

## Лабораторна робота 7

### Пасивний чотириполіусник

#### 1. Мета роботи

Практичне використання основних положень теорії чотириполіусників. Експериментальне визначення  $A$  і  $Y$  ( $Z$ ) параметрів, складання схеми заміщення пасивного чотириполіусника, дослідження його частотних характеристик.

#### 2. Основні теоретичні положення

Чотириполіусником (багатополюсником) називають електричне коло, що має дві (або більше) пари зовнішніх затискачів. Таке уявлення кола (пристрою, системи) дозволяє описати і розрахувати основні характеристики, що встановлюють зв'язок напруг і струмів на зовнішніх затискачах без детального розгляду процесів в елементах, складових схем (опорів, ємностей, індуктивностей та ін.). Для цього досить визначити параметри чотириполіусника (багатополюсника). Чотириполіусник (рис. 7.1) характеризується двома парами напруг  $U_1, U_2$ , та струмів  $I_1, I_2$  відповідно на вхідних  $1 - 1'$  та вихідних  $2 - 2'$  затискачах.

Дві з цих чотирьох величин можуть бути задані незалежно, тоді дві інші знаходяться із системи рівнянь в тій або іншій формі параметрів.

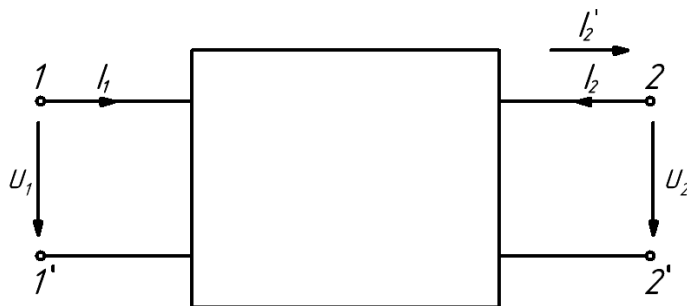


Рис. 7.1 – Чотириполіусник

Залежно від того, яка пара величин вважається заданою, а яка шуканою, можливі шість варіантів систем рівнянь, наприклад рівняння в формі  $Y$ -параметрів:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases} \quad (7.1)$$

У формі  $Z$ -параметрів:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \end{cases} \quad (7.2)$$

У формі  $A$ -параметрів:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2^* \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2^* \end{cases} \quad (7.3)$$

Для кожної системи рівнянь умовно-позитивні напрями струмів і напруг вибираються, як показано на рис.7.1. У рівняннях в формі  $A$ -параметрів напрям струму змінюється на протилежний  $-\dot{I}_2^*$

Коефіцієнти, що входять до системи рівнянь (7.1) – (7.3) називають первинними параметрами, вони повністю і однозначно описують чотириполіусник в будь-якому режимі роботи.

Первинні параметри мають певний фізичний сенс і можуть бути визначені, якщо відома внутрішня структуру чотириполіусника. Наприклад, виходячи з системи рівнянь (7.1)  $Y$ -параметри мають наступний фізичний сенс:

$$Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad \text{– вхідна провідність з боку затискачів } 1 - 1^* \text{ при короткому замиканні (КЗ) на затискачах } 2 - 2^*;$$

$$Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad \text{– передаточна провідність при КЗ на затискачах } 2 - 2^*;$$

$$Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad \text{– передаточна провідність при КЗ на затискачах } 1 - 1^*;$$

$$Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad \text{– вхідна провідність з боку затискачів } 2 - 2^* \text{ при КЗ на затискачах } 1 - 1^*.$$

Параметри  $Z_{11}, Z_{22}, Z_{12}, Z_{21}$  в рівняннях (7.2) мають сенс вхідних і передаточних опорів в режимах холостого ходу (ХХ) на затискачах  $2 - 2^*$  або  $1 - 1^*$ . Аналогічно можна виділити фізичний зміст А-параметрів в системі (7.3), наприклад  $A_{11} = \dot{U}_1 / \dot{U}_2$  при  $\dot{I}_2^* = 0$  представляє собою величину, зворотний комплексний коефіцієнт передачі по напрузі  $K_U(j\omega)$  в режимі ХХ на виході.

Первинні параметри чотиріполюсника, якщо відома його внутрішня структура, можна визначити шляхом складання рівнянь електричної рівноваги і приведенням їх до тієї або іншої форми параметрів. На рис. 7.2 показано П-подібний чотиріполюсник, що складається із провідностей  $Y_1, Y_2, Y_3$ .

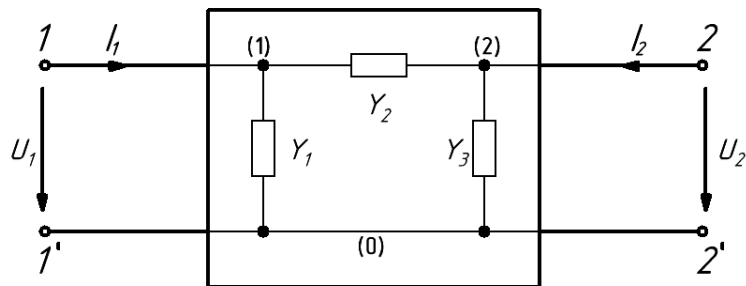


Рис. 7.2 – П-подібний чотиріполюсник

Якщо записати рівняння за методом вузлових потенціалів для вузлів (1) і (2), отримаємо:

$$\begin{cases} (Y_1 + Y_2)\dot{U}_1 + (-Y_2)\dot{U}_2 = \dot{I}_1 \\ (-Y_2)\dot{U}_1 + (Y_2 + Y_3)\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \end{cases}$$

Порівнюючи отримані рівняння з системою (7.1), можна легко визначити Y-параметри П-образного чотиріполюсника:

$$Y_{11} = Y_1 + Y_2, Y_{22} = Y_2 + Y_3, Y_{12} = Y_{21} = -Y_2 \quad (7.4)$$

Аналогічним чином можна знайти Z-параметри Т-подібного чотиріполюсника (рис. 7.3), якщо записати для нього рівняння електричної рівноваги за методом контурних струмів.

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2)I_1 + Z_2I_2 = \dot{U}_1 \\ Z_2I_1 + (Z_2 + Z_3)I_2 = \dot{U}_2 \end{cases}$$

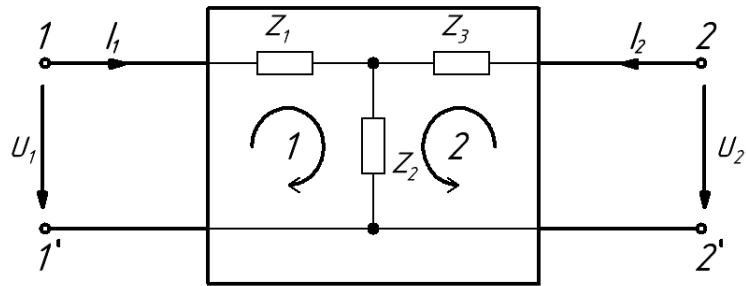


Рис. 7.3 – Т-подібний чотириполіусник

Порівнюючи отримані рівняння з системою (7.2), знайдемо  $Z$ -параметри:

$$Z_{11} = Z_1 + Z_2, Z_{22} = Z_2 + Z_3, Z_{12} = Z_{21} = Z_2 \quad (7.5)$$

Первинні параметри чотириполіусника, що входять в різні системи рівнянь (7.1) - (7.3), однозначно перераховуються одні в інші шляхом перетворення рівнянь до необхідного. Наприклад, рівняння (7.1), (7.2) можуть бути вирішені відносно вхідних напруги  $\dot{U}_1$  і струму  $I_1$ , тоді  $A$ -параметри можна виразити через  $Y$ - або через  $Z$ -параметри. Формули переходу від однієї системи параметрів до іншої наведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1 – Співвідношення між первинними параметрами чотириполіусника

	$Y$	$Z$	$A$
$Y$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z_{22} / \Delta Z & -Z_{12} / \Delta Z \\ -Z_{21} / \Delta Z & Z_{11} / \Delta Z \end{matrix}$	$\begin{matrix} A_{22} / A_{12} & -\Delta A / A_{12} \\ -1 / A_{12} & A_{11} / A_{12} \end{matrix}$
$Z$	$\begin{matrix} Y_{22} / \Delta Y & -Y_{12} / \Delta Y \\ -Y_{21} / \Delta Y & Y_{11} / \Delta Y \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A_{11} / A_{21} & \Delta A / A_{21} \\ 1 / A_{21} & A_{22} / A_{21} \end{matrix}$
$A$	$\begin{matrix} -Y_{22} / Y_{21} & -1 / Y_{21} \\ -\Delta Y / Y_{21} & -Y_{11} / Y_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Z_{11} / Z_{21} & \Delta Z / Z_{21} \\ 1 / Z_{21} & Z_{22} / Z_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{matrix}$

$\Delta$  – визначник відповідної матриці, наприклад  $\Delta Y = Y_{11} \cdot Y_{22} - Y_{12} \cdot Y_{21}$ .

Чотириполіусник називають взаємним (оборотним), якщо він задовольняє теоремі взаємності (оборотності). Таким є будь-який чотириполіусник, складений з лінійних пасивних елементів. Для взаємного

чотириполюсника тільки три із чотирьох первинних параметрів є незалежними. Матриці  $Y$ ,  $Z$  і  $A$ -параметрів такого чотириполюсника мають властивості:

$$Y_{12} = Y_{21}, Z_{12} = Z_{21} \Delta A = A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot A_{21} = 1. \quad (7.6)$$

В реальних задачах первинні параметри найчастіше визначають експериментально. Однак безпосереднє експериментально визначення їх є досить складним.

Для взаємних (оборотних) лінійних чотириполюсників первинні параметри можуть бути розраховані через опора холостого ходу та короткого замикання –  $Z_{1xx}$ ,  $Z_{1kz}$ ,  $Z_{2xx}$ ,  $Z_{2kz}$ , визначені відповідно з боку затискачів 1 – 1\* та 2 – 2\* при ХХ або КЗ на протилежному боці затискачів.

Дані параметри ХХ і КЗ безпосередньо зв'язані із деякими первинними параметрами:

$$Z_{1kz} = \frac{1}{Y_{11}}, Z_{1xx} = Z_{11}, Z_{2kz} = \frac{1}{Y_{22}}, Z_{2xx} = Z_{11} \quad (7.7)$$

і мають властивість:

$$\frac{Z_{1kz}}{Z_{1xx}} = \frac{Z_{2kz}}{Z_{2xx}}, \quad (7.8)$$

Використовуючи табл. 7.1, параметри ХХ і КЗ можна виразити через будь-яку систему первинних параметрів, і навпаки, первинні параметри взаємного лінійного чотириполюсника можна виразити через параметри ХХ і КЗ. наприклад,

$A$ -параметри:

$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{1xx}}{Z_{2xx} - Z_{2kz}}}; A_{12} = A_{11} Z_{2kz}; \quad (7.9)$$

$$A_{21} = \frac{A_{11}}{Z_{1xx}}; A_{22} = A_{11} \frac{Z_{2xx}}{Z_{1xx}}.$$

Іноді виникає завдання відновити внутрішню структуру чотириполюсника, знаючи первинні параметри. Для цього найчастіше використовують П-подібну (рис. 7.2) та Т-подібну (рис. 7.3) схеми

заміщення. Якщо відомі  $Y$ -параметри чотириполюсника, то, використовуючи вирази (7.4), можна знайти провідності  $\Pi$ -подібної схеми заміщення (рис. 7.2):

$$Y_1 = Y_{11} + Y_{12}, Y_2 = -Y_{12}, Y_3 = Y_{22} + Y_{12}$$

і визначити, з яких елементів (опорів, індуктивностей, ємностей) складається кожна гілка. Використовуючи вирази (7.5), можна знайти опори  $T$ -подібної схеми заміщення (рис. 7.3), знаючи  $Z$ -параметри чотириполюсника:

$$Z_1 = Z_{11} + Z_{12}, Z_2 = Z_{12}, Z_3 = Z_{22} - Z_{12}$$

Дані вирази і схеми заміщення справедливі для пасивних лінійних чотириполюсників.

### 3. Розрахункова частина

Дані для розрахунків чотириполюсників (рис. 7.4)  $\Pi$ -подібного і  $T$ -подібного, параметри елементів, частота  $f_1$  знаходяться в таблиці в лабораторії.

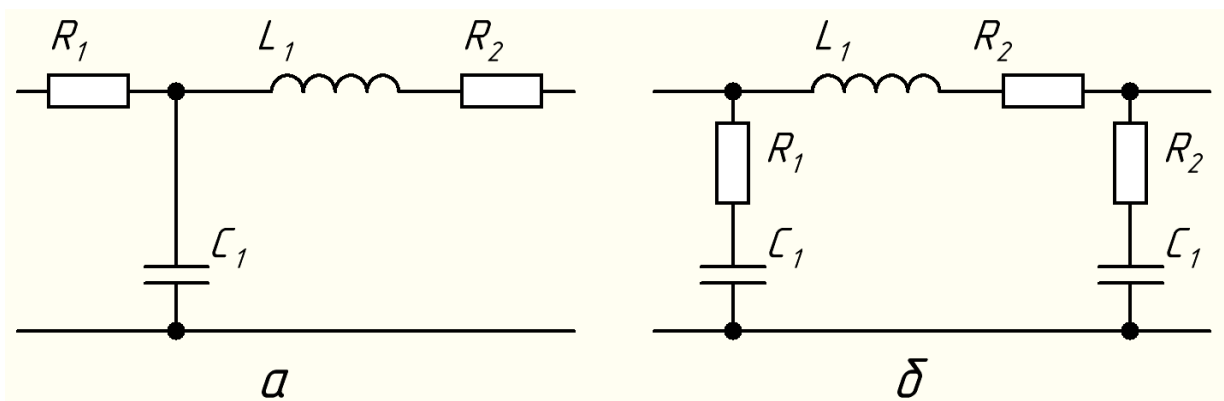


Рис. 7.4 – Електричні схеми чотириполюсників, що досліджуються:  
 $T$ -подібного (а) і  $\Pi$ -подібного (б)

3.1. Вивести формули для первинних параметрів заданого чотириполюсника. Для  $\Pi$ -подібного отириполюсника необхідно розрахувати  $Y$  та  $A$ -параметри, а для  $T$ -подібного  $Z$  та  $A$ -параметри.

3.2. Розрахувати значення первинних параметрів на частоті  $f_1$ .

3.3. Вивести формулу для комплексного коефіцієнта передачі чотириполюсника по напрузі  $K_U(j\omega)$  в режимі холостого ходу, використовуючи співвідношення:

$$K_U(j\omega) = \frac{1}{A_{11}}, \quad (7.10)$$

3.4. Розрахувати і побудувати графіки АЧХ і ФЧХ коефіцієнта передачі по напрузі в режимі холостого ходу. Розрахунок і побудову графіків виконати в діапазоні частот від 0 до  $10f_1$ .

3.5. Вивчити методику проведення експерименту. Дати відповіді на контрольні питання п. 6.

#### 4. Експериментальна частина

Робота виконується із використанням макетів П-подібного чотириполюсника та Т-подібного. Опори  $R_1, R_2 (R_3, R_4)$  величиною 100 Ом, включають послідовно з входом і виходом чотириполюсника для вимірювання струмів, що протікають через затискачі чотириполюсника.

4.1. За допомогою універсального вольтметра виміряти величини опорів  $R_1, R_2 (R_3, R_4)$ .

4.2. Зібрати схему для вимірювання входних опорів  $Z_{1xx}$  та  $Z_{1кз}$  (рис. 7.5).

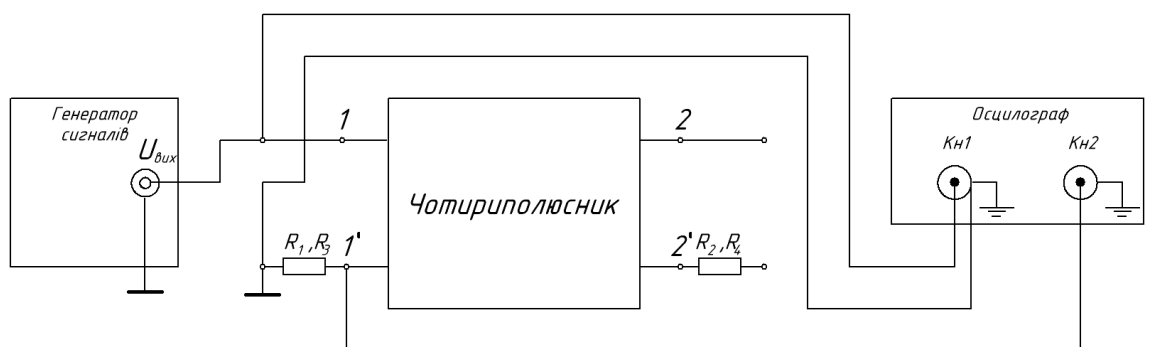


Рис. 7.5 – Схема вимірювання входних опорів  $Z_{1xx}$  та  $Z_{1кз}$

Після перевірки схеми викладачем увімкніть живлення приладів. Встановити на генераторі параметри впливу – гармонійний сигнал із частотою, рівній заданому значенню  $f_1$ , встановити перемикачі осцилографа

в наступні положення: режим роботи «MODE» - «DUAL», режим синхронізації «MODE» –

«AUTO», джерело синхронізації «TRIGGER SOURCE» – «CH1». Змінюючи вихідну напругу генератора, встановить амплітуду сигналу на вході чотириполюсника (канал 1 осцилографа) 5 В.

4.3. Виміряти амплітуду сигналу на вході чотириполюсника  $U_{mBX}$  (канал 1 осцилографа). Виміряти амплітуду сигналу (напругу падіння) на опорі  $R_1$  ( $R_3$ )  $U_{mR1}$  (канал 2 осцилографа). Розрахувати модуль вхідного опору

$$|Z_{1XX}| = \frac{U_{mBX}}{I_{mBX}} = \frac{U_{mBX} \cdot R_1}{U_{mR1}}.$$

Визначити часовий зсув  $t_3$  між сигналами в каналах осцилографа. Якщо сигнал в каналі 2 відстає від сигналу в каналі 1, то  $t_3$  необхідно взяти із «-», якщо випереджає, то із «+». Розрахувати зсув фаз між струмом і напругою на вході чотириполюсника  $\Delta\varphi$ , рад =  $2\pi f t_3$ , або  $\Delta\varphi$ , град =  $360 f t_3$ .

Розрахувати комплексний вхідний опір  $Z_{1XX} = |Z_{1XX}| e^{-j\Delta\varphi}$ .

4.4. З'єднати затискачі 2 – 2\* чотириполюсника перемичкою (Рис. 7.5). Повторити вимірювання величин  $U_{mBX}$ ,  $U_{mR1}$ ,  $t_3$ . За результатами вимірювань розрахувати комплексний опір  $Z_{1K3}$  аналогічно п. 4.3.

4.5. Зібрати схему для вимірювання вхідних опорів  $Z_{2XX}$  та  $Z_{2K3}$  (рис. 7.6).

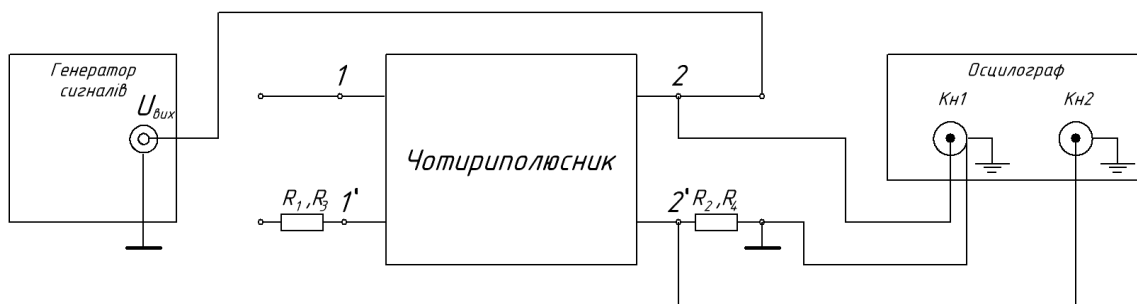


Рис. 7.6 – Схема вимірювання вхідних опорів  $Z_{2XX}$  та  $Z_{2K3}$

Виміряти амплітуди сигналів на вході чотириполюсника  $U_{mBX}$  (канал 1 осцилографа) та напругу падіння на опорі  $R_2$  ( $R_4$ )  $U_{mR2}$  (канал 2 осцилографа). Визначити часовий зсув  $t_3$  між сигналами в каналах



осцилографа. Розрахувати величини  $|Z_{2xx}|$ ,  $Z_{2xx}$ ,  $\Delta\varphi$ , за формулами, аналогічним п. 4.3.

4.6. З'єднати затискачі 1 – 1\* чотириполюсника перемичкою (рис.7.6). Повторити вимірювання величин  $U_{mвх}$ ,  $U_{mR2}$ ,  $t_3$  аналогічно попередньому пункту. За результатами вимірювань розрахувати комплексний опір  $Z_{2кз}$ .

4.7. Зібрати схему для вимірювання АЧХ і ФЧХ коефіцієнта передачі по напрузі в режимі холостого ходу (рис. 7.7).

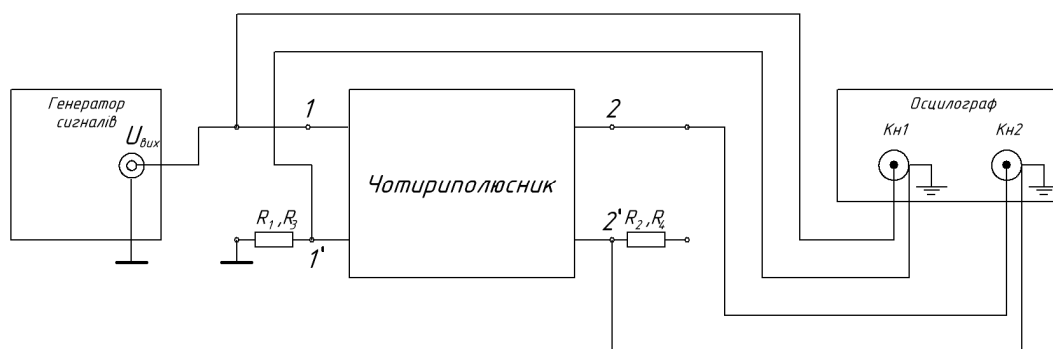


Рис. 7.7 – Схема вимірювання АЧХ та ФЧХ

Встановити амплітуду сигналу на вході чотириполюсника (канал 1 осцилографа) 5 В. Виконати вимірювання амплітуд сигналів на вході  $U_{m1}$  і на виході  $U_{m2}$  чотириполюсника та часового зсув  $t_3$  між ними в інтервалі частот від  $0,25f_1$  до  $10f_1$ . Результати вимірювань занести в таблицю 7.2.

Таблиця 7.2 – Результати вимірювань

$f$ , Гц	$0,25f_1$ .	$0,5f_1$ .	$f_1$ .	$2f_1$ .	$4f_1$ .	$10f_1$ .
$U_{m1}$ , В						
$U_{m2}$ , В						
$t_3$ , мс						

## 5. Обробка результатів

5.1. Використовуючи отримані в результаті експерименту комплексних опори  $Z_{1xx}$ ,  $Z_{1кз}$ ,  $Z_{2xx}$ ,  $Z_{2кз}$ , розрахувати А-параметри чотириполюсника. Для П- подібного чотириполюсника розрахувати Y-параметри, для Т-подібного – Z-параметри. Скласти таблицю порівняння первинних параметрів, отриманих в розрахунковій частині і в результаті експерименту.

5.2. За експериментальними  $Y$  ( $Z$ ) - параметрами скласти П- подібну (Т- подібну) схему заміщення. Визначити які елементи містять гілки схеми заміщення, визначити їх параметри. Порівняти із початковими, що задані в розрахунковій частині схемою чотириполюсника.

5.3. За результатами п. 4.7 розрахувати АЧХ  $K_U(f) = U_{m2}/U_{m1}$  та  $\varphi_U(f)$ , град =  $360ft_3$ . Побудувати графіки АЧХ і ФЧХ. Перевірити виконання співвідношення (7.10).

5.4. Сформулювати висновки по виконаній роботі.

## 6. Контрольні питання

1. Що розуміють під терміном чотириполюсник? В яких випадках має сенс розглядати електричне коло у вигляді чотириполюсника?
2. Який чотириполюсник називають оборотним? Який чотириполюсник називають симетричним?
3. Що розуміють під первинними параметрами чотириполюсника? Які існують системи первинних параметрів?
4. Які існують способи визначення первинних параметрів?
5. Що таке опір холостого ходу і короткого замикання? Як по ним визначити первинні параметри?
6. Якими властивостями володіють первинні параметри оборотного чотириполюсника?
7. Який фізичний зміст мають  $Y$ ,  $Z$ ,  $A$ -параметри?
8. Як пов'язаний комплексний коефіцієнт передачі по напрузі чотириполюсника із його первинними параметрами?
9. Як побудувати П-подібну схему заміщення чотириполюсника?
10. Як побудувати Т-подібну схему заміщення чотириполюсника?