

Практична робота «Синусоїдальні струми» ч. 3

Задача 1.

До вхідних затискачів ланцюга рис. 1 прикладена напруга $u = 282\sin(\omega t + 30^\circ)$ В. Струм, що протікає через конденсатор $i = 1,41\cos\omega t$ А; $x_c = 73,5$ Ом; $x_L = 50$ Ом. Визначити комплексний опір, який заміняє опір Z і складається з послідовно з'єднаних активного і реактивного опорів. Розрахувати струми \dot{I}_1 та \dot{I}_2 . Побудувати векторну діаграму струмів і напруг.

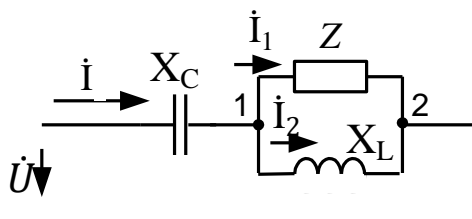


Рис. 1

Розв'язок:

Задачу розв'язуємо символічним методом, при цьому враховуємо, що закон зміни струмів і напруг у всіх гілках повинен відповідати функції синуса або косинуса. Вибираємо синусоїдальний закон зміни, тоді

$$i = 1,41\cos\omega t = 1,41\sin(\omega t + 90^\circ)$$

Заданим функціям u та i будуть відповідати комплекси напруги

$$\dot{U} = \frac{282}{\sqrt{2}} \cdot e^{j30^\circ} = 200e^{j30^\circ} \text{ В.}$$

та струму

$$\dot{I} = \frac{1,41}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} = 1e^{j90^\circ} \text{ А.}$$

Комплексний опір гілки джерела

$$Z_c = -jX_c = -j73,5 = 73,5e^{-j90^\circ} \text{ Ом,}$$

гілки з індуктивністю

$$Z_L = jX_L = j50 = 50e^{j90^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплекс напруги \dot{U}_{12} на паралельних гілках

$$\begin{aligned} \dot{U}_{12} &= \dot{U} - \dot{I}Z_c = 200e^{j30^\circ} - 1 \cdot e^{j90^\circ} \cdot 73,5e^{-j90^\circ} = \\ &= 200e^{j30^\circ} - 73,5e^{j0^\circ} = 173,5 + j100 - 73,5 = \\ &= 100 + j100 = 141e^{j45^\circ} \text{ В} \end{aligned}$$

Комплекси струмів в паралельних гілках

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_L} = \frac{141e^{j45^\circ}}{50e^{j90^\circ}} = 2,825e^{-j45^\circ} \text{ А}$$

Оскільки Z величина невідома, то комплекс \dot{I}_1 визначаємо з рівняння, складеного, наприклад, для вузла а по першому закону Кірхгофа

$$\dot{I} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 0,$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I} - \dot{I}_2 = 1e^{j90^\circ} - 2,82e^{j90^\circ} = 1j - 2 + 2j = -2 + 3j = 3,6e^{j123^\circ 48'} \text{ А.}$$

шуканий комплексний опір

$$Z = \frac{\overset{\circ}{U}_{12}}{\overset{\circ}{I}_1} = \frac{141e^{j45^\circ}}{3,6e^{j123^\circ 40'}} = 39,15e^{-j78^\circ 40'} = 7,7 - j38,3 \text{ Ом.}$$

Звідси випливає: $Z = R - jX_C$, де $R = 7,7 \text{ Ом}$, $X_C = 38,3 \text{ Ом}$.

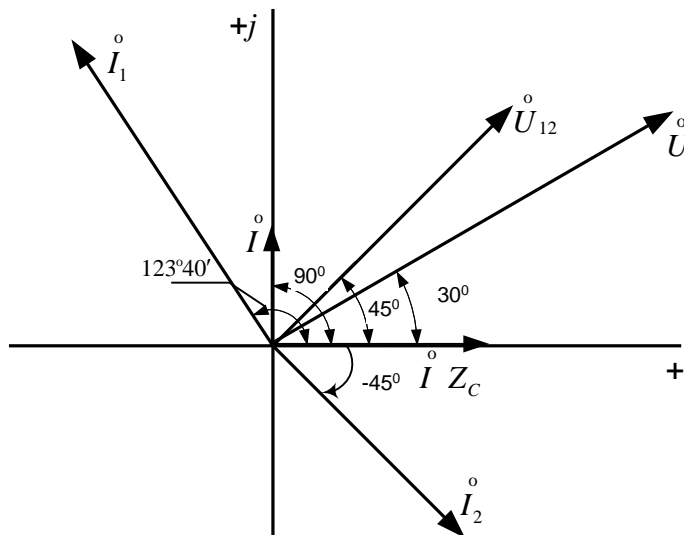
Будуємо осі комплексної площини, вибираємо масштаби $m_i = 0,5 \text{ А/см}$; $m_u = 20 \text{ В/см}$.

Так як кожній комплексній величині на вісях комплексної площини відповідає вектор, довжина якого у відповідному масштабі дорівнює модулю комплексу (тобто $l_{i_k} = |I_k|/m_i$ або $l_{u_k} = |U_k|/m_u$), а кут, що складає з позитивною піввіссю дійсних чисел, вектор, який зображує відповідну комплексну величину, дорівнює аргументу комплексного числа, то побудовану векторну діаграму струмів і напруг дивись на рис 2.

З побудованої векторної діаграми неважко перевірити дотримання законів Кірхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2;$$

$$\overset{\circ}{U}_{12} = \overset{\circ}{U} - \dot{I}Z_C.$$



Задача 2.

Визначити струми $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ у вітках електричного кола змінного струму (рис. 2), якщо ЕРС джерел живлення $e_1 = 60\sqrt{2} \sin(\omega t)$, $E_2 = 60$ В, активний і реактивний опори: $R_3=20$ Ом, $X_1=X_2=30$ Ом, $X_3=20$ Ом. Задачу розв'язати використовуючи закони Кірхгофа.

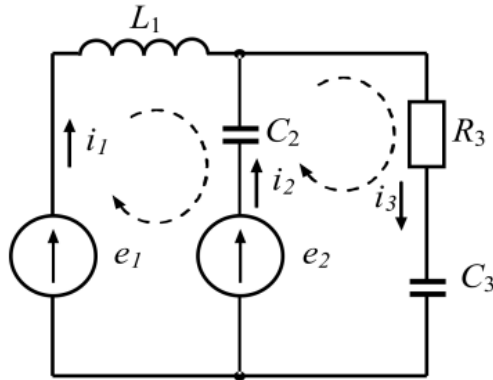


Рис. 2

Розв'язок.

Амплітудне й діюче значення ЕРС джерела живлення E_1

$$E_{1m} = 60\sqrt{2} \text{ В}; E_1 = E_{1m} / \sqrt{2} = 60\sqrt{2} / \sqrt{2} = 60 \text{ В.}$$

Запишемо вирази для ЕРС джерел живлення у комплексній формі:

$$\dot{E}_1 = 60 \cdot \cos 0^\circ + j60 \cdot \sin 0^\circ = 60 \text{ В}, \dot{E}_2 = 60 \text{ В.}$$

Відповідно до прийнятих на схемі рис. 8 додатних напрямів струмів складаємо за першим законом Кірхгофа одне рівняння (у схемі два вузла), а за другим законом Кірхгофа – два рівняння. При цьому маємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_1 - \dot{I}_2 \cdot \dot{Z}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{I}_3 \cdot \dot{Z}_3 + \dot{I}_2 \cdot \dot{Z}_2 = \dot{E}_2 \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_3 \end{cases}$$

Комплексні опори відповідної вітки електричного кола (рис. 8);

$$\dot{Z}_1 = j \cdot X_1, \dot{Z}_2 = -j \cdot X_2, \dot{Z}_3 = R_3 - j \cdot X_3$$

або

$$\begin{cases} \dot{I}_1 \cdot 30j - \dot{I}_2 \cdot 30j = 60 - 60 \\ \dot{I}_3 \cdot (20 - 20j) + \dot{I}_2 \cdot (-30j) = 60 \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_3 \end{cases}$$

У результаті розв'язку отриманих рівнянь визначають струми у вітках:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 2j = 2\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A}, \\ \dot{I}_2 = -2j = 2\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ A} \\ \dot{I}_3 = 0 \text{ A}. \end{cases}$$