

Практична робота

Несинусоїдальні струми

Приклад 1

Побудувати амплітудний та фазовий спектри функції
 $f(\omega t) = 4 + 10 \sin(\omega_1 t + 40^\circ) + 6 \sin(3\omega_1 t - 60^\circ)$.

Розв'язок.

Будуємо амплітудний спектр заданої функції у вигляді ряду відрізків ліній, довжина яких пропорційна величині амплітуд гармонік. Розміщення цих відрізків на частотній осі визначається частотами спектральних складових (рис. 1, а).

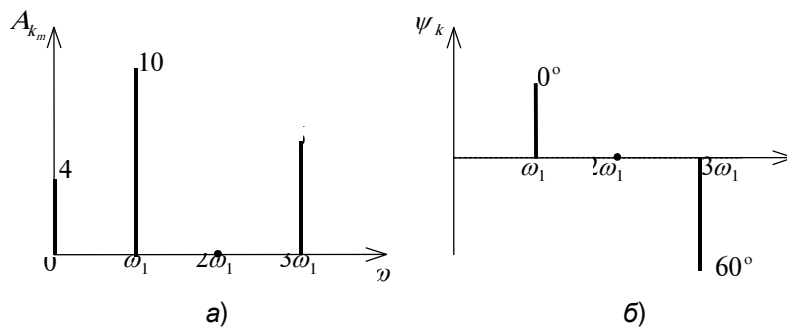


Рис. 1

За аналогічними міркуваннями будуємо і фазовий спектр заданої функції (рис. 1, б)

Задача 16.2.1. Для кола, схему якого наведено по рис.16.2.1.а), задані параметри: $R=20$ Ом; $L=10$ мГн; $C=33$ мкФ. До кола підведена напруга (графік приведенний на рис.16.1.б)), яка характеризується параметрами: $A=125,6$ В, $\omega_1 = 10^3$ с⁻¹. Визначити: I_1, I_3, i_1, i_3, P .

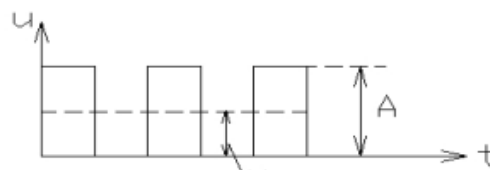
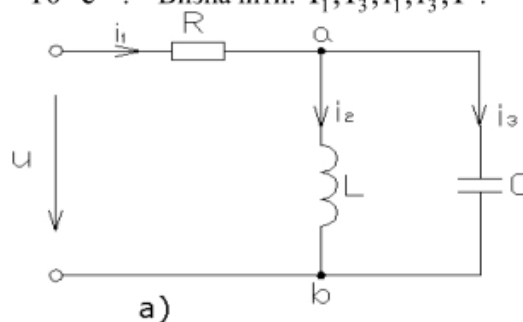


Рис.16.2.1.

Розв'язок.

1. Записуємо $u(t)$ у вигляді ряду Фур'є, використовуючи табличне розкладання:

$$u(t) = U_0 + \frac{4a_m}{\pi} (\sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots) =$$
$$= 62,8 + 80(\sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots).$$

Тут: $U_0 = 62,8 \text{ В}$; $U_{1m} = 80 \text{ В}$; $U_{3m} = \frac{80}{3} \text{ В}$; $U_{5m} = \frac{80}{5} \text{ В}$.

2. Виконуємо розрахунки для кожної гармоніки окремо, включно до 5-тої:

$$\omega = \omega_0 = 0 :$$

$$I_{1(0)} = I_{2(0)} = \frac{U_0}{R} = \frac{62,8}{20} = 3,14 \text{ А}; \quad I_{3(0)} = 0.$$

$$\omega = \omega_1 = 10^3 \text{ с}^{-1} :$$

$$X_{L(1)} = \omega_1 L = 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ Ом};$$

$$X_{C(1)} = \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{10^3 \cdot 33 \cdot 10^{-6}} = 30 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{(1)} = R + \underline{Z}_{ab} = R + \frac{jX_{L(1)} \cdot (-jX_{C(1)})}{jX_{L(1)} - jX_{C(1)}} = 20 + \frac{-j30 \cdot j10}{-j30 + j10} =$$
$$= 20 + j15 = 25e^{j37^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_{1(1)} = \frac{\underline{U}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)}} = \frac{80}{\sqrt{2} \cdot 25e^{j37^\circ}} = 2,27e^{-j37^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{U}_{ab(1)} = \underline{I}_{1(1)} \underline{Z}_{ab(1)} = 2,27e^{-j37^\circ} 15e^{j90^\circ} = 34e^{j53^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I}_{3(1)} = \frac{\underline{U}_{ab(1)}}{\underline{Z}_{C(1)}} = \frac{34e^{j53^\circ}}{30e^{-j90^\circ}} = 1,14e^{j143^\circ} \text{ А}.$$

$$\omega = \omega_3 = 3\omega_1 :$$

$$X_{L(3)} = 3X_{L(1)} = 3 \cdot 10 = 30 \text{ Ом}; \quad X_{C(3)} = \frac{X_{C(1)}}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{(3)} = R + \underline{Z}_{ab(3)} = 20 + \frac{j30(-j10)}{j20} = 20 - j15 = 25e^{-j37^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_{1(3)} = \frac{\underline{U}_{(3)}}{\underline{Z}_{(3)}} = \frac{80}{\sqrt{2} \cdot 3 \cdot 25e^{-j37^\circ}} = 0,76e^{j37^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{U}_{ab(3)} = \underline{I}_{1(3)} \underline{Z}_{ab(3)} = 0,76e^{j37^\circ} 15e^{-j90^\circ} = 11,4e^{-j53^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I}_{3(3)} = \frac{\underline{U}_{ab(3)}}{\underline{Z}_{C(3)}} = \frac{11,4e^{-j53^\circ}}{10e^{-j90^\circ}} = 1,14e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

$$\omega = \omega_5 = 5\omega_1 :$$

$$X_{L(5)} = 5X_{L(1)} = 50 \text{ Ом};$$

$$X_{C(5)} = \frac{X_{C(1)}}{5} = 6 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{(5)} = R + \underline{Z}_{ab(5)} = 20 + \frac{j50(-j6)}{j44} = 20 - j6,8 = 21,1e^{-j19^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_{1(5)} = \frac{\underline{U}_{(5)}}{\underline{Z}_{(5)}} = \frac{80}{\sqrt{2} \cdot 5 \cdot 21,1e^{-j19^\circ}} = 0,54e^{j19^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{U}_{ab(5)} = 0,54e^{j19^\circ} 6,8e^{-j90^\circ} = 3,7e^{-j71^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I}_{C(5)} = \frac{3,7e^{-j71^\circ}}{6e^{-j90^\circ}} = 0,6e^{j19^\circ} \text{ А}.$$

3. Діючі значення струмів:

$$I_1 = \sqrt{I_{1(0)}^2 + I_{1(1)}^2 + I_{1(3)}^2 + I_{1(5)}^2} = \sqrt{3,14^2 + 2,27^2 + 0,76^2 + 0,54^2} = 4 \text{ A}$$

$$I_3 = \sqrt{I_{3(1)}^2 + I_{3(3)}^2 + I_{3(5)}^2} = \sqrt{1,14^2 + 1,14^2 + 0,6^2} = 1,72 \text{ A.}$$

Миттєві значення:

$$i_1 = 3,14 + 2,27\sqrt{2} \sin(\omega_1 t - 37^\circ) + 1,14\sqrt{2} \sin(3\omega_1 t + 37^\circ) + \\ + 0,54\sqrt{2} \sin(5\omega_1 t + 19^\circ) \text{ A;}$$

$$i_3 = 1,14\sqrt{2} \sin(\omega_1 t + 114^\circ) + 1,14\sqrt{2} \sin(3\omega_1 t + 37^\circ) + \\ + 0,6\sqrt{2} \sin(5\omega_1 t + 19^\circ) \text{ A.}$$

4. Розрахунок потужності:

$$P = \sum P_k = U_0 I_0 + \sum U_k I_k \cos \varphi_k = \\ = U_0 I_0 + U_1 I_{1(1)} \cos \varphi_1 + U_1 I_{1(3)} \cos \varphi_2 + U_1 I_{1(5)} \cos \varphi_3 = \\ = 62,8 \cdot 3,14 + 80 \cdot 2,27 \cos(-37^\circ) + \frac{80}{\sqrt{2}} 0,76 \cos 37^\circ + 0,54 \frac{80}{\sqrt{2}} \cos 19^\circ = \\ = 197,192 + 102,5 + 34,4 + 28,9 = 363 \text{ Вт.}$$