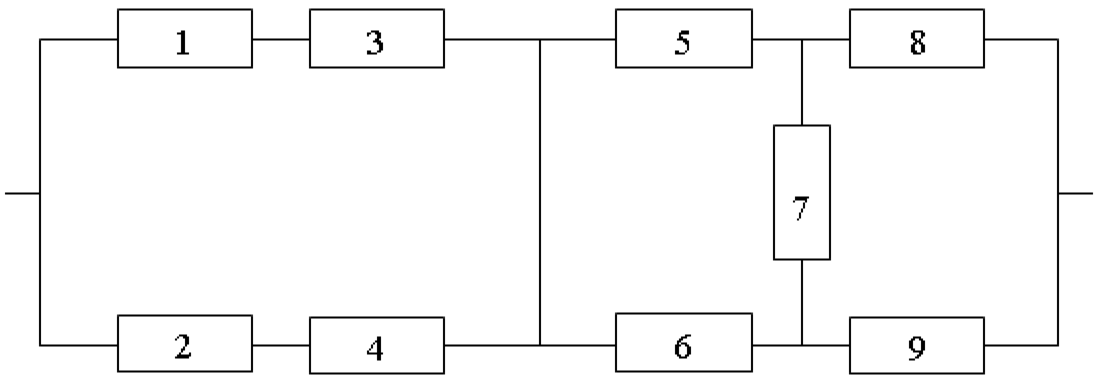
2.16



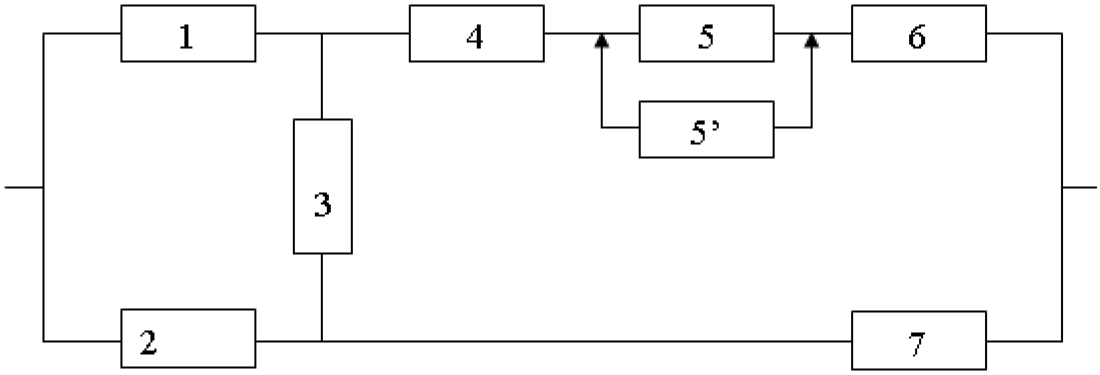
2.17



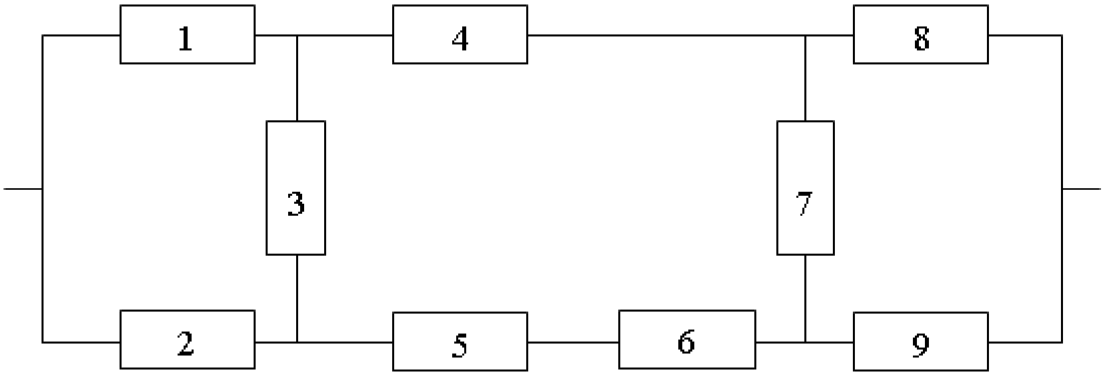
2.18



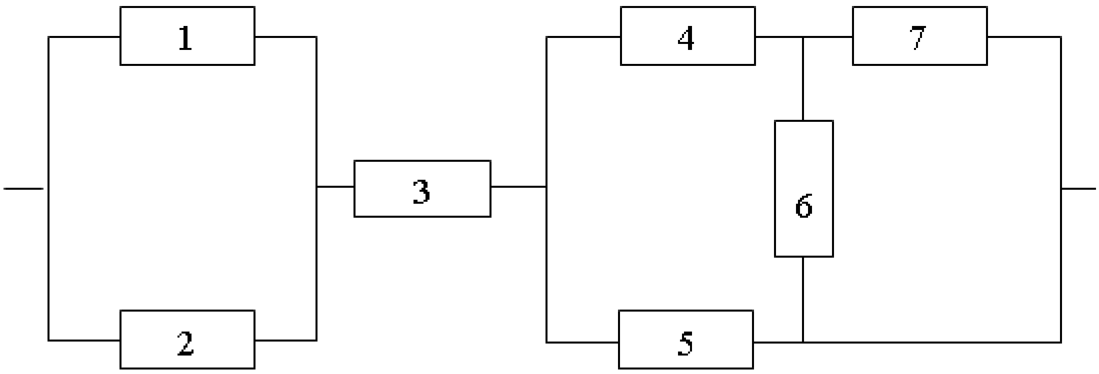
2.19



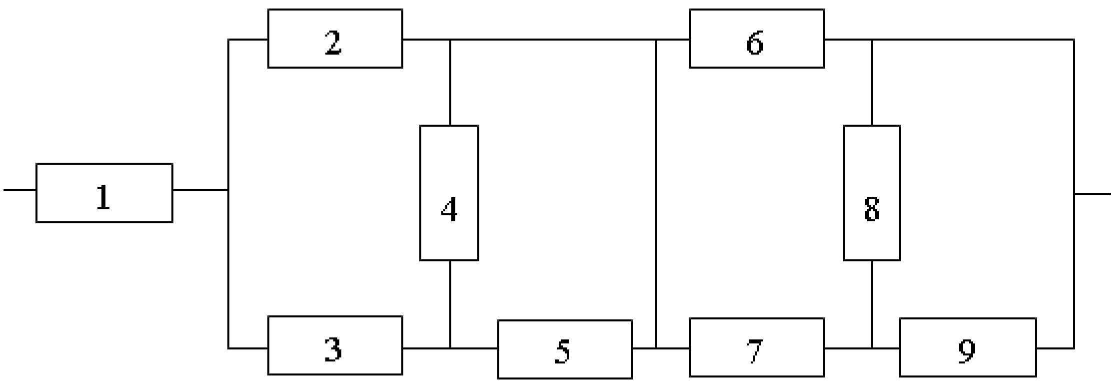
2.20



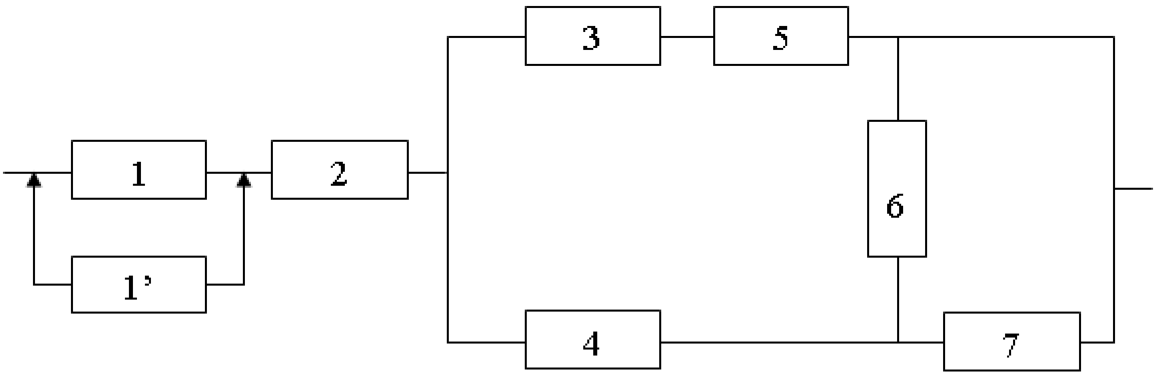
2.21



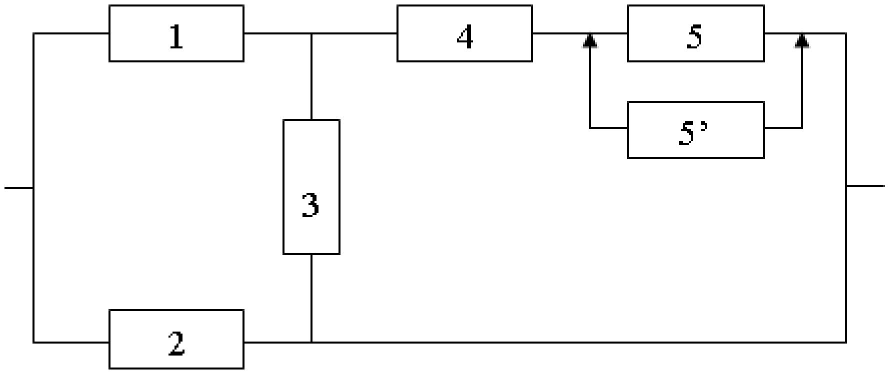
2.22



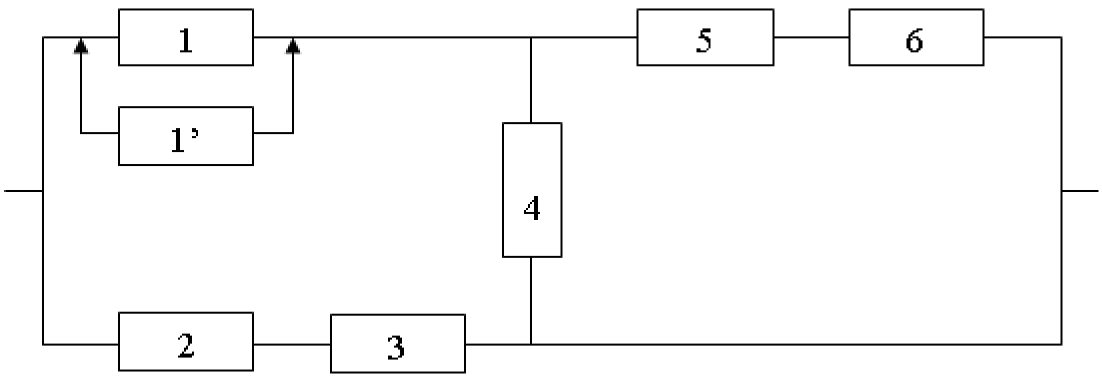
2.23



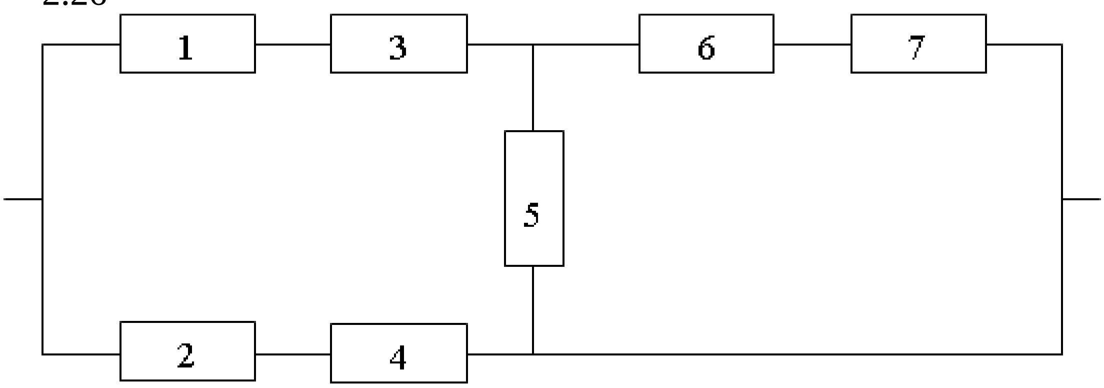
2.24



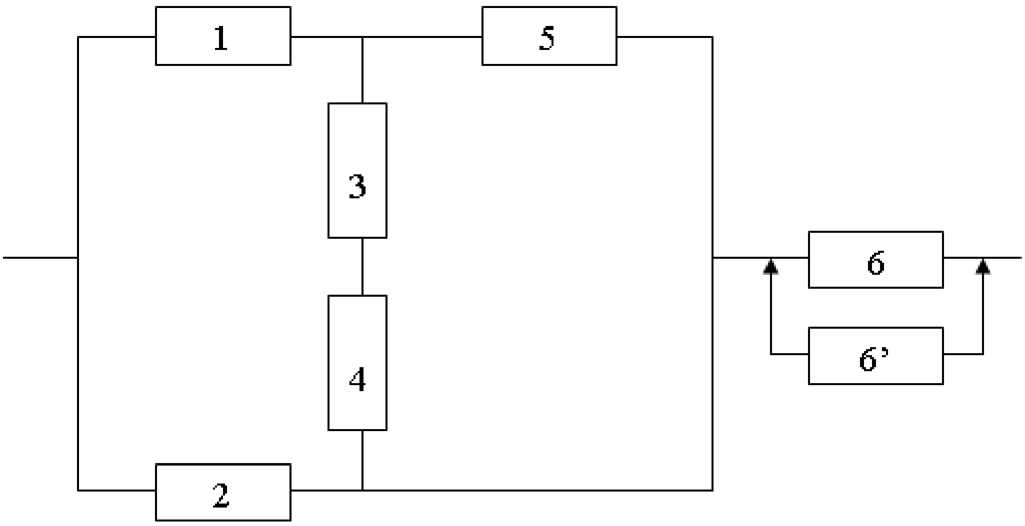
2.25



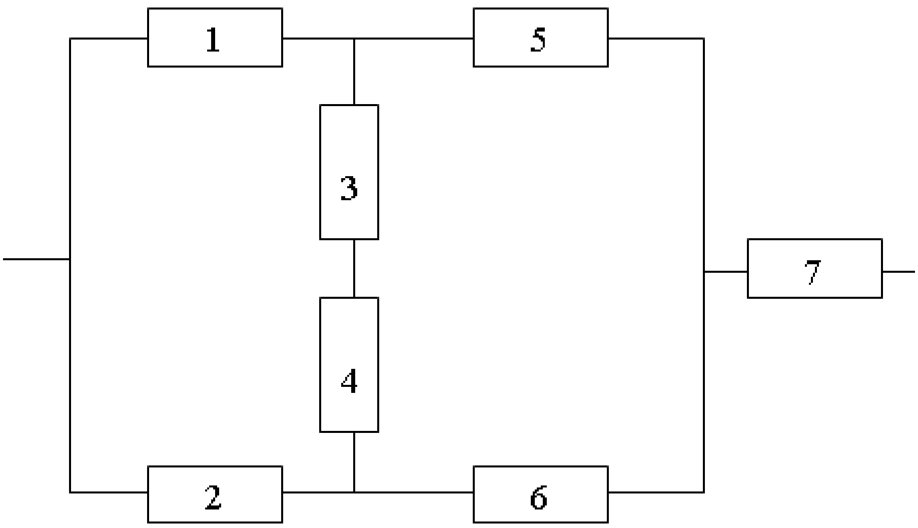
2.26



2.27



2.28



2.3 Завдання 3

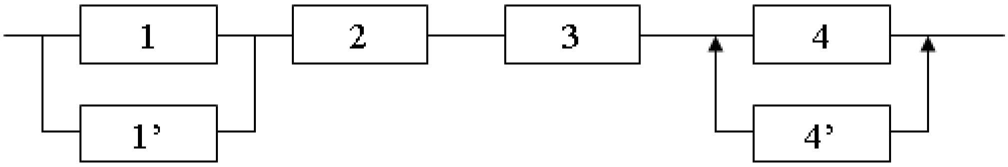
Для системи з відновленням елементів у процесі функціонування визначити ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ за $t = 100$ г, середній наробіток на відмову T_1, коефіцієнт готовності (стаціонарний) A, середню тривалість відновлення T_B, якщо відомі показники надійності елементів:

$\lambda_1 = 10^{-4}$ 1/год, $\lambda_2 = 10^{-2}$ 1/год, $\lambda_3 = 10^{-2}$ 1/год, $\lambda_4 = 10^{-3}$ 1/год,
$T_{B1} = 1$ год, $T_{B2} = 0.5$ год, $T_{B3} = 0.25$ год, $T_{B4} = 0.5$ год.

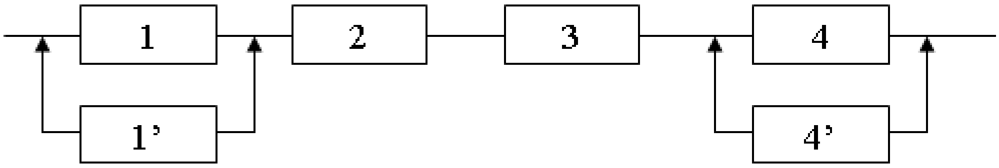
Розподіли наробіток на відмову та тривалості відновлення елементів припускаються експоненціальними; відновлення припускається необмеженим (черга на відновлення не утворюється).

Варіанти надійнісних схем системи мають такий вигляд :

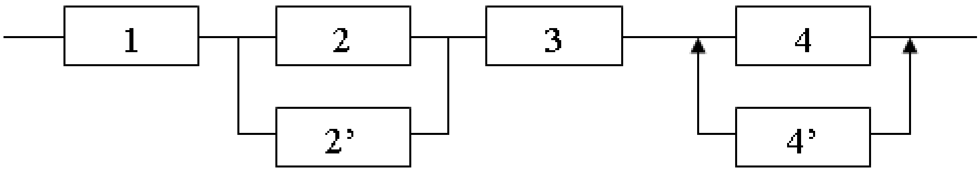
3.1



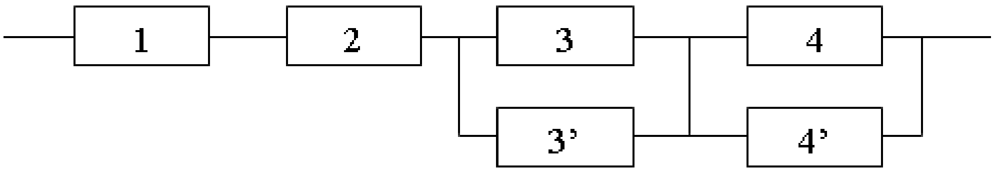
3.2



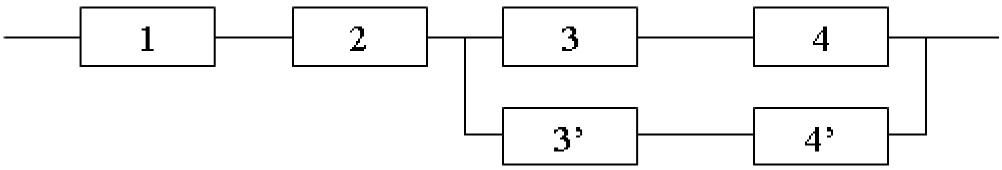
3.3



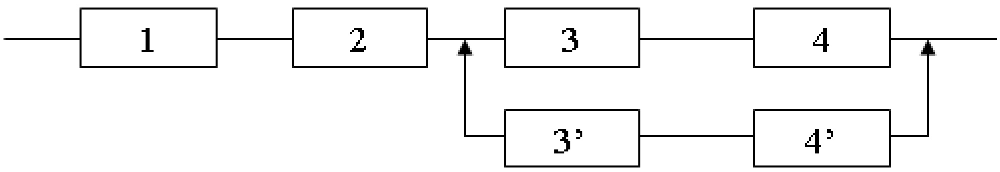
3.4



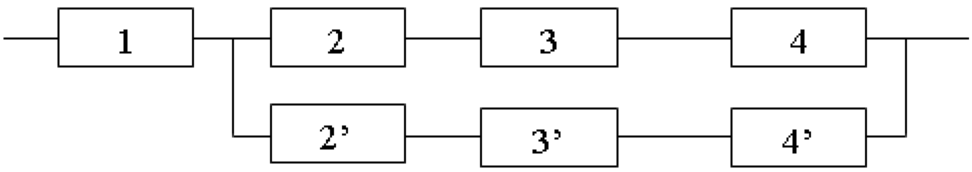
3.5



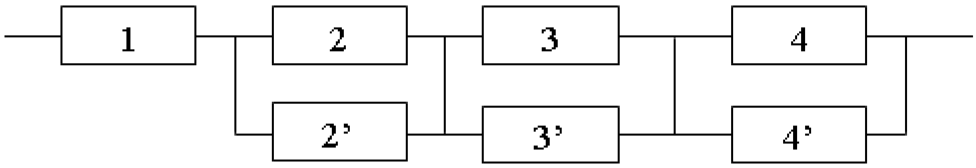
3.6



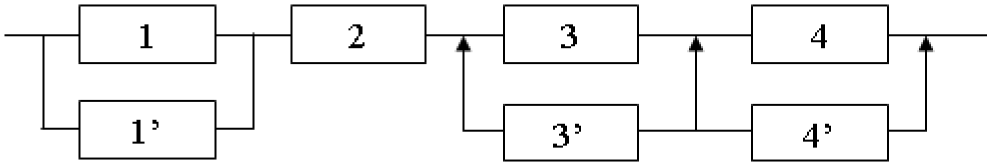
3.7



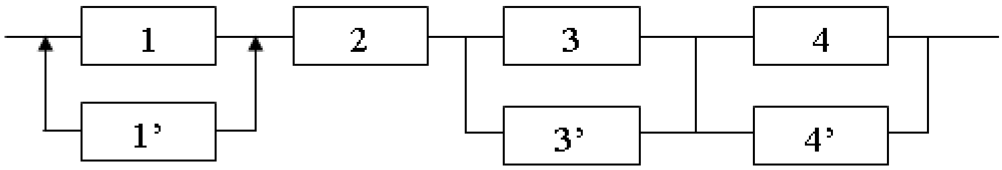
3.8



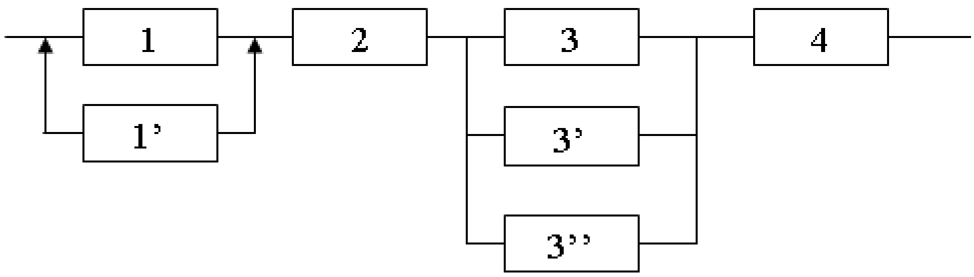
3.9



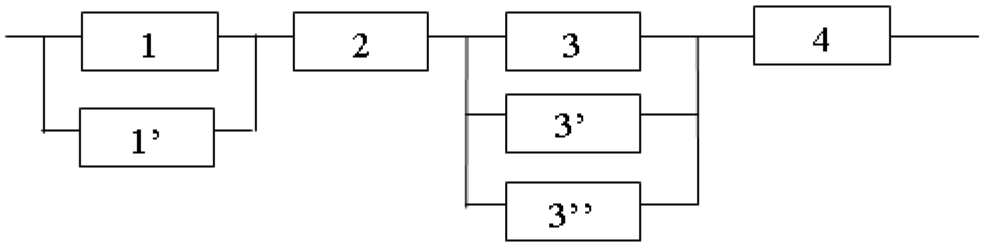
3.10



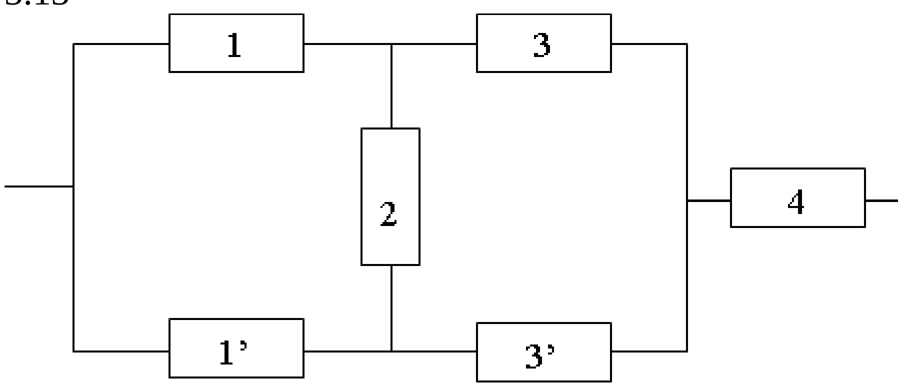
3.11



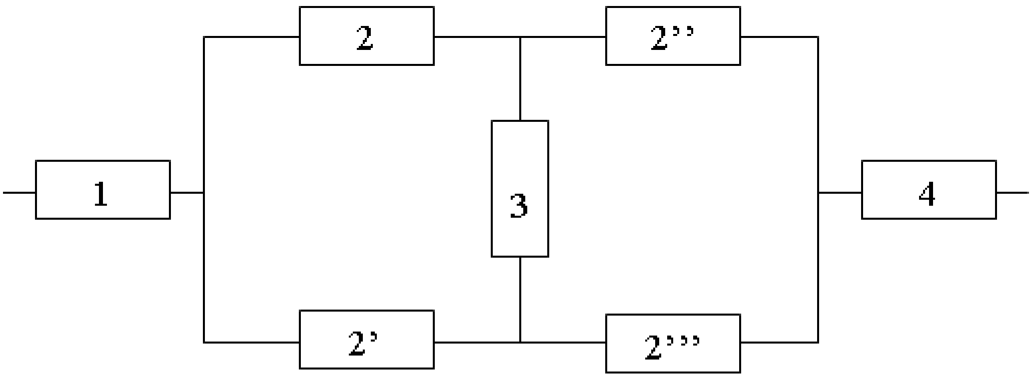
3.12



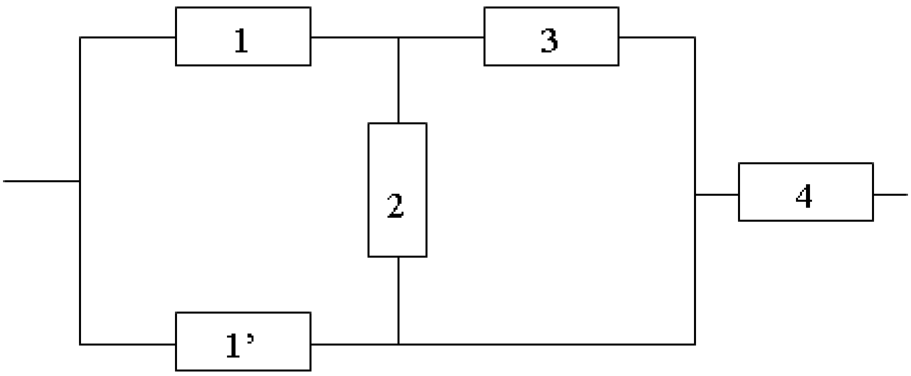
3.13



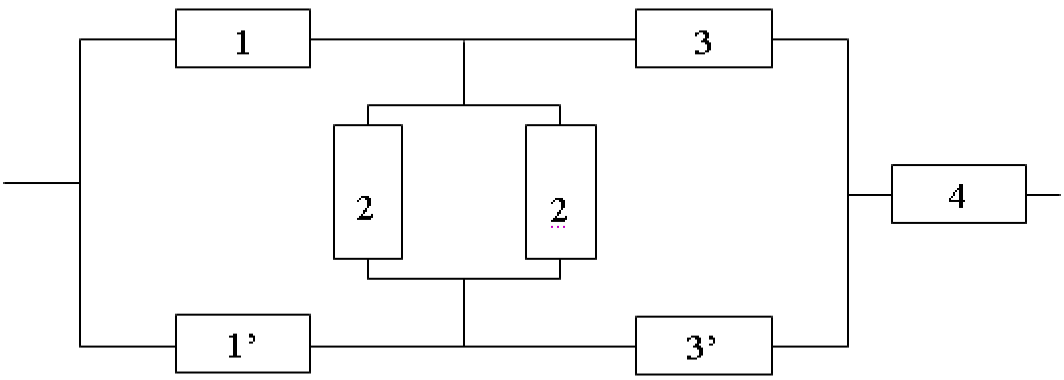
3.14



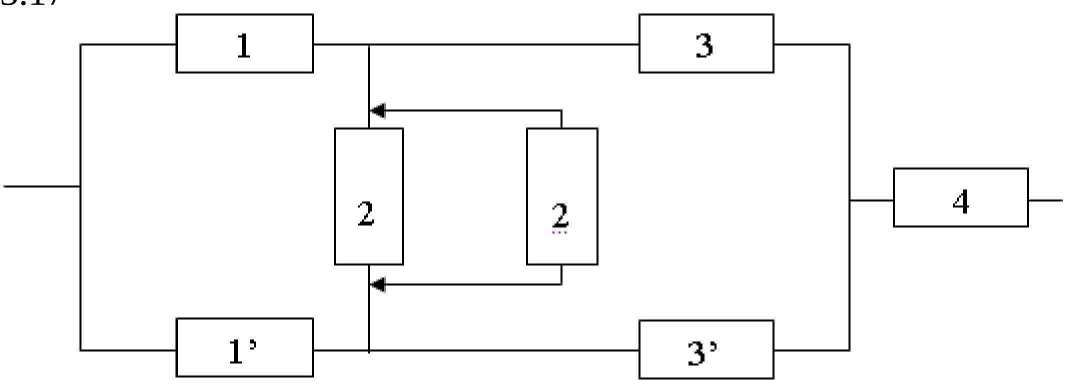
3.15



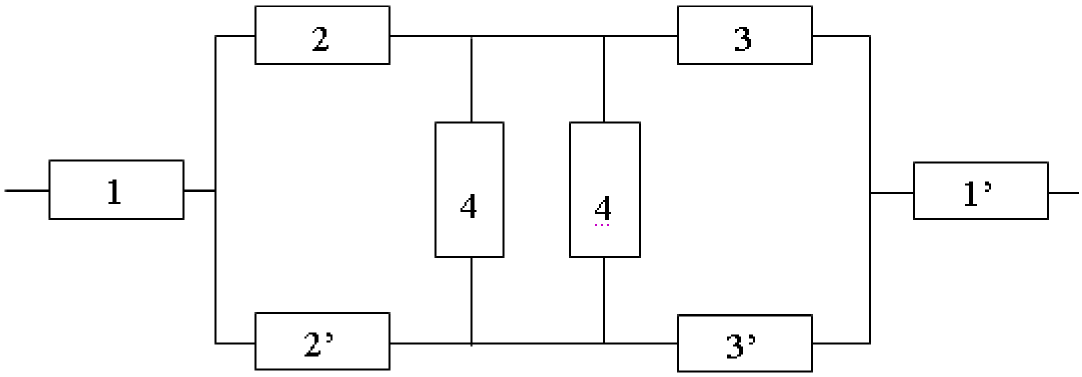
3.16



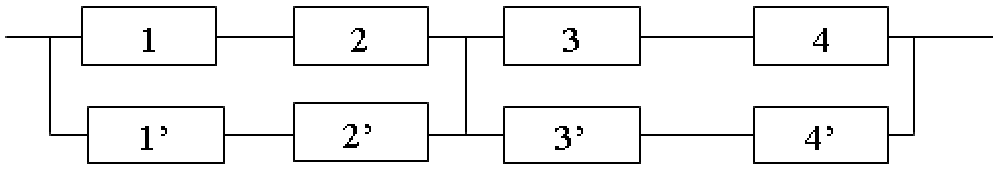
3.17



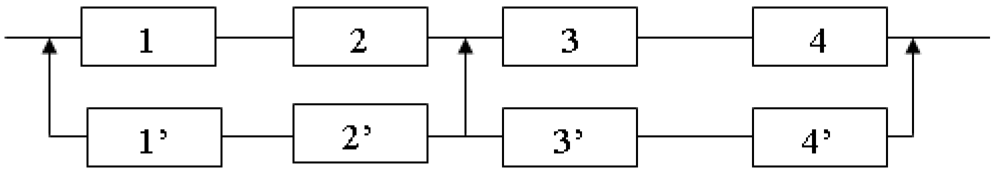
3.18



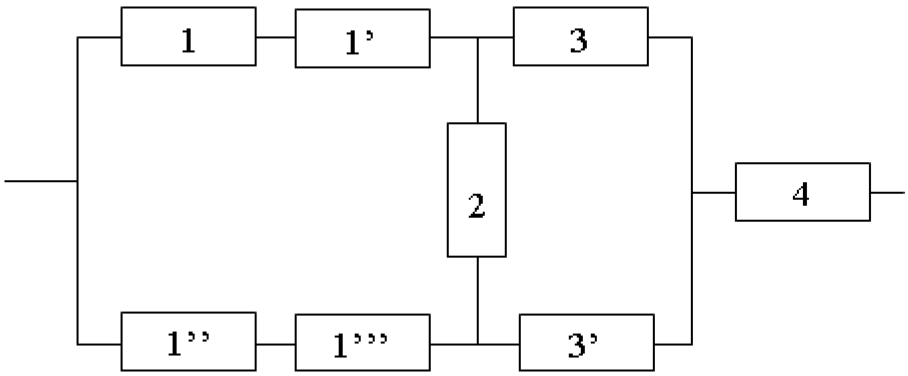
3.19



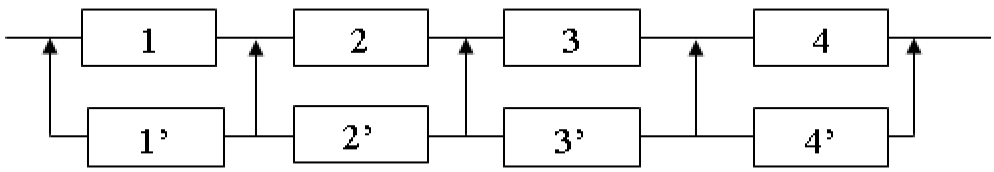
3.20



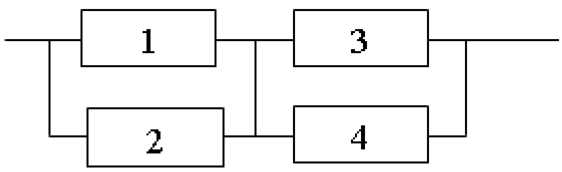
3.21



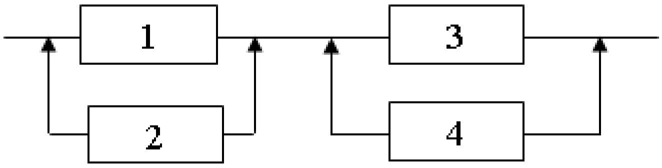
3.22



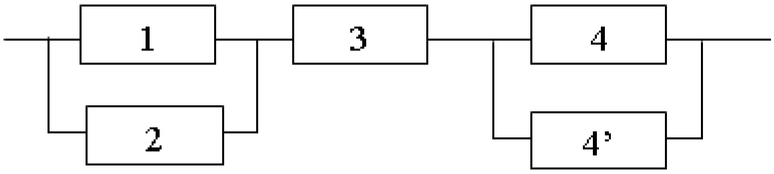
3.23



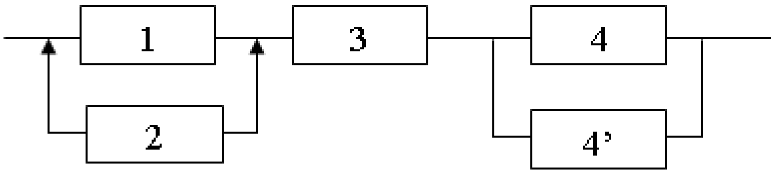
3.24



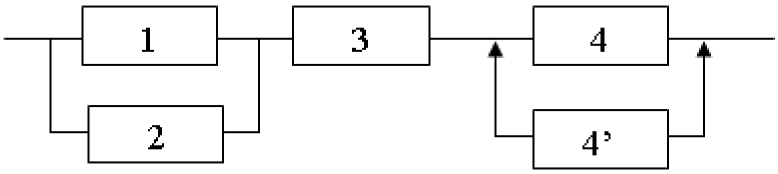
3.25



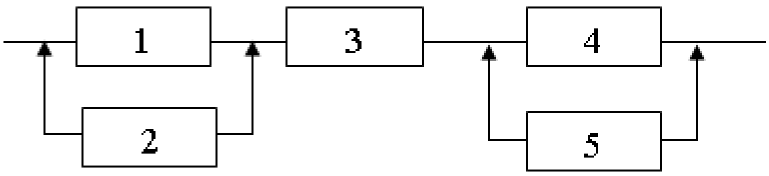
3.26



3.27



3.28



2.4 Завдання 4

Застосовуючи різні види резервування (структурне, часове) для наведеної у завданні 3 структури, забезпечити такі значення показників надійності системи (за умови мінімізації її вартості):

$$T_1 \geq 2 \cdot 10^3,\ A \geq 0.99,$$

якщо відомі вартості елементів, що належать системі (в умовних одиницях):

$$C_1 = 10^3;\ C_2 = 500;\ C_3 = 100;\ C_4 = 50\ .$$

Вартість однієї години резерву часу взяти за 100 ум. од.

3 ПРИКЛАДИ ВИКОНАННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ

3.1 Приклад виконання завдання 1

Потрібно обчислити показники ремонтопридатності (ймовірність відновлення $G(t)$, ймовірність невідновлення $\overline{G}(t)$, інтенсивність відновлення $\mu(t)$, середню тривалість відновлення T_B) системи, коли щільність тривалості відновлення $g(t)$ розподілена за законом Ерланга з $k=4$, тобто

$$g(t) = \begin{cases} \dfrac{\mu^4}{3!} t^3 e^{-\mu t}, & t \ge 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad \mu > 0.$$

Завдяки інтегруванню частинами одержуємо ймовірність відновлення

$$G(t) = \begin{cases} 0, \quad t < 0, \\ \int\limits_0^t \dfrac{\mu^4}{3!} x^3 e^{-\mu x} dx = 1 - e^{-\mu t} \cdot \sum\limits_{k=0}^{3} \dfrac{(\mu t)^k}{k!}, \quad t \ge 0 \end{cases}$$

та ймовірність невідновлення за час t

$$\overline{G}(t) = \begin{cases} 1, & t < 0, \\ e^{-\mu t} \cdot \sum\limits_{k=0}^{3} \dfrac{(\mu t)^k}{k!}, & t \ge 0. \end{cases}$$

Інтенсивність відновлення дорівнює

$$\mu(t) = \frac{g(t)}{\overline{G}(t)} = \frac{\mu^4 t^3}{3! \cdot \sum\limits_{k=0}^{3} \dfrac{(\mu t)^k}{k!}}, \; t \ge 0,$$

а середня тривалість відновлення

$$T_B = \int\limits_0^\infty \overline{G}(t) dt = \int\limits_0^\infty e^{-\mu t} \cdot \sum_{k=0}^{3} \frac{(\mu t)^k}{k!} \, dt = \frac{4}{\mu}.$$

3.2 Приклад виконання завдання 2

Для системи без відновлення, надійнісна структура якої зображена на рис. 1, потрібно обчислити ймовірність безвідмовної роботи за час $t = 10$ г та середній наробіток до відмови T, якщо ймовірності безвідмовної роботи елементів за цей час дорівнюють:

$$P_1 = 0.5;\ P_2 = 0.6;\ P_3 = 0.7;\ P_4 = 0.8;$$
$$P_5 = 0.85;\ P_6 = 0.55;\ P_7 = 0.9;\ P_8 = 0.9\,.$$

Припустити, що наробітки до відмови мають експоненціальний розподіл.

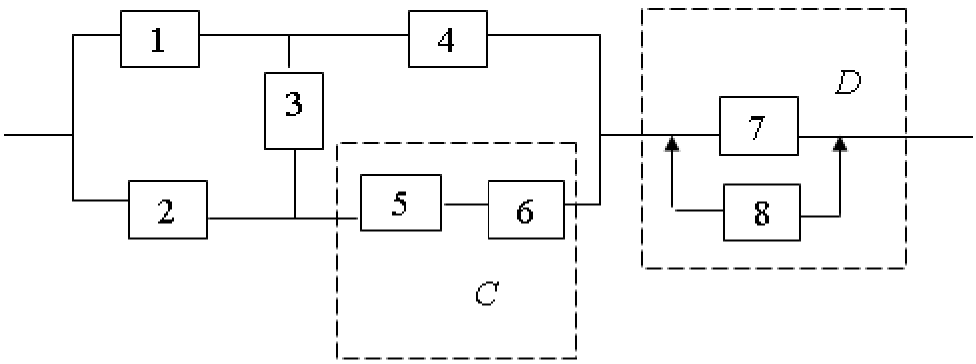


Рисунок 3.1 – Надійнісна структура системи

Спочатку визначимо інтенсивності відмов елементів із співвідношення:

$$\lambda_i = \frac{-\ln P_i}{10},\ i = \overline{1,8}\,.$$

Маємо:

$$\lambda_1 = 6.9\cdot 10^{-2}\ 1/\text{год},\ \lambda_2 = 5.1\cdot 10^{-2}\ 1/\text{год},\ \lambda_3 = 3.6\cdot 10^{-2}\ 1/\text{год},$$
$$\lambda_4 = 2.2\cdot 10^{-2}\ 1/\text{год},\ \lambda_5 = 1.6\cdot 10^{-2}\ 1/\text{год},\ \lambda_6 = 6\cdot 10^{-2}\ 1/\text{год},$$
$$\lambda_7 = \lambda_8 = 1.1\cdot 10^{-2}\ 1/\text{год}.$$

Згідно з припущенням ймовірності безвідмовної роботи елементів за довільний час t має вигляд:

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t},\ i = \overline{1,8}\,.$$

Далі для обчислення показників надійності системи застосуємо метод послідовного структурного укрупнення.

Визначимо ймовірність безвідмовної роботи за час t структури C:

$$P_C(t) = P_5(t)\cdot P_6(t) = e^{-(\lambda_5+\lambda_6)t} = e^{-7.6\cdot 10^{-2}}\,.$$

Це - послідовне з'єднання елементів у надійнісному розумінні, і тому замінимо цю структуру одним елементом C з обчисленим вище показником надійності.

Перейдемо до структури D. Це – ненавантажене резервування без відновлення, і тому розподіл наробітку до відмови структури дорівнює розподілу суми наробіток до відмови елементів. Отже, щільність розподілу наробітку до відмови є згорткою щільностей розподілів наробіток до відмови елементів:

$$f_D(t) = \int_0^t f_7(z)\ f_8(t-z)\ dz = \lambda_7^2\ \cdot t \cdot e^{-\lambda_7 t}.$$

Ймовірність відмови за час t дорівнює

$$F_D(t) = \int_0^t f_D(x)\ dx \approx 1 - e^{-\lambda_7 t}\,(1 + \lambda_7 t),$$

а ймовірність безвідмовної роботи

$$P_D(t) = 1 - F_D(t) = e^{-\lambda_7 t}\,(1 + \lambda_7 t).$$

Обчислимо показники надійності структури Q, що відображена на рис. 3.2.

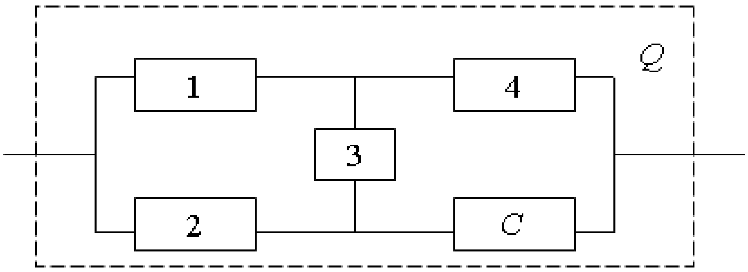


Рисунок 3.2 – Надійнісна структура системи Q

Для цього застосуємо метод особливого елемента.

Позначимо через A_1, A_2, A_3, A_4, A_c та A_Q події, що означають безвідмовну роботу за час t відповідного елемента або структури.

Як особливий візьмемо елемент 3. За формулою повної ймовірності маємо:

$$P_Q(t) = P(A_Q) = P(A_3)P(A_Q / A_3) + P(\overline{A}_3)P(A_Q / \overline{A}_3) =$$
$$= P_3(t)P(A_Q / A_3) + \left[1 - P_3(t)\right]P(A_Q / \overline{A}_3).$$

Обчислимо $P(A_Q / A_3)$. Це є ймовірність безвідмовної роботи за час t послідовно-паралельної структури, що зображена на рис. 3.

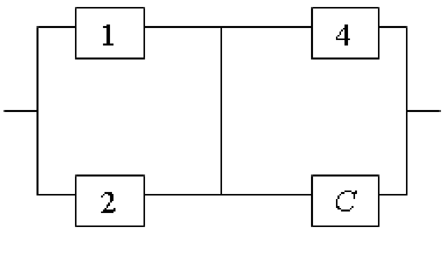


Рисунок 3.3 – Надійнісна структура послідовно-паралельної системи

Вона дорівнює:

$$P(A_Q / A_3) = [1-(1-P_1(t))(1-P_2(t))][1-(1-P_4(t))(1-P_c(t))].$$

Аналогічно, $P(A_Q / \overline{A}_3)$ дорівнює ймовірності безвідмовної роботи за час t послідовно-паралельної структури, що зображена на рис. 3.4.

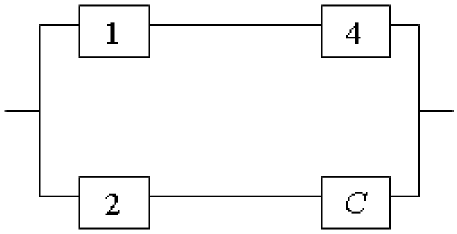


Рисунок 3.4 – Надійнісна структура паралельної системи

Тобто $P(A_Q / \overline{A}_3) = 1-[1-P_1(t)P_4(t)]\,[1-P_2(t)P_C(t)]$.

Після укрупнення структури Q до одного елемента остаточно одержуємо послідовну структуру з двох елементів, що має вигляд зображений на рис. 3.5.

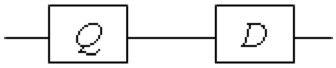


Рисунок 3.5 – Надійнісна структура послідовної системи

Отже, ймовірність безвідмовної роботи всієї системи за час t дорівнює:

$$P(t) = P_Q(t) \cdot P_D(t),$$

де $P_Q(t)$ та $P_D(t)$ визначені вказаними вище співвідношеннями.

Для обчислення $P(t)$ за заданий час потрібно в ці співвідношення підставити $t=10$ год. Одержуємо $P(10) \approx 0.6671$.

Середній наробіток до відмови обчислюється за формулою:

$$T = \int_0^\infty P(t)\, dt.$$

Застосовуючи систему Mathcad, одержуємо $T \approx 16.36$ год.

3.3 Приклад виконання завдання 3

Потрібно обчислити показники надійності системи з відновленням, надійнісна схема якої зображена на рис. 6 (ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ за $t = 100$ год, середній наробіток на відмову T_1, коефіцієнт готовності A, середню тривалість відновлення T_B).

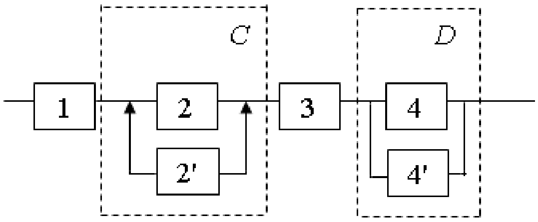


Рисунок 3.6 – Надійнісна структура системи з відновленням

Розподіли наробіток на відмову та тривалості відновлювання елементів припускаються експоненціальними, показники надійності дорівнюють:

$$\lambda_1 = 10^{-4} \text{ 1/год}, \ \lambda_2 = 10^{-2} \text{ 1/год}, \ \lambda_3 = 10^{-2} \text{ 1/год}, \ \lambda_4 = 10^{-3} \text{ 1/год},$$
$$T_{B1} = 1 \text{ год}, \ T_{B2} = 0.5 \text{ год}, \ T_{B3} = 0.25 \text{ год}, \ T_{B4} = 0.5 \text{ год}.$$

Припускається також, що відновлення кожного елемента або групи однотипних елементів здійснюється своїм (одним) ремонтником.

Спочатку обчислимо інтенсивність відновлення елементів за формулою:

$$\mu_i = \frac{1}{T_{Bi}}, \ i = \overline{1,4}.$$

Отримаємо:

$$\mu_1 = 1 \text{ 1/год}, \ \mu_2 = 2 \text{ 1/год}, \ \mu_3 = 4 \text{ 1/год}, \ \mu_4 = 2 \text{ 1/год}.$$

Далі визначимо показники надійності виділених структур C та D. Для цього побудуємо напівмарківську модель [6] функціонування структури з двох елементів, a та b, що являє собою полегшений резерв з одним ремонтником та коефіцієнтом навантаження ν (рис. 3.7).

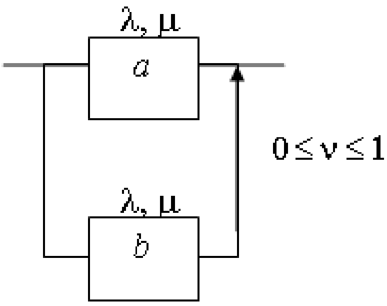


Рисунок 3.7 – Модель функціонування системи

Коли $\nu = 0$ будемо мати ненавантажене резервування, коли $\nu = 1$ - навантажене.

Запровадимо стани структури: 1 - обидва елемента працюють; 2 - один елемент працює, другий відновлюється; 3 - один елемент відновлюється, другий чекає в черзі на відновлення. Отже, множина станів структури $E = \{1, 2, 3\}$. Граф переходів структури зображений на рис. 3.8.

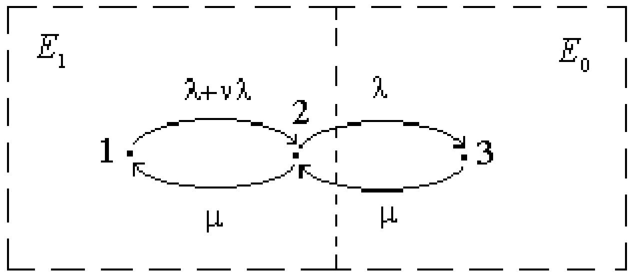


Рисунок 3.8 – Граф переходів структури

Визначимо елементи напівмарковської матриці, що задають напівмарковський процес:

Ймовірності переходів вкладеного ланцюга Маркова дорівнюють:

$$m_1 = \frac{1}{(1+\nu)\lambda},\ m_2 = \frac{1}{\lambda+\mu},\ m_3 = \frac{1}{\mu}.$$

Середні терміни перебування у станах дорівнюють:

$$Q_{12}(t) = 1 - e^{-(\nu+1)\lambda t},\quad Q_{21}(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu}(1 - e^{-(\lambda+\mu)t}),$$

$$Q_{23}(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}(1 - e^{-(\lambda+\mu)t}),\ Q_{32}(t) = 1 - e^{-\mu \cdot t}.$$

Стаціонарний розподіл вкладеного ланцюга Маркова визначається із системи рівнянь:

$$p_{12} = 1,\ p_{21} = \frac{\mu}{\lambda+\mu},\ p_{23} = \frac{\lambda}{\lambda+\mu},\ p_{32} = 1,$$

$$\rho_1 = \rho_2\, p_{21},$$
$$\rho_2 = \rho_1\, p_{12} + \rho_3\, p_{32},$$
$$\rho_3 = \rho_2\, p_{23},$$
$$\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 1.$$

Розв'язком цієї системи є:

$$\rho_1 = \frac{\mu}{2(\lambda+\mu)},\ \rho_2 = \frac{1}{2},\ \rho_3 = \frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}.$$

Множина працездатних станів цієї структури $E_1 = \{1,2\}$, а множина непрацездатних станів $E_0 = \{3\}$. У початковий момент структура знаходиться в стані 1.

Відшукаємо ймовірність безвідмовної роботи структури за час t. Для цього складемо систему рівнянь для функцій розподілу часу перебування структури в станах із E_1 до першого попадання в E_0. У перетвореннях Лапласа - Стілтьєса $\tilde{\varphi}_i(s) = \int_0^\infty e^{-st} d\varphi_i(t)$ ця система рівнянь має вигляд:

$$\tilde{\varphi}_1(s) = \tilde{Q}_{12}(s)\tilde{\varphi}_2(s),$$
$$\tilde{\varphi}_2(s) = \tilde{Q}_{23}(s) + \tilde{Q}_{21}(s)\tilde{\varphi}_1(s),$$

де $\tilde{Q}_{ij}(s) = \int_0^\infty e^{-st} dQ_{ij}(t)$ - перетворення Лапласа-Стілтьєса елементів напівмарковської матриці.

У нашому випадку маємо:

$$\tilde{Q}_{12}(s) = \frac{(\nu+1)\lambda}{s+(\nu+1)\lambda},$$
$$\tilde{Q}_{21}(s) = \frac{\mu}{s+\lambda+\mu},$$
$$\tilde{Q}_{23}(s) = \frac{\lambda}{s+\lambda+\mu}.$$

Розв'язуючи останню систему відносно $\tilde{\varphi}_1(s)$ одержуємо:

$$\tilde{\varphi}_1(s) = \frac{(\nu+1)\lambda^2}{s_1 - s_2}\left[\frac{1}{s+s_2} + \frac{1}{s+s_1}\right],$$

де $s_{1,2} = \frac{1}{2}\left[\mu + (\nu+2)\lambda \pm \sqrt{\mu^2 + 2(\nu+2)\mu\lambda + \nu^2\lambda^2}\right]$.

Переходячи до оригіналу, одержуємо ймовірність безвідмовної роботи структури:

$$P'(t) = 1 - \varphi_1(t) = \frac{1}{s_1 - s_2}\left[s_1 e^{-s_2 t} - s_2 e^{-s_1 t}\right],$$
$$\varphi_1(t) = \frac{1}{s_1 - s_2}\left[s_1(1 - e^{-s_2 t}) - s_2(1 - e^{-s_1 t})\right].$$

Ця формула дає можливість обчислити відповідний показник надійності структур C та D (при $\nu = 0$ або $\nu = 1$). Якщо вихідні дані при $t = 100$ г, то маємо: $P_C(100) \approx 0.9950; P_D(100) \approx 0.9999$.

Якщо використати відомі формули для характеристик напівмарковських процесів [6]:

$$T_1^{'} = \frac{\rho_1 m_1 + \rho_2 m_2}{\rho_3 p_{32}} = \frac{\mu + (\nu+1)\lambda}{(\nu+1)\lambda^2};$$

$$T_B^{'} = \frac{\rho_3 m_3}{\rho_3 p_{32}} = \frac{1}{\mu};$$

$$A^{'} = \frac{T_1^{'}}{T_1^{'} + T_0^{'}} = \frac{\mu^2 + (\nu+1)\lambda\mu}{\mu^2 + (\nu+1)\lambda\mu + (\nu+1)\lambda^2}$$

та знайдені раніш ρ_i, m_i, p_{ij}, то можна знайти середній наробіток на відмову, середню тривалість відновлення і коефіцієнт готовності структури:

$$T_{IC} = 20100 \text{ год}; \; T_{BC} = 0.5 \text{ год}; \quad A_C = 0.9999;$$

$$T_{ID} = 2001000 \text{ год}; \quad T_{BD} = 0.5 \text{ год}; \quad A_D = 0.9999.$$

Якщо підрахувати ці показники для вихідних даних, то одержуємо:

$$\lambda_C = \frac{1}{T_{1C}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/год}, \; \lambda_D = \frac{1}{T_{1D}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ 1/год}.$$

Аналіз вихідних даних свідчить, що існує ситуація "швидкого" відновлення. А тому розподіл наробіток на відмову цих структур можна вважати експоненціальним з параметрами

Неважко переконатися у тому, що наближені значення показників надійності структур при такому припущенні збігаються із зазначеним вище.

Після укрупнення структур C та D до одного елемента зі знайденими вище показниками надійності маємо послідовну структуру системи, що зображена на рис. 3.9.

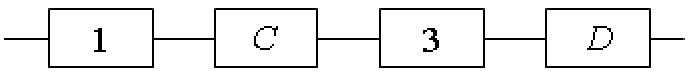


Рисунок 3.9 – Граф переходів структури

Для послідовної структури з незалежно функціонуючими (у ймовірнісному розумінні) елементами шукані показники надійності дорівнюють:

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_C(t) \cdot P_3(t) \cdot P_D(t);$$

$$T_1 = \left(\frac{1}{T_{11}} + \frac{1}{T_{1C}} + \frac{1}{T_{13}} + \frac{1}{T_{1D}} \right)^{-1};$$

$$T_B = T_1 \left(\frac{T_{B1}}{T_{11}} + \frac{T_{BC}}{T_{1C}} + \frac{T_{B3}}{T_{13}} + \frac{T_{BD}}{T_{1D}} \right);$$

$$A = \frac{T_1}{T_1 + T_B}.$$

Після підставлення вихідних даних у одержані результати остаточно маємо $T_1 = 99$ год, $T_B = 0.26$ год, $A = 0.9974$.

3.4 Приклад виконання завдання 4

Для розглянутої у попередньому завданні системи слід за мінімальною вартістю забезпечити такі значення показників надійності:

$$T_1 \geq 2 \cdot 10^3 \text{ год}, \quad A \geq 0.99,$$
$$P(100) = e^{-100\lambda_1} \cdot P_C(100) \cdot e^{-100\lambda_3} \cdot P_D(100) = 0.3624.$$

Застосувати структурне або почасове резервування. Вартість елементів в умовних одиницях складає:

$$C_1 = 10^3; C_2 = 500; C_3 = 100; C_4 = 50.$$

Вартість однієї години резерву часу складає 100 у.о.

Застосуємо напівевристичний метод розв'язання цієї задачі.

Аналіз попередніх результатів свідчить, що найбільш "слабкою" ланкою системи є елемент 3. Середній наробіток на відмову системи не може перевищувати відповідний показник надійності цього елемента, якщо не застосувати структурне або почасове резервування.

Спочатку розглянемо структурне резервування елемента 3, введемо навантажений резерв з одним (автономним) ремонтником та визначимо середній наробіток на відмову системи, надійнісна структура якої зображена на рис. 3.10.

Якщо використати результати попереднього завдання, то можна одержати таке значення середнього наробітку на відмову виділеної структури Q:

$$T_{1Q} = \frac{\mu_3 + 2\lambda_3}{2\lambda_3^2} = 2010 \text{ год}.$$

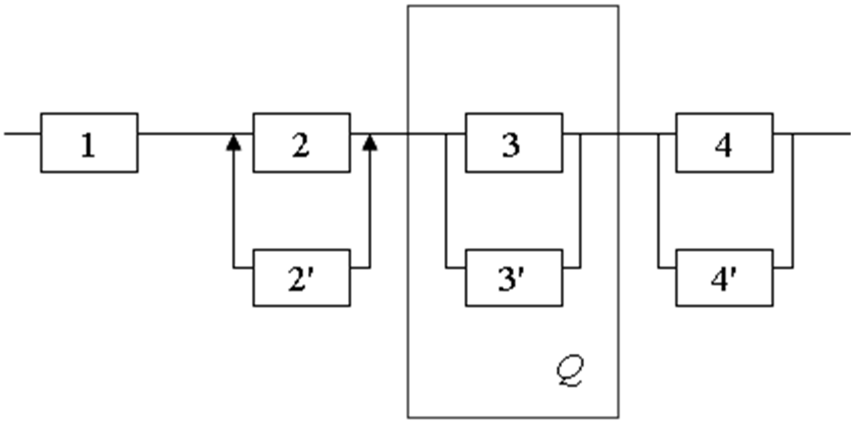


Рисунок 3.10 – Надійнісна структура системи

Середній наробіток на відмову для системи з резервованим елементом 3 дорівнює:

$$\overline{T}_1 = \left(\frac{1}{T_{11}} + \frac{1}{T_{1C}} + \frac{1}{T_{1Q}} + \frac{1}{T_{1D}} \right)^{-1} = 4987.5 \text{ год}.$$

Отже, використане структурне резервування забезпечує вимоги до надійності системи (вимога до коефіцієнта готовності виконувалась і без резервування). Вартість цього варіанта системи складає:

$$C = C_1 + 2C_2 + 2C_3 + 2C_4 = 2300 \text{ у.о.}$$

Розглянемо надійність вихідного варіанта структури системи із завдання 3, якщо застосувати загальне почасове резервування (припускаємо, що таке резервування можна забезпечити в деяких межах за рахунок інерційності технологічного процесу, або за рахунок введення накопичувачів). Будемо розглядати постійне почасове резервування, що поповнюється.

Побудуємо наближену напівмарковську модель процесу функціонування системи. Запровадимо стани системи: 0 - елементи 1, 3 та структури C, D працездатні; 1 - елемент 1 відновлюється, 3, C та D працездатні, збитковий час не вичерпано; 2 - структура C відновлюється, 1, 3, та D працездатні, збитковий час не вичерпано; 3 - елемент 3 відновлюється, 1, C, та D працездатні, збитковий час не вичерпано; 4 - структура D відновлюється, 1, C, та 3 працездатні, збитковий час не вичерпано; 5 – відновлюється елемент 1, збитковий час вичерпано, 3, C, та D працездатні; 6 - відновлюється структура C, збитковий час вичерпано, 3, C, та D працездатні; 7 - відновлюється елемент 3, збитковий час вичерпано, 1, C, та D працездатні; 8 - відновлюється структура D, збитковий час вичерпано, 1, 3, та C працездатні. Тут завдяки "швидкості" відновлення та короткочасності почасового резервування ігноруємо стани системи, коли непрацездатні більш одного з елементів 1, 3 та структур C, D. Граф переходів системи зображений на рис. 3.11.

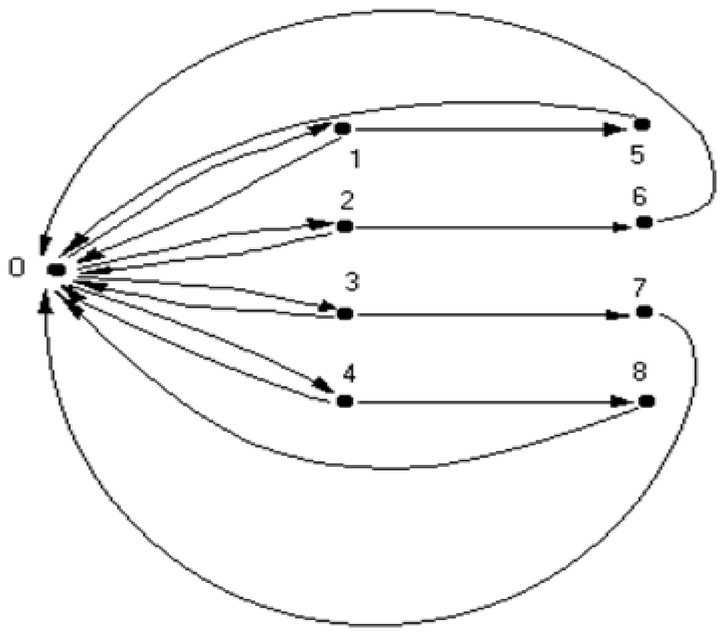


Рисунок 3.11 – Граф переходів системи

Враховуючи почасове резервування, множина працездатних станів системи $E_1 = \{0,1,2,3,4\}$, множина непрацездатних станів $E_0 = \{5,6,7,8\}$.

Введемо такі позначення: t_* - величина почасового резервування; $\eta_1, \eta_C, \eta_3, \eta_D$ – тривалості відновлення елементів 1, 3 та структур C, D відповідно; a_i - середня тривалість перебування напівмарковського процесу в множині станів E_1 до першого попадання у E_0, починаючи з стану i, $i = 0...4$; m_i - середня тривалість перебування напівмарковського процесу у стані i, $i = 0...4$; p_{ij} - ймовірність переходу вкладеного ланцюга Маркова із стану i до стану j за один крок, $i, j = 0...4$.

Визначимо середній наробіток до відмови, який у нашому випадку збігається із середнім наробітком на відмову, а також з величиною a_0.

Для величин a_i, $i = 0,1,2,3,4$ існує система лінійних алгебраїчних рівнянь[6]:

$$\begin{cases} a_0 = m_0 + p_{01}a_1 + p_{02}a_2 + p_{03}a_3 + p_{04}a_4; \\ a_1 = m_1 + p_{10}a_0; \\ a_2 = m_2 + p_{20}a_0; \\ a_3 = m_3 + p_{30}a_0; \\ a_4 = m_4 + p_{40}a_0. \end{cases}$$

Розв'язок цієї системи має вигляд:

$$T_1 = a_0 = \frac{m_0 + p_{01}m_1 + p_{02}m_2 + p_{03}m_3 + p_{04}m_4}{1 - p_{01}p_{10} - p_{02}p_{20} - p_{03}p_{30} - p_{04}p_{40}}.$$

Тут $$m_0 = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_C + \lambda_3 + \lambda_D},$$

$$m_1 = M\ \min(\eta_1, t_*) = \int_0^\infty P(\ \min(\eta, t_*) > t)dt =$$

$$= \int_0^\infty P(\eta_1 > t)P(t_* > t)dt = \int_0^{t_*} e^{-\mu_1 t} dt = \frac{1}{\mu_1}\left[1 - e^{-\mu_1 t_*}\right]$$

Аналогічно отримали:

$$m_2 = \frac{1}{\mu_2}\left[1 - e^{-\mu_2 t_*}\right].$$

$$m_3 = \frac{1}{\mu_3}\left[1 - e^{-\mu_3 t_*}\right],$$

$$m_4 = \frac{1}{\mu_4}\left[1 - e^{-\mu_4 t_*}\right].$$

Перехідні ймовірності дорівнюють:

$$p_{01} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_C + \lambda_3 + \lambda_D};\ p_{02} = \frac{\lambda_C}{\lambda_1 + \lambda_C + \lambda_3 + \lambda_D};$$

$$p_{03} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_C + \lambda_3 + \lambda_D};\ p_{04} = \frac{\lambda_D}{\lambda_1 + \lambda_C + \lambda_3 + \lambda_D}.$$

Обчислимо $p_{10} = P\ (\ \eta\ _1 < t_*) = 1 - e^{-\mu_1 t_*}$.

Аналогічно отримаємо:

$$p_{20} = 1 - e^{-\mu_2 t_*};\quad p_{30} = 1 - e^{-\mu_3 t_*};\quad p_{40} = 1 - e^{-\mu_4 t_*}.$$

Неважко перевірити, що $T_1(t_*)$ (як функція від t_*) мононотонно зростає. Для $t_* = 1$ год, що відповідає вартості резерву часу 100 у.о., маємо:

$$T_1(1) = 4439 \text{ г.}$$

Це перевищує вимогу за середнім наробітком на вимогу системи (2000 год.) і, таким чином, почасове резервування в даному випадку є вигідніш ніж структурне резервування елемента 3, що розглянуте вище.

Оптимальне t_* можна одержати як розв’язок рівняння $T_1(t_*) = 2000$. Якщо застосувати систему Mathcad для розв'язання цього рівняння, то одержимо : $\bar{t}_* = 0.78$ год.

Вартість цього варіанту системи складає:

$$C' = C_1 + 2C_2 + C_3 + 2C_4 + 0{,}78 \cdot 100 = 2278 \quad \text{у.о.}$$

ЛІТЕРАТУРА

1. ДСТУ 2860–64. Надійність техніки. Терміни та визначення. – К.: Держстандарт України, 1994. – 91 с.

2. ГОСТ 24.701–86. Надежность автоматизированных систем управления. Основные положения. – М.: Гос. Комитет СССР по стандартам, 1986. – 17 с.

3. Заренин Ю. Г. Надежность и эффективность АСУ / Заренин Ю. Г. – К.: Техніка, 1975. – 368 с.

4. Ястребенецкий М. А. Надежность автоматизированных систем управления технологическими процесами / Ястребенецкий М. А., Иванова Г. М. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 265 с.

5. Королюк В. С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем / Королюк В. С., Турбин А. Ф. – К.: Наук. думка, 1982. – 236 с.

Навчальне видання

НАДІЙНІСТЬ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Методичні рекомендації
до самостійної роботи
студентів денної і заочної форм навчання
за спеціальністю
«Інформаційні технології проектування»

Укладачі: ВЛАСЕНКО Катерина Володимирівна,
ГРУДКІНА Наталія Сергіївна

За авторським редагуванням

Комп'ютерне верстання О. М. Болкова

118/2016. Формат 60 × 84/16. Ум. друк. арк. 2,56.
Обл.-вид. арк. 2,34. Тираж пр. Зам. №

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК №1633 від 24.12.2003