

Електричні фільтри

Основні визначення та класифікація електричних фільтрів

Фільтрами називають пристрої, призначені для пропускання з малим згасанням електричних сигналів однієї частоти чи смуги частот та непропускання сигналів усіх інших частот.

Надзвичайно широко використовуються частотні фільтри у радіотехніці та техніці зв'язку.

Смуга частот, яка проходить через фільтр з малим згасанням, називається **смугою пропускання (прозорості)** фільтра. Решта частот, для яких згасання сигналу не менше певного значення, належить до **смуги непропускання (згасання)** фільтра. Розділяються ці смуги між собою **граничними частотами (частотами зрізу)** $\omega_{зр} = 2\pi f_{зр}$.

У схемній реалізації фільтри – це чотиріполюсники чи їх з'єднання. Теорія фільтрів базується на загальній теорії чотиріполюсників.

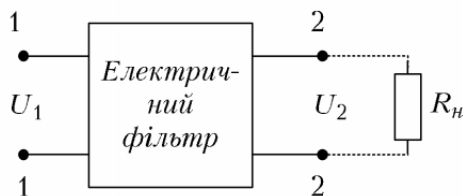


Рисунок 3.1 – Фільтр як чотиріполюсник

Принцип дії фільтра можна подати так, що електромагнітні коливання, виникнувши у будь-якій ланці, поширюються від неї у протилежних напрямках: до навантаження, утворюючи прохідну хвилю напруги, і до джерела, утворюючи відбиту хвилю. В ідеальному фільтрі хвилі, відбиті в усіх ланках фільтра, досягають входу фільтра з однаковими фазами у смугі непрозорості і повністю компенсуються у смугі прозорості. Ідеальним буде фільтр, у смугі прозорості якого (рис. 2) $U_{2m} = U_{1m}$, а у смугі непрозорості $U_2 = 0$ при $U_1 \neq 0$, а перехід від однієї смуги до іншої здійснюється стрибком на частоті зрізу.

Прохідні ж хвилі, досягнувши навантаження, збігаються за фазами у смугі прозорості і повністю компенсуються у смугі непрозорості.

Це рівносильно тому, що там, де фільтр прозорий, вхідний опір усіх його ланок однаковий, активний і рівний опору навантаження R_n , а там, де фільтр непрозорий, його вхідний опір чисто реактивний.

Фільтр, усі ланки якого мають у смугі пропускання однаковий вхідний опір, рівний опору навантаження, називається узгодженим, а вхідний опір такого узгодженого фільтра називається характеристичним або хвильовим опором Z_0 .

Важливо пам'ятати, що незважаючи на рівність опорів Z_0 і R_n природа їхня різна. Характеристичний опір активний у тому розумінні цього слова, що в утвореній ланці реактивних елементів L і C зосереджена однакова кількість енергії електричного і магнітного полів, завдяки чому і забезпечується повна передача електромагнітної енергії від однієї ланки до другої у смугі прозорості. Опір же R_n активний, оскільки це параметр навантаження, яке є резистором або еквівалентне йому і тому поглинає енергію хвилі, яка пройшла через фільтр до навантаження.

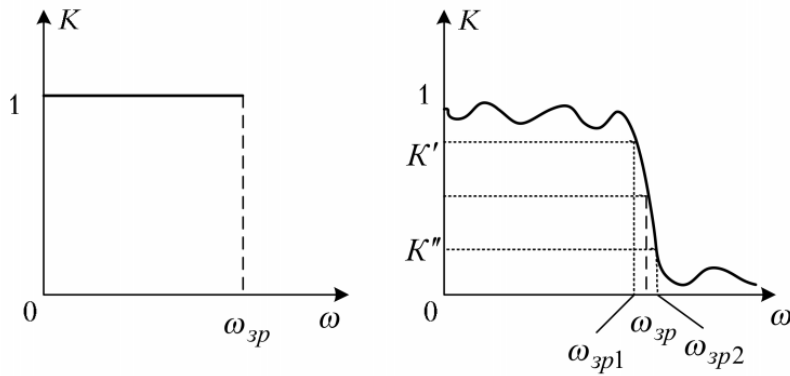


Рисунок 3.2 – АЧХ ідеального а) та реального б) фільтра

Класифікація електричних фільтрів

Електричні фільтри за різними ознаками поділяються на:

1. Активні і пасивні - за ознакою наявності чи відсутності активних елементів у їх складі. Подалі будемо розглядати лише пасивні фільтри.

2. Фільтри нижніх частот (ФНЧ) зі смугою прозорості від 0 до $f_{зр}$, **фільтри верхніх частот (ФВЧ)** зі смугою прозорості від $f_{зр}$ до ∞ , **смугові фільтри (СФ)** зі смугою прозорості від $f_{зр1}$ до $f_{зр2}$, **загороджувальні або режекторні фільтри (ЗФ або РФ)** зі смугою непрозорості від $f_{зр1}$ до $f_{зр2}$ (рис. 3.3) – за взаємним розташуванням смуг прозорості і непрозорості.

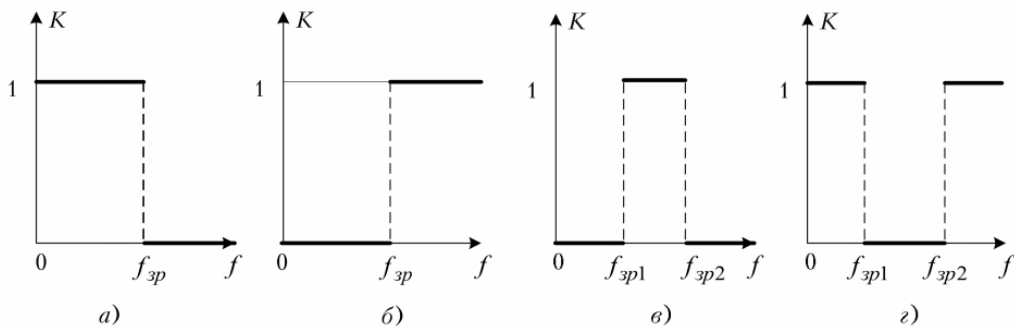


Рисунок 3.3 – АЧХ: а) – ФНЧ, б) – ФВЧ, в) – СФ, г) – ЗФ (РФ)

3. Фільтри бувають **одноланковими та багатоланковими**.

4. **Г-подібні, Т-подібні, П-подібні** (рис. 3.4) – за взаємним розташуванням двополюсників. Г-подібна ланка містить найменшу кількість елементів (два), а Т-подібна чи П-подібна ланки еквівалентні двом Г-подібним, що досить зрозуміло з рисунка.

5. Розрізняють **реактивні фільтри** (вони складаються з елементів L та C), **безіндуктивні** (складаються з елементів R та C), **активні, п'єзоелектричні** та ін.

6. Електричні фільтри, у яких добуток повздовжнього опору на поперечний (у Т- чи П- схеми чотирьохполюсника), є сталим, незалежним від частоти числом, називають **k -фільтрами**. Фільтри типу k , у яких добуток $Z_1 Z_2$ є величиною незалежною від частоти – константа (звідси і назва) та фільтри m -типу – за додатковими ознаками. Очевидно, такими фільтрами можуть бути тільки LC-фільтри, для яких цей добуток має вигляд: $\omega L \cdot 1/\omega C = L/C = k^2$. Фільтри, у яких цей добуток залежить від частоти, називають m -фільтрами.

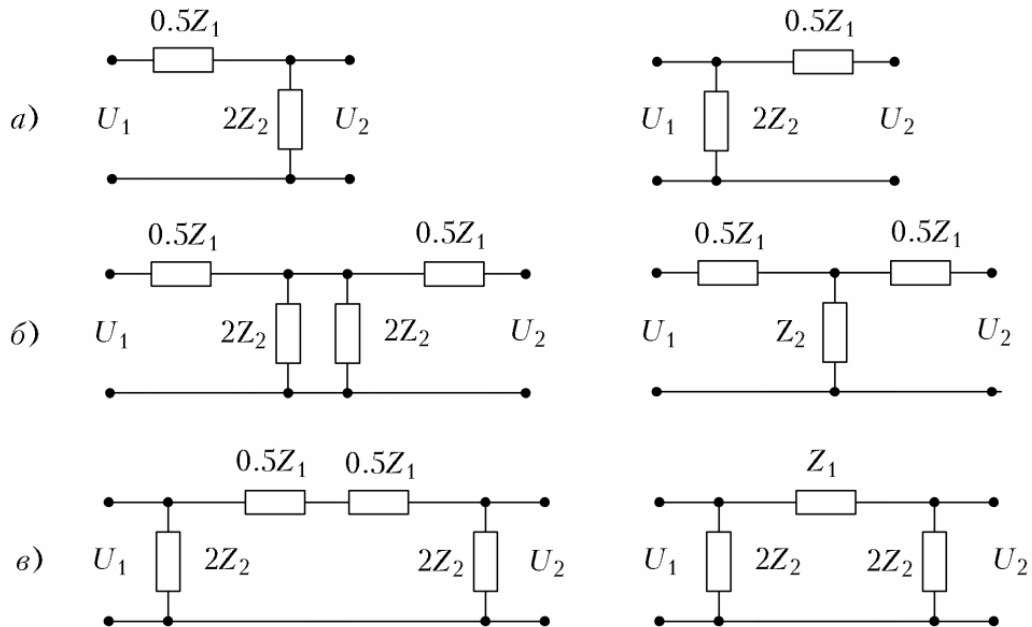


Рисунок 3.4 – а) – Г-подібні ланки, б) – утворення Т-подібної ланки з двох Г-подібних, в) – утворення П-подібної ланки з двох Г-подібних

АЧХ реальних фільтрів

В реальних фільтрах у смузі прозорості коефіцієнт передачі за напругою не дорівнює точно одиниці, а в смузі непрозорості - точно нулю.

Це викликається такими причинами:

- не існують чисто реактивні опори, бо реальні котушки індуктивності і конденсатори мають (хоч і незначні практично) втрати, а опори цих елементів є активно-реактивними;
- повне узгодження фільтра з генератором, з одного боку, та навантаженням, з другого, можливе лише на деяких частотах;
- перехід від смуги прозорості до смуги непрозорості і навпаки є поступовим і границя між ними стає "розмитою" у межах якої коефіцієнт передачі за напругою змінюється від приблизно одиниці до приблизно нуля.

Вхідний узгоджений опір фільтра

Характеристичний (хвильовий) опір фільтра, який дорівнює $\sqrt{L/C}$, позначимо через Z_0 .

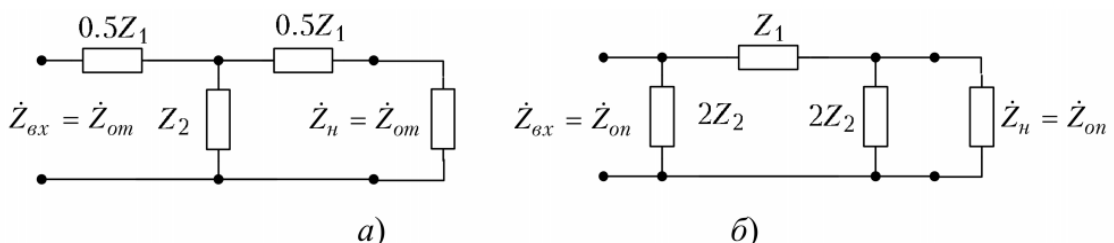


Рисунок 3.5 – Узагальнені схеми: а) – Т-ланки, б) – П-ланки, узгоджених з навантаженням і генератором напруги

Відповідно, вхідний узгоджений опір Т-подібного фільтра (рис. 3.5,а) позначимо через Z_{0T} , а П-подібного фільтра (рис. 3.5,б) – через $Z_{0П}$.

Позначення на цих рисунках введені з урахуванням того, що вхідний опір кожної ланки фільтра $Z_{вх}$, навантаженого на свій характеристичний опір Z_{0T} або

$Z_{0П}$, дорівнює $Z_0 = \sqrt{L/C}$.

Для Т-подібного фільтра узгоджений вхідний опір дорівнює:

$$\dot{Z}_{0T} = 0.5\dot{Z}_1 + (0.5\dot{Z}_1 + \dot{Z}_{0T}) \cdot \dot{Z}_2 / (0.5\dot{Z}_1 + \dot{Z}_{0T} + \dot{Z}_2)$$

або

$$\begin{aligned} & 0.5\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_{0T} + \dot{Z}_{0T}^2 + \dot{Z}_{0T}\dot{Z}_2 = \\ & = 0.25\dot{Z}_1^2 + 0.5\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_{0T} + 0.5\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2 + 0.5\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_{0T}\dot{Z}_2 \end{aligned}$$

звідки:

$$\dot{Z}_{0T} = \sqrt{0.25\dot{Z}_1^2 + \dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}.$$

Для П-подібного фільтра, аналогічно, маємо:

$$Z_{0П} = \frac{\left[0.5\dot{Z}_1 + \frac{\dot{Z}_{0П} \cdot 2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_{0П} + 2\dot{Z}_2} \right] \cdot 2\dot{Z}_2}{\left[0.5\dot{Z}_1 + \frac{\dot{Z}_{0П} \cdot 2\dot{Z}_2}{\dot{Z}_{0П} + 2\dot{Z}_2} \right] + 2\dot{Z}_2}; \quad \dot{Z}_{0П} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}{1 + \frac{\dot{Z}_1}{4\dot{Z}_2}}}$$

В реальних фільтрах існує частотний інтервал $\omega'_{зр} \dots \omega''_{зр}$, на якому перехід від смуги прозорості до смуги непрозорості (і навпаки) відбувається поступово, коефіцієнт передачі напруги змінюється від K' до K'' (і навпаки)

Реактивні фільтри типу k

Ці фільтри так називаються, бо добуток опору послідовного плеча \dot{Z}_1 та опору паралельного плеча \dot{Z}_2 є величиною, яка не залежить від частоти, дорівнює $\sqrt{L/C}$ і позначається через k завдяки тому, що опори \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 в реактивних фільтрах протилежно залежать від частоти. Коли $\dot{Z}_1 = j\omega L$, $\dot{Z}_2 = \frac{1}{j\omega C}$ і навпаки.

Фільтри нижніх частот

На рис. 3.6 показані ланки фільтрів нижніх частот типу k . Елементи фільтрів позначені з урахуванням того, що загальна індуктивність ланки дорівнює L , а загальна ємність - C : Т-подібна ланка містить дві ділянки по $0,5L$ кожна і ємність C , а П-подібна – одну ділянку з індуктивністю L і дві ділянки з ємностями по $0,5C$.

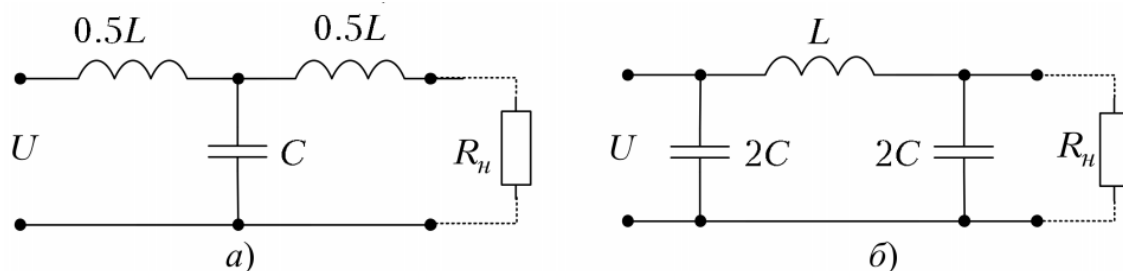


Рисунок 3.6 – Схеми ланок ФНЧ

Опори ланок відповідно дорівнюють $\dot{Z}_1 = j\omega L$, $\dot{Z}_2 = \frac{1}{j\omega C}$, а вхідний узгоджений опір Т-подібного фільтра:

$$\dot{Z}_{0T} = \sqrt{0.25\dot{Z}_1^2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_2} = \sqrt{j\omega L / j\omega C - 0.25\omega^2 L^2} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{\omega^2 L^2}{4}}.$$

Залежність узгодженого вхідного опору \dot{Z}_{0T} від частоти показана на рис. 3.7. При $\omega = 0$, $\dot{Z}_{0T} = \sqrt{L/C}$. Зі зростанням \dot{Z}_{0T} частоти спочатку зменшується до нуля (на частоті зрізу $\omega_{зр}$), а потім $\omega^2 L^2/4$ стає більшим за одиницю, тоді:

$$\dot{Z}_{0T} = j\sqrt{\frac{\omega^2 L^2}{4} - \frac{L}{C}},$$

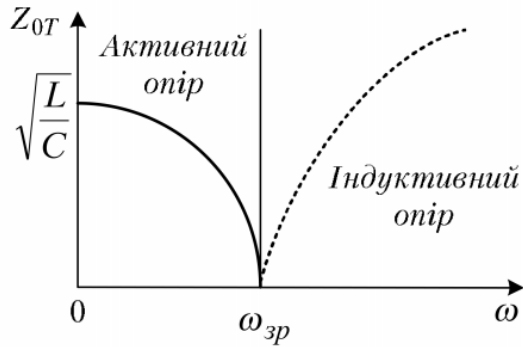


Рисунок 3.7 – Частотна залежність \dot{Z}_{0T} Т-ланки ФНЧ

Значення частоти зрізу знайдемо, виходячи з умови $\dot{Z}_{0T} = 0$.

$$\dot{Z}_{0T} = \sqrt{\frac{\omega_{зр}^2 L^2}{4} - \frac{L}{C}} = 0,$$

$$\omega_{зр} = \sqrt{\frac{4L^2}{LC}} = \frac{2}{\sqrt{LC}}.$$

Для П-подібної ланки.

$$\dot{Z}_{0П} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}{1 + \frac{\dot{Z}_1}{4\dot{Z}_2}}} = \sqrt{\frac{\frac{j\omega L}{j\omega C}}{1 + \frac{j\omega L \cdot j\omega C}{4}}} = \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{1 - \frac{\omega^2 LC}{4}}}.$$

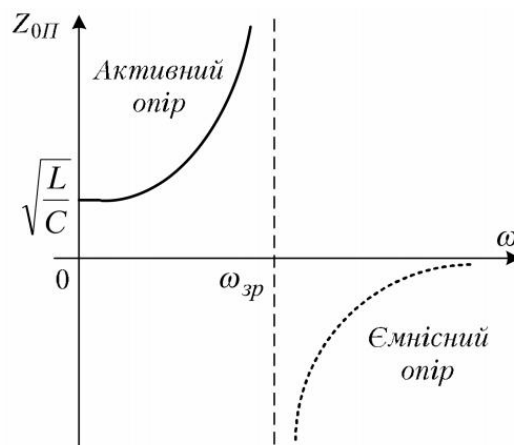


Рисунок 3.8 – Частотна залежність $\dot{Z}_{0П}$ П-ланки ФНЧ

При $\omega = 0$, $\dot{Z}_{0П} = \sqrt{L/C}$. Зі зростанням частоти $\dot{Z}_{0П}$ зростає і при $\omega \rightarrow \omega_{зр}$, $\dot{Z}_{0П} \rightarrow \infty$, а при подальшому збільшенні частоти опір:

$$\dot{Z}_{0П} = -j \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{\frac{\omega^2 LC}{4} - 1}}$$

і стає ємнісним. Значення частоти зрізу знаходимо з умови:

$$\omega_{зр}^2 LC / 4 - 1 = 0,$$

Звідки

$$\omega_{зр} = 2 / \sqrt{LC}.$$

Для обчислення параметрів низькочастотного фільтра звичайно задають смугу пропускання та величину характеристичного опору при $\omega = 0$.

На практиці розрахунок фільтра ФНЧ полягає у визначенні його параметрів L і C за заданими значеннями частоти зрізу $f_{зр}$ та опору навантаження R_n .

Для знаходження двох невідомих L і C складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2\pi f_{зр} = \frac{2}{\sqrt{LC}}, \\ R_n = \sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases}$$

розв'язок якої буде таким

$$\begin{aligned} L &= R_n / \pi f_{зр}, \\ C &= 1 / R_n \pi f_{зр}. \end{aligned}$$

На рис. 3.9 подано АЧХ реального фільтра нижніх частот, де видно, що повне узгодження має місце лише на частоті $f=0$ ($k=1$, $\dot{Z}_{0Т} = \dot{Z}_{0П} = \sqrt{L/C}$). Зі збільшенням частоти узгодженість порушується, зростає спад напруги на послідовно увімкнених котушках індуктивності (зростає опір ωL) і зменшується спад напруги на паралельно увімкнених конденсаторах (зменшується опір $1/\omega C$), що призводить до того, що k стає меншим одиниці, починаючи з частоти $f = 0$.

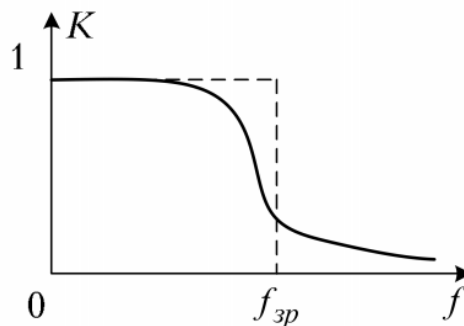


Рисунок 3.9 – АЧХ реального ФНЧ

Фільтри верхніх частот

На рис. 3.10 подані ланки фільтрів високих частот k -типу. У цих фільтрах послідовно увімкнені елементи з ємнісним характером опору, а паралельно увімкнені – з індуктивним. Виходячи з того, що у даному випадку $\dot{Z}_2 = j\omega L$, $\dot{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C}$. Т-подібна ланка складається з двох конденсаторів по $2C$ ємністю кожний і однієї котушки індуктивності L , а П-подібна ланка – з одного конденсатора ємністю C і двох котушок з індуктивностями по $2L$ кожна.

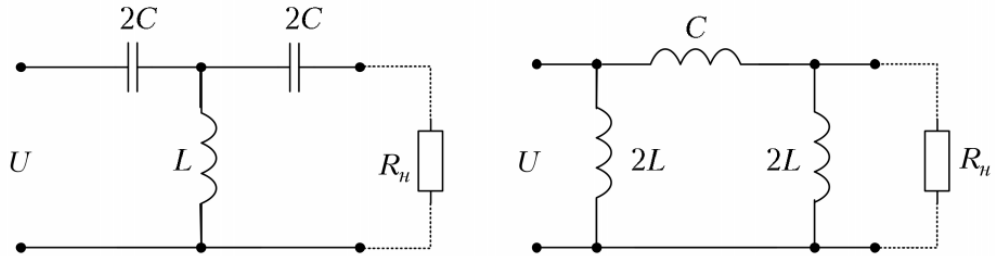


Рисунок 3.10 – Схеми ланок ФВЧ

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{0T} &= \sqrt{0.25\dot{Z}_1^2 + \dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C} - \frac{1}{4\omega^2 C^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4\omega^2 C^2}} = \sqrt{\frac{L}{C} \left[1 - \frac{1}{4\omega^2 LC} \right]}, \end{aligned}$$

залежність якого від частоти показана на рис. 3.11. На частоті $\omega_{зр} = \frac{\sqrt{LC}}{2}$, опір $\dot{Z}_{0T} = 0$.

При зростанні частоти цей опір зростає і асимптотично наближається до значення $\sqrt{L/C}$, залишаючись активним за характером. При $\omega < \omega_{зр}$, опір \dot{Z}_{0T} стає індуктивним, прямуючи до нескінченності при наближенні частоти ω до нуля.

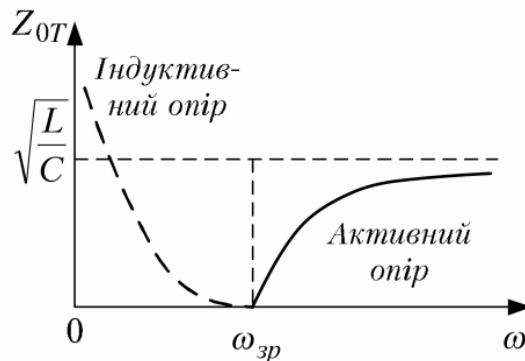


Рисунок 3.11 – Частотна залежність Z_{0T} Т-подібної ланки ФВЧ

узгоджений вхідний опір П-подібної ланки ФВЧ:

$$\dot{Z}_{0\Pi} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}{1 + \frac{\dot{Z}_1}{4\dot{Z}_2}}} = \sqrt{\frac{\frac{j\omega L}{j\omega C}}{1 + \frac{1}{4j\omega C \cdot j\omega L}}} = \sqrt{\frac{\frac{L}{C}}{1 - \frac{1}{4\omega^2 CL}}}$$

залежність якого від частоти показана на рис. 3.12. На частоті зрізу

$\omega_{зр} = \frac{\sqrt{LC}}{2}$, опір $\dot{Z}_{0\Pi} = \infty$. При зростанні частоти він зменшуватиметься, наближаючись асимптотично до значення $\sqrt{L/C}$, залишаючись активним за характе-

ром. При $\omega < \omega_{зр}$, опір $\dot{Z}_{0П}$ стає ємнісним, прямуючи до нуля при зменшенні частоти до нуля.

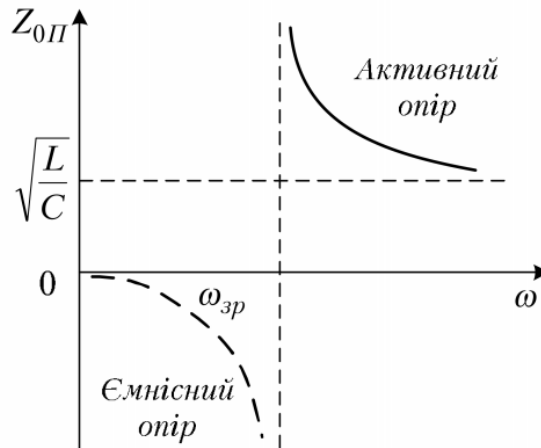


Рисунок 3.12 – Частотна залежність $\dot{Z}_{0П}$ П-подібної ланки ФВЧ

Розрахунок параметрів ФВЧ полягає у визначенні параметрів L і C фільтра за заданими $f_{зр}$ та R_n . Для цього скористаємося такими рівняннями:

$$\begin{cases} 2\pi f_{зр} = 1/2\sqrt{LC}, \\ R_n = \sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases} \quad L = R_n/4\pi f_{зр}, \quad C = 1/4R_n \pi f_{зр}.$$

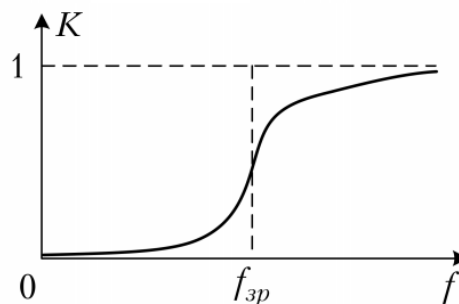


Рисунок 3.13 – АЧХ реального ФВЧ

При зменшенні частоти (рис. 3.13) послідовно увімкнені конденсатори збільшують свій опір, а паралельно увімкнені котушки – зменшують. На конденсаторах спад напруги зростає, а на котушках – зменшується, і вихідна напруга спадає. Особливо різко цей спад відбувається на частотах близьких до частоти зрізу $f_{зр}$.

Смугові та загороджувальні фільтри

Смуговими фільтрами називаються фільтри, смуга прозорості яких обмежена двома частотами зрізу $\omega_{зр1}$ та $\omega_{зр2}$

Ланки смугового фільтра (СФ) складаються з послідовного контуру L1 C1, який має опір \dot{Z}_1 і паралельного контуру L2 C2, з опором \dot{Z}_2 (рис. 3.14). Обидва контури, найчастіше, мають однакові резонансні частоти:

$$\omega_{зр} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}.$$

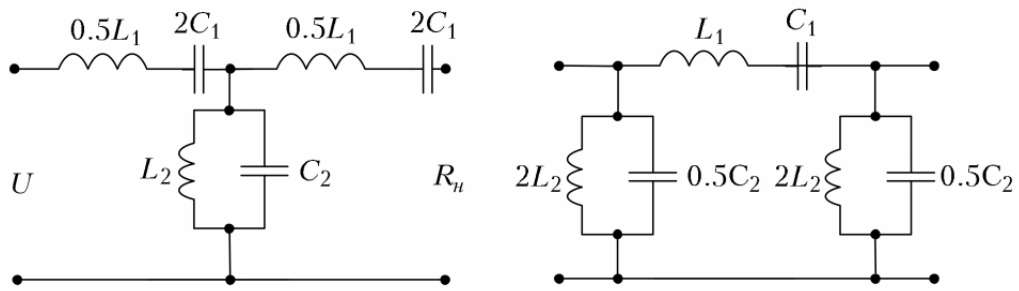


Рисунок 3.14 – Схеми Т-подібної та П-подібної ланок СФ

Смуговий фільтр можна подати як сукупність двох фільтрів: фільтра верхніх частот з параметрами L_2 C_1 та частотою зрізу $\omega_{зр1} = \frac{\sqrt{L_2 C_1}}{2}$, фільтра нижніх частот з параметрами L_1 C_2 та частотою зрізу $\omega_{зр2} = \frac{\sqrt{L_1 C_2}}{2}$ (рис. 3.15). Причому, параметри фільтра L_2 , C_1 , L_1 , C_2 підбираються таким чином, щоб частота $\omega_{зр2}$ була більшою, ніж $\omega_{зр1}$. Різниця ж між ними $\omega_{зр2} - \omega_{зр1}$ і є потрібною смугою прозорості (пропускання) фільтра.

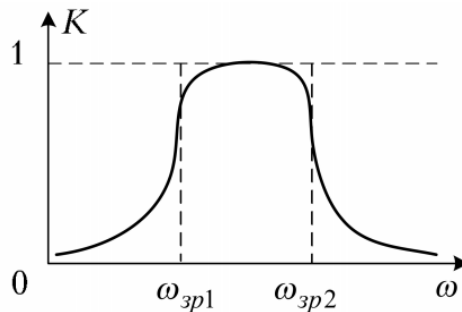


Рисунок 3.15 – АЧХ реальних СФ

Як і у всіх інших фільтрів, у зоні пропускання характеристичний опір активний. При $\omega < \omega_1$ опір Z_{OT} має ємнісний характер, опір Z_{OP} – індуктивний, при $\omega > \omega_2$ – навпаки. Як і у випадку ФНЧ та ФВЧ, характер Z_c можна визначити за характером вхідного опору.

Загороджувальні фільтри на відміну від смугових мають мінімальний коефіцієнт передачі напруги ($k \approx 0$) у смузі між частотами $\omega_{зр1}$ та $\omega_{зр2}$, максимальний ($k \approx 1$) – за межами цієї смуги. Для цього фільтр складають з паралельних контурів L_1 C_1 , увімкнених послідовно з навантаженням із послідовних контурів L_2 C_2 , увімкнених паралельно з навантаженням (рис. 3.16).

Загороджувальний фільтр (рис. 3.16, 3.17), як і смуговий, можна представити таким, що складається з двох фільтрів: фільтра нижніх частот L_1 C_2 з частотою зрізу $\omega_{зр1}$ (ліва вітка АЧХ) та фільтра верхніх частот L_2 C_1 з частотою зрізу $\omega_{зр2}$ (права вітка АЧХ).

При частотах $0 < \omega < \omega_1$ та $\omega_2 < \omega < \infty$ характеристичний опір активний, у смузі $\omega_1 < \omega < \omega_2$ – реактивний, причому характер реактивності змінюється при переході через резонансну частоту ω_0 .

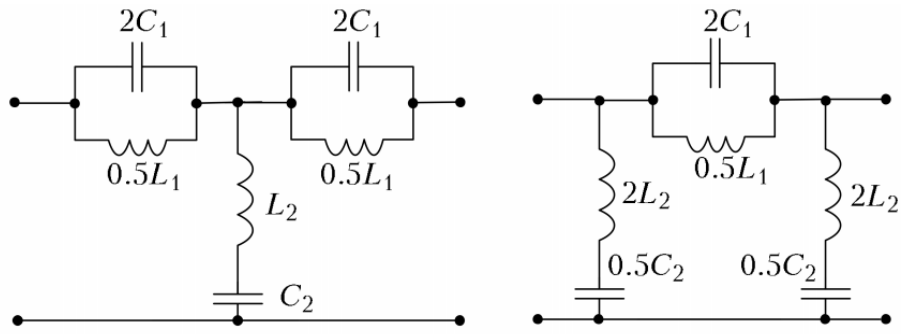


Рисунок 3.16 – Схеми Т-подібної та П-подібної ланок ЗФ

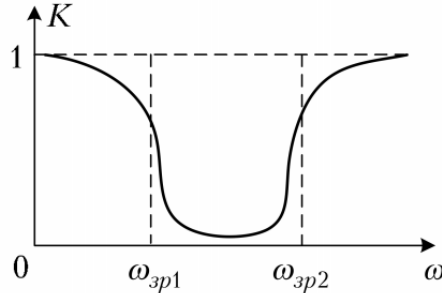


Рисунок 3.17 – АЧХ реального ЗФ

Перевагами усіх розглянутих частотних фільтрів типу k є їх простота, а також те, що у смузі запирання згасання сигналів неухильно зростає по мірі віддалення від частот зрізу.

Основні недоліки фільтрів типу k :

- недостатня крутизна загасання поблизу граничних частот, через що межі смуг пропускання та непропускання розмиті;
- залежність характеристичних опорів від частоти у смузі пропускання, внаслідок чого реалізація режиму узгодженого навантаження можлива тільки в обмеженій частині смуги прозорості.

Додаток 5. Розрахунок фільтрів типу k

Назва фільтра	ФНЧ	ФВЧ	СФ	ЗФ
Схема Г-ланки				
Частоти зрізу	$\omega_{2c} = \frac{2}{\sqrt{LC}}$	$\omega_{1c} = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$	$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_2} + \frac{1}{L_1 C_1}} \mp \frac{1}{\sqrt{L_1 C_2}}$	$\omega_{1,2} = \frac{1}{4} \left[\sqrt{\frac{1}{L_2 C_1} + \frac{1}{L_2 C_2}} \mp \frac{1}{\sqrt{L_2 C_1}} \right]$
$\rho = \sqrt{Z_1 Z_2}$	$\sqrt{\frac{L}{C}}$	$\sqrt{\frac{L}{C}}$	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$
Формули для розрахунку елементів фільтра	$L = \frac{2\rho}{\omega_{2c}}$ $C = \frac{2}{\omega_{2c}\rho}$	$L = \frac{\rho}{2\omega_{1c}}$ $C = \frac{1}{2\rho\omega_{1c}}$	$L_1 = \frac{2\rho}{\omega_2 - \omega_1}$ $L_2 = \frac{\rho(\omega_2 - \omega_1)}{2\omega_1\omega_2}$ $C_1 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\rho\omega_1\omega_2}$ $C_2 = \frac{2}{\rho(\omega_2 - \omega_1)}$	$L_1 = \frac{2\rho(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1\omega_2}$ $L_2 = \frac{\rho}{2(\omega_2 - \omega_1)}$ $C_1 = \frac{1}{2\rho(\omega_2 - \omega_1)}$ $C_2 = \frac{2(\omega_2 - \omega_1)}{\rho\omega_1\omega_2}$

Реактивні фільтри типу m

Перехід від фільтра типу k (прототипу) до фільтра типу m

Розглянемо цей перехід на прикладі П-ланки ФНЧ k типу (рис. 3.18,*а*) до послідовно-похідної (рис. 3.18,*б*) і паралельно-похідної (рис. 3.18,*в*) ланок.

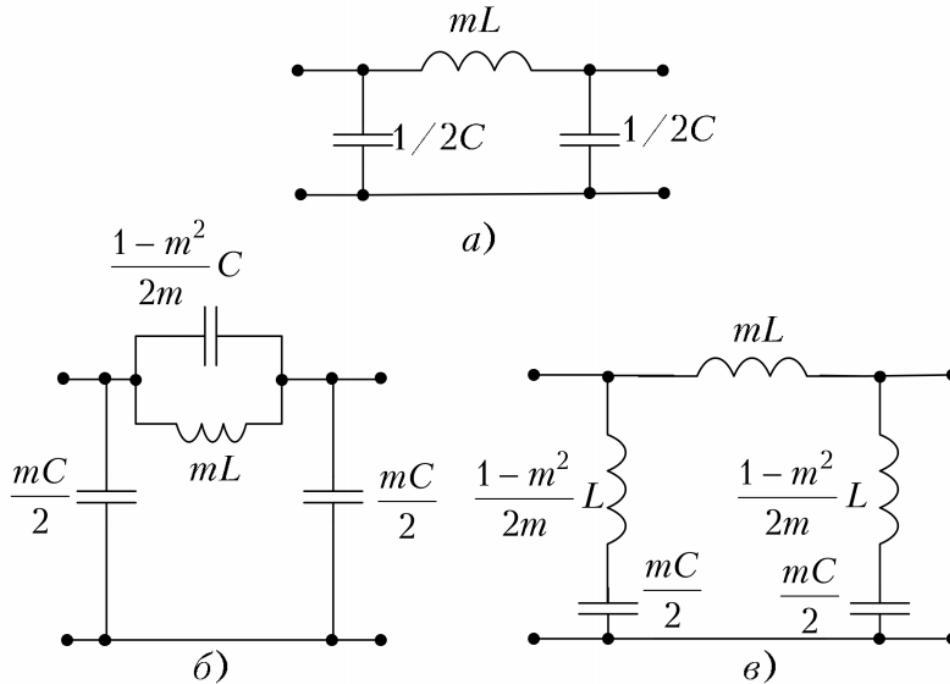


Рисунок 3.18 – Перехід від фільтра типу k до фільтра типу m : *а*) – схема П-ланки ФНЧ типу k , *б*) – послідовно-похідної, *в*) – паралельно-похідної ланок ФНЧ типу m

У послідовно-похідній ланці котушка з індуктивністю L замінена на котушку з індуктивністю mL , а у кожену вітку замість конденсатора ємністю $C/2$ увімкнені між собою послідовно котушка з індуктивністю $(1-m^2)L/2m$ і конденсатор ємністю $mC/2$, у результаті чого утворюється послідовний контур з власною частотою

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{(1-m^2)L}{2m} \cdot \frac{mC}{2}}} = \frac{2}{\sqrt{LC}\sqrt{1-m^2}} = \frac{\omega_{зр}}{\sqrt{1-m^2}} \quad (3.13)$$

де $\omega_{зр} = 2/\sqrt{L/C}$ – частота зрізу ФНЧ типу k (прототипу); $m=0\dots 1$ – параметр переходу до фільтра m типу. При $m=1$, до речі, з m фільтра отримуємо прототип.

Паралельно-похідна ланка (рис. 3.18,*в*) утворюється заміною котушки L паралельним контуром з елементами mL та $(1-m^2)C/4m$ і збільшенням ємності віток у m разів. Очевидно, резонансна частота паралельного контуру також буде дорівнювати $\omega_0 = \omega_{зр}/\sqrt{1-m^2}$ і мати таку ж частоту зрізу $\omega_{зр}$, а узгоджений вхідний опір $\dot{Z}_{0П}$ такий, як і у прототипу.

Частотні характеристики ФНЧ m типу

З рис. 3.19 бачимо, що вибором параметра переходу m можна досягти того, що $Z_{0П}$ буде мало відрізнятися від $\sqrt{L/C}$ майже в усій смузі прозорості фільтра. Це значення параметра дорівнює 0,6 і називається оптимальним.

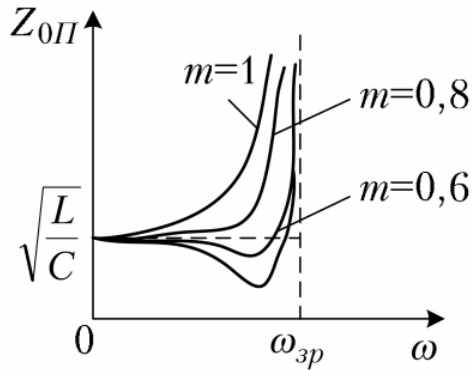


Рисунок 3.19 – Залежність узгодженого входного опору П-ланки ФНЧ типу m від частоти у смузі прозорості

На рис. 3.20 показано, що у межах смуги прозорості коефіцієнт передачі напруги однаковий і дорівнює одиниці. Коли ж частота ω зростає від $\omega_{зр}$ до ω_0 , коефіцієнт передачі різко зменшується, прямуючи до нуля з наближенням до резонансу контурів фільтра. Вхідний опір послідовно-похідної ланки прямує до нуля, а паралельно-похідної ланки – до нескінченності. Тому ω_0 називають частотою нескінченного згасання ($k = 0$). Різкий спад АЧХ біля $\omega_{зр}$ – друга перевага фільтрів m типу.

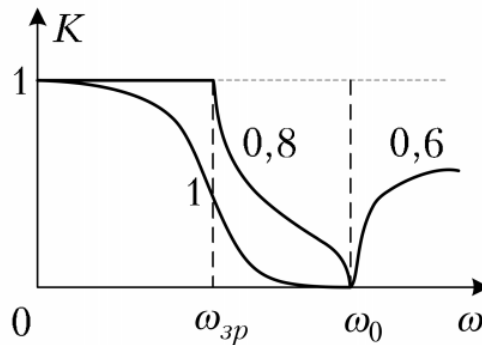


Рисунок 3.20 – АЧХ ланки ФНЧ типу m

Але ці фільтри мають і недоліки: а) схеми фільтрів m типу складніші (самі фільтри дорожчі та менш надійні); б) при зростанні частоти більше ω_0 (смуга непрозорості) коефіцієнт передачі напруги зростає.

Такі недоліки усуваються застосуванням комбінованих ($k - m$) фільтрів, де об'єднуються кращі сторони фільтрів обох типів.

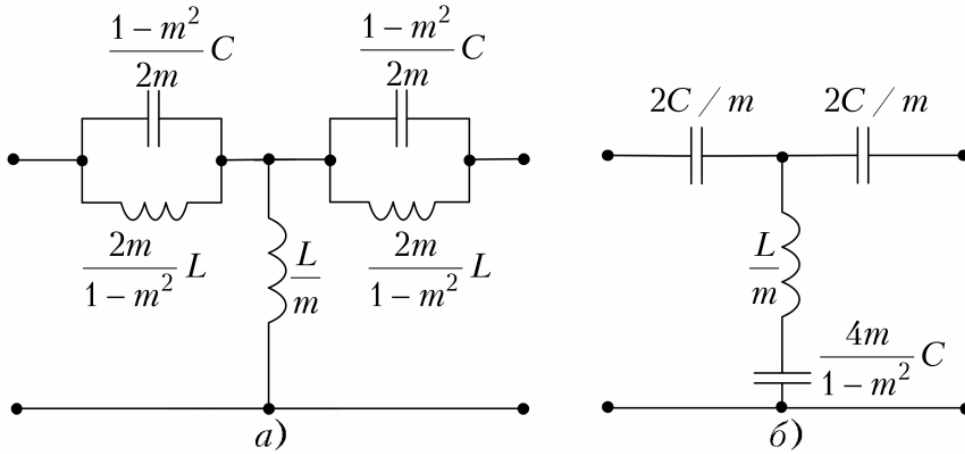


Рисунок 3.21 – Схеми Т-ланок ФВЧ типу m : а) – паралельно-похідна, б) - послідовно-похідна ланка

Далі інформація для більш поглибленого вивчення. Для ТР – бажано прочитати, з цим будете зустрічатися на наступних курсах. Групи КІ, КБ – за бажанням.

3.4 Резистивно-ємнісні фільтри

Виготовлення котушок індуктивності для фільтрів, які працюють в діапазонах інфранизьких (менше 3 кГц) і дуже низьких (3...30 кГц) частот, пов'язане з труднощами, особливо коли котушки повинні мати велику індуктивність при високому значенні їх добротності. Збільшення поперечного перерізу дроту обмотки збільшує масу, розміри та вартість котушки. Застосування ж феромагнітних осердь призводить до залежності індуктивності від величини струму, що протікає в обмотці.

Щоб позбутися громіздких фільтрів з низькою добротністю котушок, застосовуються резистивно-ємнісні фільтри (RC-фільтри) які складаються з резисторів і конденсаторів. Усі RC-фільтри розділяються на фільтри верхніх частот (ФВЧ), фільтри нижніх частот (ФНЧ), смугові фільтри (СФ) та загороджувальні фільтри (ЗФ).

3.4.1 RC-фільтри верхніх частот

На рис. 3.22 зображена схема Г-подібної ланки RC-фільтра верхніх частот. На вході ланки діє гармонічна напруга $u_1(t)$ з комплексною амплітудою \dot{U}_{1m} . Ця напруга прикладена до послідовно з'єднаних конденсатора C та резистора R , розподіляється між конденсатором і резистором й частина $u_2(t)$ з комплексною амплітудою (\dot{U}_{2m}) знімається з резистора R і є вихідною напругою фільтра.

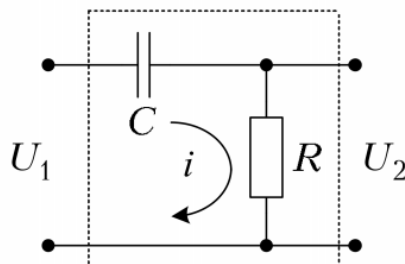


Рисунок 3.22 – Схема RC-фільтра верхніх частот

Комплексний коефіцієнт \dot{K} передачі напруги фільтра дорівнює відношенню комплексної амплітуди вихідної напруги до комплексної амплітуди вхідної.

Оскільки через конденсатор і резистор (з'єднаних послідовно) протікає один і той же струм, то:

$$\dot{K} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{R - \frac{j}{\omega C}} = \frac{1}{1 - \frac{j}{\omega RC}}.$$

Комплексна величина може бути записана у показниковій формі:

$$\dot{K} = Ke^{j\varphi}, \quad (3.14)$$

де K – модуль цієї комплексної величини, φ – її аргумент.

Модуль дробу виразу (3.14) дорівнює модулю чисельника 1 поділеному на модуль знаменника $\sqrt{1 + (1/\omega RC)^2}$:

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}}. \quad (3.15)$$

Аргумент дробової комплексної величини дорівнює аргументу чисельника (у даному випадку $\varphi_{\text{чис}}=0$) мінус аргумент знаменника (у даному випадку $\varphi_{\text{зн}}=\text{arctg}(1/CR\omega)$):

$$\varphi = \varphi_{\text{чис}} - \varphi_{\text{зн}} = \text{arctg}(1/\omega RC) \quad (3.16)$$

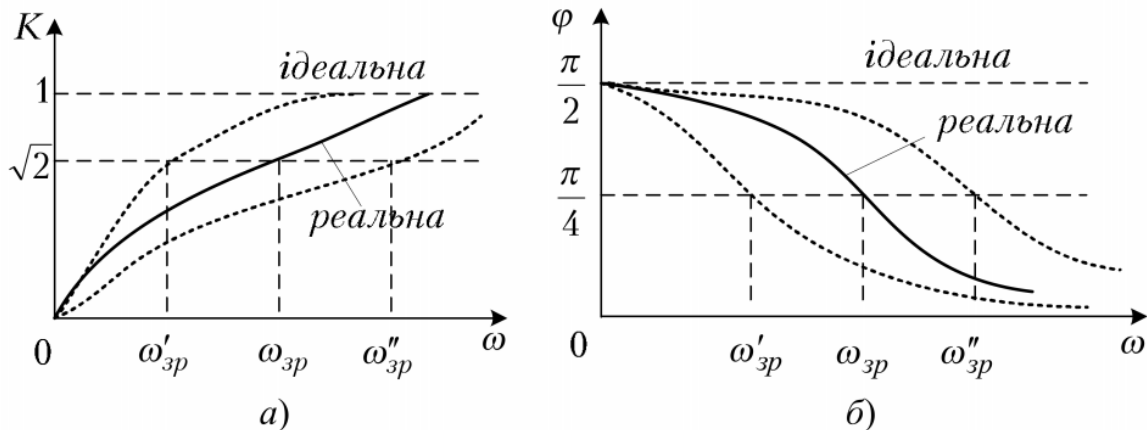


Рисунок 3.23 – а) – АЧХ і б) – ФЧХ RC-фільтра ВЧ

Залежність модуля коефіцієнта передачі K від частоти ω називається амлітудно-частотною характеристикою (АЧХ), а залежність аргументу φ від частоти ω – фазочастотною характеристикою (ФЧХ) фільтра (рис. 3.23).

Змінюючи частоту ω від 0 до ∞ , отримуємо з виразів (3.15), (3.16), що модуль K зростає від 0 до 1 і аргумент φ зменшиться від $\pi/2$ до 0. Дійсно, при частоті $\omega = 0$ опір конденсатора C нескінченно великий у порівнянні з

опором резистора R , і тому модуль $K = 0$, а аргумент $\varphi = \arctg \infty = \pi/2$ (вся напруга спаде на конденсаторі, а $U_2 = 0$).

На усіх частотах, коли $\omega RC \ll 1$ струм i у колі матиме ємнісний характер, вихідна напруга $U_2 = i \cdot R$ випереджатиме за фазою вхідну напругу U_1 на 90° . Зі зростанням частоти ємнісний опір зменшується і все більша частина вхідної напруги припадатиме на елемент R . Це, відповідно, призведе до зростання модуля K і зменшення аргументу φ комплексного коефіцієнта передачі напруги. При $\omega \rightarrow \infty$, опір конденсатора падає до нуля і уся вхідна напруга передається на вихід ($K = 1$), струм у колі носить чисто активний характер і спад напруги $U_2 = i \cdot R$ збігається за фазою з вхідною напругою U_1 ($\varphi = 0$). Вид АЧХ (рис. 3.23,а) показує, що розглянутий фільтр є фільтром верхніх частот.

Недоліком цього фільтра є відсутність різкого переходу від смуги непрозорості до смуги прозорості. Частоту зрізу прийнято визначати такою, при якій модуль K дорівнює $1/\sqrt{2} = 0,707$. Підставивши $\omega = \omega_{зр}$ і $K = 1/\sqrt{2}$ у вираз (3.15), отримаємо:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega_{зр} RC}\right)^2}}; \quad \omega_{зр} = 1/RC = 1/\tau_\phi. \quad (3.17)$$

Таким чином, частота зрізу фільтра $\omega_{зр}$, має величину, обернену його сталій часу $\tau_\phi = RC$. Коли $\omega = \omega_{зр} = 1/RC$, опір конденсатора

$$X_c = 1/\omega_{зр} C = RC / C = R$$

і тоді:

$$\varphi = \arctg(1/\omega_{зр} RC) = \arctg(R/R) = \arctg 1 = 45^\circ,$$

тобто вихідна напруга випереджає вхідну за фазою на 45° .

3.4.2 RC-фільтри нижніх частот

На рис. 3.24 зображена схема Г-подібної ланки RC-фільтра нижніх частот. Тут вхідна напруга $u_1(t)$ підводиться теж до послідовно увімкнених резистора R і конденсатора C , але вихідна напруга знімається з конденсатора з опором $1/j\omega C$. Тому комплексний коефіцієнт передачі напруги фільтра:

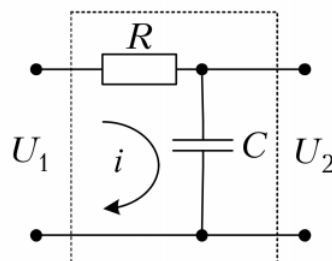


Рисунок 3.24 – Схема RC-фільтра нижніх частот

$$\dot{K} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega CR} = \frac{1}{1 + j\tau_\phi}, \quad (3.18)$$

де $\tau_\phi = RC$ – стала часу кола.

Визначимо модуль K та аргумент φ коефіцієнта передачі напруги у той же спосіб, що і в п. 3.4.1:

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega CR}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega\tau_\phi}}, \quad (3.19)$$

$$\varphi = \text{arctg}(-\omega RC) = \text{arctg}(-\omega\tau_\phi). \quad (3.20)$$

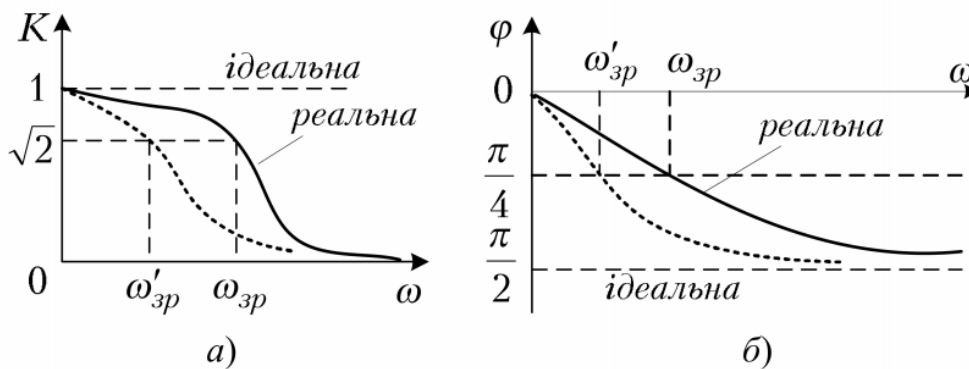


Рисунок 3.25 – а) – АЧХ та б) – ФЧХ RC-фільтра НЧ

Частотні характеристики фільтра подані на рис. 3.25. Зі зростанням частоти від 0 до ∞ модуль K , як впливає із формули (3.19), зменшується від 1 до нуля, а аргумент φ (3.20) – від нуля до мінус 90° . Дійсно, при $\omega = 0$ ємнісний опір набагато більший за опір R , через що вихідна напруга фільтра дорівнює вхідній ($K = 1$) і збігається з нею за фазою ($\varphi = 0$). Зі зростанням частоти до нескінченності ємнісний опір конденсатора зменшується до нуля ($U_2 \rightarrow 0$), а з ним і модуль $K \rightarrow 0$, струм i визначається величезним (відносно X_C) активним опором R і збігається із вхідною напругою за фазою. Вихідна ж напруга, яка знімається з конденсатора, стає нескінченно малою за амплітудою та відставатиме від вхідної на 90° ($\varphi = -90^\circ$).

Частота зрізу фільтра ω_{zp} , при якій $K = 1/\sqrt{2}$, визначається за співвідношенням:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau_\phi)^2}};$$

з якого витікає, що

$$\omega_{zp} = 1/RC = 1/\tau_\phi, \quad (3.21)$$

тобто частота зрізу фільтра нижніх частот є величина обернена його сталій часу.

На частоті зрізу опір $R = 1/\omega_{зр}C$, а тому аргумент $\varphi = \arctg(-\omega_{зр}\tau_{\phi}) = \arctg(-\tau_{\phi}\tau_{\phi}) = \arctg(-1) = -90^\circ$, тобто вихідна напруга відстає за фазою від вхідної на кут 90° .

3.4.3 Смугові та загороджувальні RC-фільтри

Смуговий фільтр (рис. 3.26) – це касадно з'єднані ФВЧ (C_1R_2) та ФН (R_1C_2).

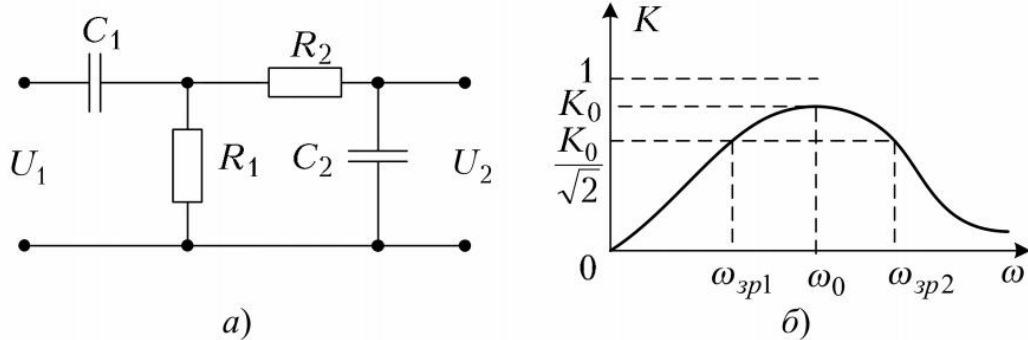


Рисунок 3.26 – Реальний смуговий фільтр: а) – схема, б) – АЧХ

Максимальний коефіцієнт передачі напруги $K_0 \leq 1$ досягається на частоті генератора $\omega = \omega_0 = \sqrt{R_1R_2C_1C_2}$. На частоті $\omega = 0$ уся вхідна напруга фактично зосереджена на конденсаторі C_1 і тому $U_2 = 0$ ($K = 0$). При дуже високих частотах $\omega \rightarrow \infty$ ємнісний опір конденсатора C_2 буде нескінченно малим, що призводить до спаду модуля K ($K \rightarrow 0$). Кругість гілок АЧХ такого фільтра невелика.

Прикладом загороджувального (режекторного) фільтра є схем RC-фільтра, яка має назву "подвійний Т-подібний міст" (рис. 3.27,а). Вона складається з двох паралельно увімкнених чотириполюсників, один з яких – фільтром нижніх частот R_1C_2 , а другий – фільтром верхніх частот C_1R_2 . Відповідності до властивостей мостових схем на певній частоті $\omega_0 = 1/R_1C_2$ струми i_2' та i_2'' виявляються чисельно рівними, протифазними і у сумі дадуть $i_2 = i_2' + i_2'' = 0$. Ця частота ω_0 називається частотою балансу мосту. При відхиленні ω від ω_0 у будь-який бік коефіцієнт передачі зростає, що забезпечує смугу непрозорості у діапазоні частот $\omega_{зр2} \dots \omega_{зр1}$.

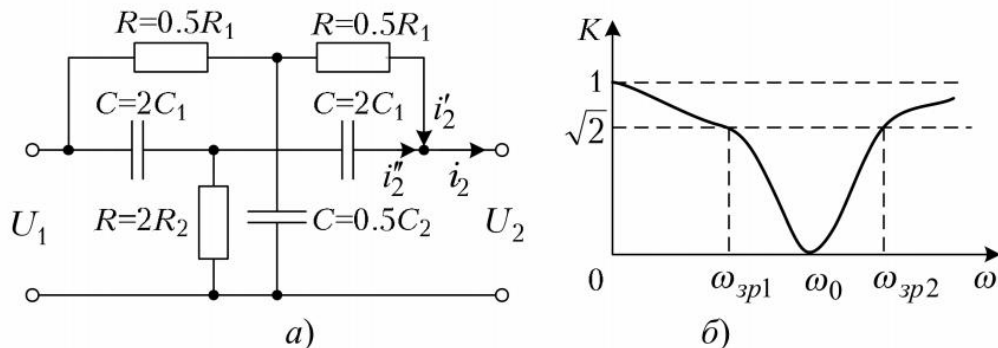


Рисунок 3.27 – Загороджувальний фільтр: а) – схема та б) – АЧХ