

Електродинаміка та техніка НВЧ

Лабораторна робота №2

Хвилі у хвилеводах

Короткі теоретичні відомості:

Вхідний опір лінії передачі (ЛП) (фідера) з неоднорідністю (навантаженням) визначають як співвідношення еквівалентної напруги до еквівалентного струму у даному перерізі:

$$\dot{Z}_{in}(z) = \frac{\dot{U}(z)}{\dot{I}(z)} = W \frac{1 + \dot{R}(z)}{1 - \dot{R}(z)}. \quad (2.1)$$

З точки зору нормованих значень цих напруг і струмів у розгляд вводять також нормований (до хвильового) опір:

$$\dot{Z}'_{in} = \frac{\dot{Z}_{in}}{W}. \quad (2.2)$$

Тоді (2.1) можна переписати так:

$$\dot{Z}'_{in}(z) = \frac{1 + \dot{R}(z)}{1 - \dot{R}(z)}. \quad (2.3)$$

При $z = 0 \Rightarrow \dot{Z}'_{in}(0) = \dot{Z}'_l$, тобто вхідний опір дорівнює опору неоднорідності (навантаження):

$$\dot{Z}'_l = \dot{Z}'_{in}(0) = \frac{1 + \dot{R}_l}{1 - \dot{R}_l}, \quad Y'_l = \frac{1 - \dot{R}_l}{1 + \dot{R}_l}, \quad (2.4)$$

де нормована провідність:

$$\dot{Y}' = \frac{1}{\dot{Z}'} = \frac{W}{\dot{Z}} = \left[Y_w = \frac{1}{W}, Y = \frac{1}{\dot{Z}} \right] = \frac{Y}{Y_w} = Y \cdot W \quad (2.5)$$

Серія «корисних формул»:

$$\begin{aligned} \dot{R}(z) &= \frac{\dot{Z}'_{in}(z) - 1}{\dot{Z}'_{in}(z) + 1}; \quad \dot{R}_l = \frac{\dot{Z}'_l - 1}{\dot{Z}'_l + 1}; \\ \dot{R}(z) &= \frac{1 - \dot{Y}'_{in}(z)}{1 + \dot{Y}'_{in}(z)}; \quad \dot{R}_l = \frac{1 - \dot{Y}'_l}{1 + \dot{Y}'_l}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Максимальне значення модуля напруги в ЛП без втрат $U_{\max} = |\dot{U}^+| + |\dot{U}^-|$, а мінімальне, відношення яких називають **коефіцієнт стоячої хвилі напруги за напругою** (КСХН) (**V**oltage **S**tanding **W**ave **R**atio, VSWR):

$$K_{cmV} = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{|\dot{U}^+| + |\dot{U}^-|}{|\dot{U}^+| - |\dot{U}^-|} = \frac{1 + |\dot{R}|}{1 - |\dot{R}|}. \quad (2.7)$$

Якщо відрізок ЛП довільної довжини z_0 (рисунок 2.1)

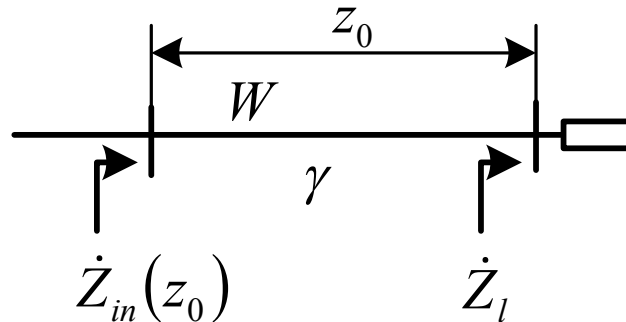


Рисунок 2.1 – Відрізок ЛП довжиною z_0 , навантажений на опір \dot{Z}_l навантажено на навантаження з опором \dot{Z}_l , то вхідний опір ЛП у точці z_0 дорівнює (якщо враховують втрати у ЛП):

$$\dot{Z}_{in}(z_0) = W \frac{\dot{Z}_l + Wth\gamma z_0}{W + \dot{Z}_l th\gamma z_0}, \quad (2.8)$$

де $\gamma = \beta - i\alpha$ – стала поширення; $\beta = 2\pi/\Lambda$ – коефіцієнт фази; α – стала затухання; Λ – довжина хвилі у ЛП.

У термінах нормованих опорів:

$$\dot{Z}'_{in}(z_0) = \frac{\dot{Z}'_l + th\gamma z_0}{1 + \dot{Z}'_l th\gamma z_0}. \quad (2.9)$$

Якщо втрати у ЛП відсутні:

$$\dot{Z}_{in}(z_0) = W \frac{\dot{Z}_l + iWtg\beta z_0}{W + i\dot{Z}_l tg\beta z_0}, \quad (2.10)$$

$$\dot{Z}'_{in}(z_0) = \frac{\dot{Z}'_l + itg\beta z_0}{1 + i\dot{Z}'_l tg\beta z_0}. \quad (2.11)$$

Аналогічно для провідностей:

$$\dot{Z}_{in}(z_0) = W \frac{\dot{Z}_l + iW \operatorname{tg} \beta z_0}{W + i\dot{Z}_l \operatorname{tg} \beta z_0}, \quad (2.12)$$

$$\dot{Z}'_{in}(z_0) = \frac{\dot{Z}'_l + i \operatorname{tg} \beta z_0}{1 + i\dot{Z}'_l \operatorname{tg} \beta z_0}. \quad (2.13)$$

Приклади розв'язків задач:

Задача 1. Якщо значення КСХН дорівнює 1,6, то чому дорівнює модуль коефіцієнта відбиття при цьому?

Розв'язок. Використовуючи (2.7), маємо:

$$|\dot{R}| = \frac{K_{cm} - 1}{K_{cm} + 1} = \frac{1,6 - 1}{1,6 + 1} = 0,2308 \approx 0,23.$$

Задача 2. Опір навантаження $\dot{Z}_l = 30 + i45 \text{ Ом}$, хвилевий опір ЛП 75 Ом. Яке значення нормованого опору та провідності цього навантаження?

Розв'язок. Нормований опір

$$\dot{Z}'_l = \frac{\dot{Z}_l}{W} = \frac{30 + i45 \text{ Ом}}{75 \text{ Ом}} = 0,4 + i0,6.$$

Нормована провідність

$$Y'_l = \frac{1}{\dot{Z}'_l} = \frac{1}{0,4 + i0,6} = 0,77 - i1,15.$$

Задача 3. Нормований опір навантаження $\dot{Z}'_l = 0,8 - i0,3$, хвилевий опір ЛП 50 Ом. Яке значення ненормованого опору та провідності цього навантаження?

Розв'язок.

$$\dot{Z}_l = \dot{Z}'_l \cdot W = (0,8 - i0,3) \cdot 50 \text{ Ом} = 40 - i15 \text{ Ом},$$

$$Y'_l = \frac{1}{\dot{Z}'_l} = \frac{1}{0,8 - i0,3} = 1,1 + i0,4.$$

З (2.5) маємо:

$$\dot{Y} = \frac{Y'_l}{W} = \frac{1,1 + i0,4}{50 \text{ Ом}} = 0,022 + i0,0082 \text{ См}.$$

Задача 4. Відрізок ЛП довжиною $0,7\Lambda$ навантажено на навантаження з вхідним нормованим опором $\dot{Z}'_l = 0,5 - i1,8$. Який вхідний опір такого відрізка?

Розв'язок. Оскільки про втрати ЛП нічого не сказано, то вважатимемо, що вони відсутні. Тоді, використовуючи (2.11), отримаємо:

$$\beta z_0 = \frac{2\pi}{\Lambda} z_0 = \frac{2\pi}{\Lambda} \cdot 0,7\Lambda = 1,4\pi;$$

$$\dot{Z}'_{in}(0,7\Lambda) = \frac{\dot{Z}'_l + itg\beta z_0}{1 + i\dot{Z}'_l tg\beta z_0} = \frac{0,5 - i1,8 + itg1,4\pi}{1 + i(0,5 - i1,8)tg1,4\pi} = 0,116 + i0,168.$$

Задача 5. Відрізок ЛП довжиною $0,7\Lambda$ навантажено на навантаження з вхідним опором $\dot{Z}'_l = 255 - i240$ Ом, хвилевий опір ЛП дорівнює 50 Ом. Який вхідна провідність такого відрізка?

Розв'язок. Спочатку пронормуємо опір навантаження:

$$\dot{Z}'_l = \frac{255 - i240 \text{ Ом}}{50 \text{ Ом}} = 4,5 - i4,8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{Y}'_l = \frac{1}{\dot{Z}'_l} = \frac{1}{5,1 - i4,8} = 0,104 + i0,0979.$$

Оскільки про втрати ЛП нічого не сказано, то вважатимемо, що вони відсутні. Тоді, використовуючи (2.13), отримаємо:

$$\beta z_0 = \frac{2\pi}{\Lambda} z_0 = \frac{2\pi}{\Lambda} \cdot 0,17\Lambda = 0,34\pi;$$

$$\dot{Y}'_{in}(0,17\Lambda) = \frac{\dot{Y}'_l + itg\beta z_0}{1 + i\dot{Y}'_l tg\beta z_0} = \frac{0,104 + i0,0979 + itg0,34\pi}{1 + i(0,104 + i0,0979)tg0,34\pi} =$$

$$= 0,67 + i2,26$$

або

$$\dot{Z}'_{in}(0,7\Lambda) = \frac{\dot{Z}'_l + itg\beta z_0}{1 + i\dot{Z}'_l tg\beta z_0} = \frac{4,5 - i4,8 + itg0,34\pi}{1 + i(4,5 - i4,8)tg0,34\pi} =$$

$$= 0,12 - i0,41.$$

$$\dot{Y}'_{in}(0,17\Lambda) = \frac{1}{\dot{Z}'_{in}(0,7\Lambda)} = \frac{1}{0,12 - i0,41} = 0,67 + i2,26.$$

Завдання:

Задача 1. Вхідний опір навантаження \dot{Z}_l , хвилевий опір ЛП цьому дорівнює W (таблиця 2.1). Яке значення нормованого опору та провідності цього навантаження?

Кожен вибирає лише один варіант.

Таблиця 2.1

Номер варіанта	\dot{Z}_l , Ом	W , Ом
1	2	3
1	$3 + i15$	75
2	$10 - i4$	50
3	$300 + i4,5$	75
4	$10 - i120$	50
5	$3 + i4,5$	75
6	$3 - i4,5$	50
7	$50 + i14$	75
8	$20 - i75$	50
9	$52 + i438$	75
10	$59 - i10$	50
11	$19 + i20$	75
12	$65 - i75$	50
13	$19 + i49$	75
14	$13 - i5$	50
15	$14 + i5$	75
16	$89 + i45$	75
17	$89 - i7$	50
18	$49 + i40$	75

Продовження таблиці 2.1

1	2	3
19	$52 - i84$	50
20	$150 + i150$	75
21	$200 - i300$	50
22	$500 + i2$	75
23	$115 + i40$	50
24	$8 - i200$	75
25	$190 + i7$	50
26	$8 - i24$	75
27	$110 + i28$	50
28	$25 + i10$	75
29	$1 + i22$	50
30	$19 - i20$	75

Задача 2. Використовуючи значення нормованого опору із задачі 1, розрахувати КСХН, модуль та фазу коефіцієнта відбиття у фідері цього навантаженн.

Задача 3. Використовуючи значення нормованого опору з задачі 1, розрахувати нормований опір цього фідера, якщо його довжина становить z_0 (таблиця 2.2).

Кожен вибирає лише один варіант.

Таблиця 2.2

Номер варіанта	z_0
1	2
1	0,23 Λ
2	0,18 Λ

Продовження таблиці 2.2

1	2
3	0,32Λ
4	0,4Λ
5	0,31Λ
6	0,45Λ
7	0,18Λ
8	0,2Λ
9	0,1Λ
10	0,3Λ
11	0,05Λ
12	0,08Λ
13	0,35Λ
14	0,28Λ
15	0,38Λ
16	0,23Λ
17	0,27Λ
18	0,35Λ
19	0,2Λ
20	0,4Λ
21	0,15Λ
22	0,17Λ
23	0,22Λ
24	0,18Λ
25	0,3Λ
26	0,34Λ
27	0,14Λ
28	0,32Λ
29	0,11Λ
30	0,07Λ