

## 5.12 Приклади розв'язування задач

**Приклад 5.1.** Визначити струм та напругу на нелінійних резистивних елементах (рис. 5.32), якщо напруга на вході  $U = 30$  В. Вольт-амперна характеристика нелінійних елементів показана на рис. 5.32.

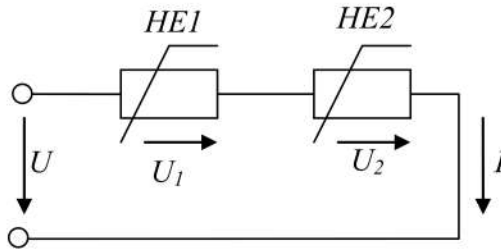


Рисунок 5.32

### Розв'язання

Характеристику  $I = f(U_2)$  (рис. 5.33) зміщуємо на величину вхідної напруги  $U$  (рис. 5.34). Відлік додатних значень  $U_2$  здійснюється ліворуч від цієї точки, тому крива  $I = f(U_2)_{отр}$  є дзеркальним відображенням кривої  $I = f(U_2)$  щодо вертикальної осі, що проведена через точку  $U = 30$  В. Точка перетину характеристик визначає режим роботи кола (метод перетину характеристик):  $I = 50$  мА,  $U_1 = 22$  В,  $U_2 = U - U_1 = 30 - 22 = 8$  В.

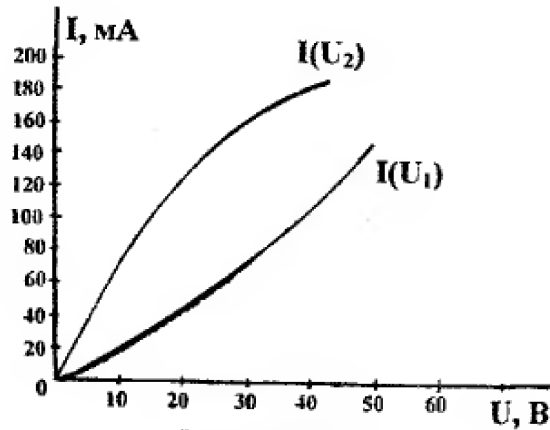


Рисунок 5.33

Визначимо струм у нерозгалуженій частині кола:

$$I = I_1 + I_2 = 300 + 100 = 400 \text{ мА.}$$

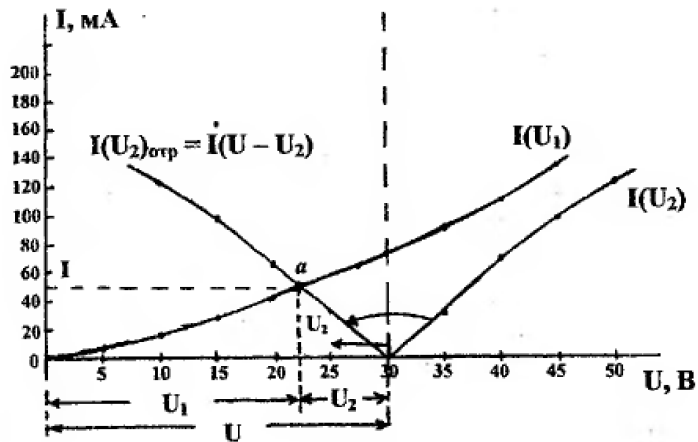


Рисунок 5.34

**Приклад 5.2.** Три однакових нелінійних резистивних елементи з'єднані, як вказано на рис. 5.56. Визначити струм  $I$ , якщо  $I_1 = 300$  мА. ВАХ одного нелінійного елемента зображена на рис. 5.35. Побудувати ВАХ всього кола.

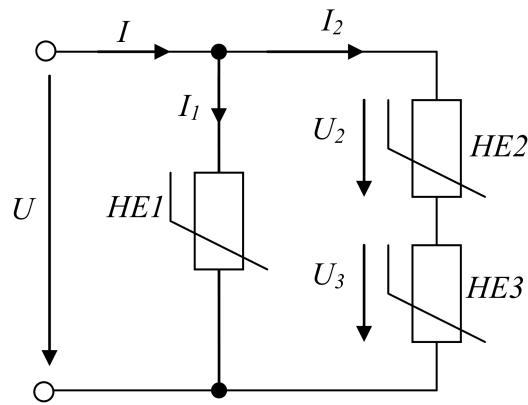


Рисунок 5.35

*Розв'язання*

При струмі  $I_1 = 300$  мА напруга  $U = 20$  В (рис. 5.36). Оскільки HE2 та HE3 однакові, то  $U_2 = U_3 = U/2 = 20/2 = 10$  В. Для цієї напруги струм  $I_2 = 100$  мА (рис. 5.36).

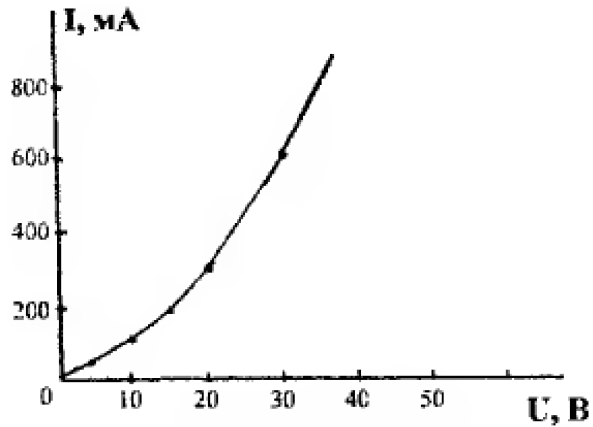


Рисунок 5.36

Спочатку побудуємо ВАХ послідовної ділянки кола, виходячи з того, що через HE2 та HE3 проходить однаковий струм та  $U_2 + U_3 = U$ . Задаємося довільним значенням струму  $I_2$  і за

ВАХ  $I_2(U_2)$  та  $I_2(U_3)$  визначаємо напругу  $U_2$  та  $U_3$  ( $U_2 = U_3$ ). Для заданого струму  $I_2$  знаходимо вхідну напругу  $U = U_2 + U_3 = 2U_2$ . Аналогічно будуються інші точки ВАХ  $I_2(U)$  послідовної ділянки кола (рис. 5.37).

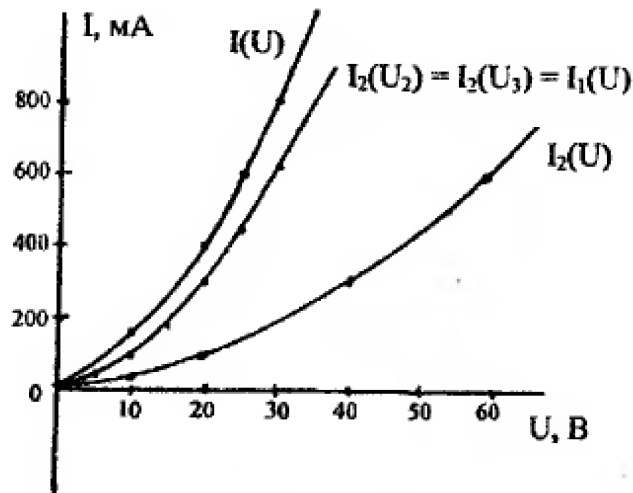


Рисунок 5.37

Одержали схему паралельного зеднання НЕ1 з ВАХ  $I_1(U)$  та нелінійного резистивного елмента НЕ2, що має ВАХ  $I_2(U)$ . При побудові результуючої ВАХ виходять з того, що напруга НЕ1 та НЕ2 однакові а струм у нерозгалуженій частині кола  $I = I_1 + I_2$ . Задаємося довільним значенням  $U$ , визначаємо струми  $I_1$ ,  $I_2$  та  $I$ . Аналогічно будуються інші точки результуючої ВАХ  $I(U)$  схеми (рис. 5.35).

**Приклад 5.3.** Магнітне коло (рис. 5.38) виконане з електротехнічної сталі 1411 і має такі розміри:  $l_1 = 14$  см,  $S_1 = 6$  см<sup>2</sup>,  $l_2 = l_2' + l_2'' = 31$  см,  $S_2 = 4$  см<sup>2</sup>,  $\delta = 0.01$  см. Число витків обвитки  $w = 100$ . Який струм повинен проходити в обвитці, щоб магнітна індукція у повітряному зазорі була  $B_\delta = 1$  Тл? Визначити маг-

нітну проникність сталі, опори ділянок магнітного кола та індуктивність котушки. При розрахунках не враховувати магнітний потік розсіювання, магнітне поле у зазорі вважати однорідним.

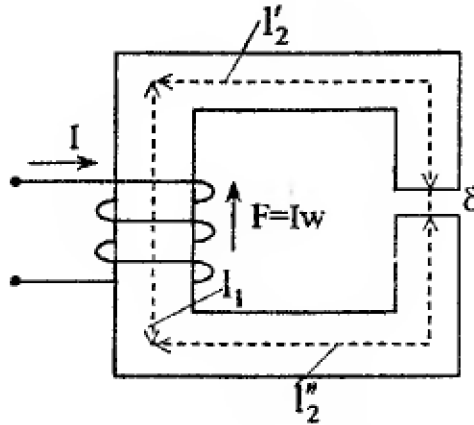


Рисунок 5.38

#### Розв'язання

Для розрахунків розіб'ємо магнітне коло на ділянки, у межах яких напруженість магнітного поля залишається незмінною. У задачі задані довжина середньої силової лінії та площа поперечного перерізу кожної ділянки.

Оскільки магнітний потік у нерозгалуженому колі один і той самий та  $S_2 = S_\delta$ , то  $B_2 = B_\delta = 1 \text{ Тл}$ . Визначимо магнітну індукцію на ділянці  $l_1$ :

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{B_\delta S_\delta}{S_1} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-4}} = 0.66 \text{ Тл.}$$

Напруженість магнітного поля на ділянках  $l_1, l_2$  визначимо за кривою намагнічування сталі 1411 за відомими значеннями  $B_1$  та  $B_2$ :  $H_1 = 90 \text{ А/м}$ ,  $H_2 = 220 \text{ А/м}$ .

Напруженість магнітного поля у повітряному зазорі

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 8 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

Запишемо другий закон Кірхгофа для контура магнітного кола

$$I \cdot w = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \delta = 90 \cdot 0.14 + 220 \cdot 0.31 + 8 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 168.8.$$

Визначимо струм у обвитці котушки:

$$I = \frac{F}{w} = \frac{160.8}{100} = 1.608 \text{ А.}$$

Відносна магнітна проникність для феромагнітних ділянок 1 та 2 кола:

$$\mu_1 = \frac{B_1}{\mu_0 H_1} = \frac{0.66}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 90} = 5860,$$

$$\mu_2 = \frac{B_2}{\mu_0 H_2} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 220} = 3636.$$

Магнітні опори ділянок кола:

$$R_{M1} = \frac{l_1}{\mu_1 \mu_0 S_1} = \frac{H_1 l_1}{\Phi} = \frac{90 \cdot 14 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-4}} = 32 \cdot 10^3 \text{ Гн,}$$

$$R_{M2} = \frac{l_2}{\mu_2 \mu_0 S_2} = \frac{H_2 l_2}{\Phi} = \frac{220 \cdot 314 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-4}} = 170 \cdot 10^3 \text{ Гн,}$$

$$R_{M3} = \frac{\delta}{\mu_0 S_1} = \frac{H_\delta \delta}{\Phi} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 200 \cdot 10^3 \text{ Гн.}$$

Еквівалентна електрична схема кола зображена на рис. 5.38.

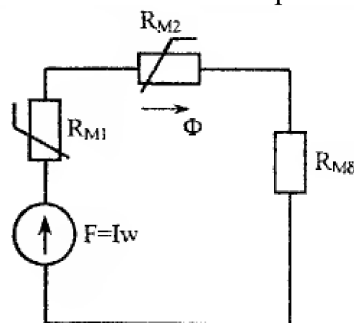


Рисунок 5.38

**Приклад 5.4.** Магнітне коло (рис. 5.39) виконане з електротехнічної сталі 1561 і має такі розміри:  $l_1 = 40$  см,  $l_2 = 12$  см,  $l_3 = 30$  см,  $S_1 = S_3 = 4$  см<sup>2</sup>,  $S_2 = 2$  см<sup>2</sup>,  $\delta = 0.13$  см. Потік у третьому стрижні  $\Phi_3 = 2 \cdot 10^{-4}$  Вб. Визначити МРС, необхідну для цього.

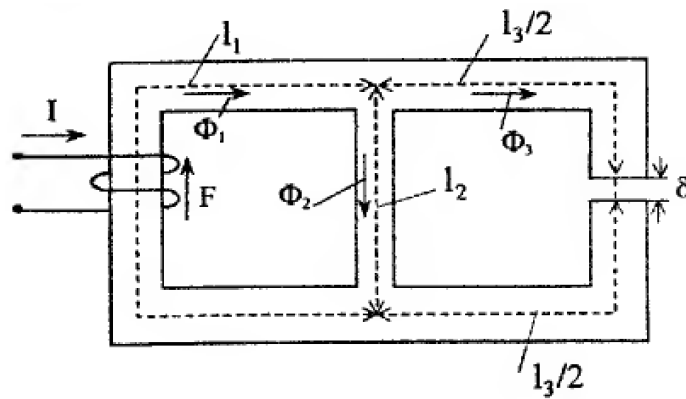


Рисунок 5.39

*Розв'язання*

Задамося напрямками потоків у гілках, як вказано на рис. 5.39. Визначимо магнітну індукцію у третьому стрижні та у повітряному зазорі:

$$B_3 = B_\delta = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 0.5 \text{ Тл.}$$

За кривою намагнічування для  $B_3 = 0.5$  Тл напруженість магнітного поля становить  $H_3 = 60$  А/м.

Визначимо магнітну напругу у третьому стрижні:

$$U_{M3} = H_3 l_3 = 60 \cdot 0.3 = 18 \text{ А.}$$

Магнітна напруга у повітряному зазорі

$$U_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta = \frac{0.5 \cdot 0.0013}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 517 \text{ А.}$$

Рівняння другого закону Кірхгофа для правого контура  $H_2 l_2 - H_3 l_3 - H_\delta \delta = 0$ , звідки напруженість магнітного поля у другому стрижні

$$H_2 = \frac{H_3 l_3 + H_\delta \delta}{l_2} = \frac{U_{M3} + U_{M\delta}}{l_2} = \frac{18 + 517}{0.3} = 1783 \text{ А.}$$

Для знайденого значення  $H_2$  за кривою намагнічування для сталі 1561 магнітна індукція становить  $B_2 = 1.45 \text{ Тл}$ .

Визначимо потік у другому стрижні:

$$\Phi_2 = B_2 S_2 = 1.45 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 2.9 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Визначимо магнітний потік у першому стрижні

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 2.9 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-4} = 4.9 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Магнітна індукція у першому стрижні

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{4.9 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1.25 \text{ Тл.}$$

Напруженість магнітного поля  $H_3 = 400 \text{ А}$ .

Запишемо рівняння другого закону Кірхгофа для лівого контура:

$$F = I \cdot w = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 400 \cdot 0.4 + 1783 \cdot 0.12 = 374 \text{ А.}$$

**Приклад 5.5.** Котушка зі стальним осердям підключена до синусоїдальної напруги, діюче значення якої становить  $U = 380 \text{ В}$ , частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Число обвитків котушки  $w = 600$ . Не враховуючи потік розсіювання та активні втрати в обвитці та у стальному осерді, записати рівняння струму у котушці, якщо зв'язок між струмом у котушці та магнітним потоком задані рівнянням  $i = 70\Phi + 150 \cdot 10^6 \cdot \Phi^3$ , де струм виражений у амперах, а потік у веберах.

#### *Розв'язання*

Оскільки прикладена напруга синусоїдальна, а потоком розсіювання та активним опором обвитки можна знехтувати, то із закону електромагнітної індукції  $u = -e = w \frac{d\Phi}{dt}$  випливає, що



потік у осерді також синусоїдальний  $\Phi = \Phi_m \sin(\omega t)$  (початкова фаза може бути прийнятою нульовою). Амплітуда магнітного потоку знаходиться з рівняння  $U = 4.44 f \cdot w \cdot \Phi_m$ , звідки

$$\Phi_m = \frac{U}{4.44 \cdot f \cdot w} = \frac{380}{4.44 \cdot 50 \cdot 600} = 2.85 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Запишемо значення потоку в осерді:

$$\Phi = 2.85 \cdot 10^{-3} \sin(\omega t).$$

Струм у обвитці котушки відповідно до заданого в умові рівняння

$$\begin{aligned} i &= 70 \cdot 2.85 \cdot 10^{-3} \sin(\omega t) + 150 \cdot 10^6 \cdot [2.85 \cdot 10^{-3} \sin(\omega t)]^3 = \\ &= 199.510^{-3} \sin(\omega t) + 34723 \cdot 10^{-3} \sin^3(\omega t). \end{aligned}$$

$$\text{Відомо, що } \sin^3(\omega t) = \frac{3}{4} \sin(\omega t) - \frac{1}{4} \sin(3\omega t).$$

Відповідно,

$$\begin{aligned} i &= 199.510^{-3} \sin(\omega t) + 34723 \cdot 10^{-3} \left( \frac{3}{4} \sin(\omega t) - \frac{1}{4} \sin(3\omega t) \right) = \\ &= 2.8 \sin(\omega t) - 0.78 \sin(3\omega t). \end{aligned}$$

Діюче значення струму еквівалентної синусоїди

$$I = \sqrt{\left( \frac{I_{m.1}}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{I_{m.3}}{\sqrt{2}} \right)^2} = \sqrt{\left( \frac{2.8}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{0.87}{\sqrt{2}} \right)^2} = 2.07 \text{ А.}$$