

## Лабораторна робота 4

### Індуктивно-зв'язані кола

#### 1. Мета роботи

Оволодіння методами розрахунку і вимірювання параметрів кіл із взаємною індуктивністю. Експериментальне визначення основних параметрів трансформаторів.

#### 2. Основні теоретичні положення

Дві або більше індуктивних котушок називаються зв'язаними, якщо зміна струму однієї з котушок викликає поява ЕРС в інших. Явище наведення ЕРС в будь-якої індуктивної котушки при зміні струму іншої котушки називається взаємоіндукцією, а наведена ЕРС – ЕРС взаємоіндукції.

Для аналізу кіл з взаємною індуктивністю при гармонійному впливі доцільно використовувати метод комплексних амплітуд. Компонентні рівняння двох зв'язаних індуктивностей в комплексній формі записуються в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Комплексне діюче значення напруги на кожній із зв'язаних індуктивностей містить два доданка:

- напруга на комплексному опорі індуктивності  $Z_L = j\omega L$ , викликана струмом, що проходить по ньому,
- напруга на комплексному опорі зв'язку  $Z_M = j\omega M$ , викликана струмом, що проходить по іншій індуктивності.

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{L1} \dot{I}_1 \pm Z_M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{L2} \dot{I}_2 \pm Z_M \dot{I}_1 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Якщо індуктивним зв'язком охоплено  $n$  індуктивностей, то комплексні діючі значення напруг на їхніх затискачах визначають системою рівнянь:

$$\begin{aligned}
\dot{U}_1 &= Z_{L1}\dot{I}_1 \pm Z_{M12}\dot{I}_2 \pm \dots \pm Z_{M1n}\dot{I}_n \\
\dot{U}_2 &= \pm Z_{M21}\dot{I}_1 \pm Z_{L2}\dot{I}_2 \pm \dots \pm Z_{M2n}\dot{I}_n \\
\dot{U}_n &= \pm Z_{Mn1}\dot{I}_1 \pm Z_{Mn2}\dot{I}_2 \pm \dots \pm Z_{Ln}\dot{I}_n
\end{aligned}
\tag{4.3}$$

Напруги на опорах зв'язку беруть зі знаком «+» при узгодженому включенні індуктивностей, коли струми протікають в одному напрямі через однойменні затискачі, і зі знаком «-» – при зустрічному, коли струми протікають в різних напрямках по відношенню до однойменних затискачів.

Система рівнянь електричної рівноваги кола із взаємними індуктивностями так само, як і системи основних рівнянь кіл, що не містять взаємних індуктивностей, формують із компонентних рівнянь (рівнянь гілок), а також рівнянь балансу струмів і напруг, складених на підставі законів Кірхгофа. Вид і кількість рівнянь, що складають на підставі законів Кірхгофа, визначаються тільки топологією кола і не залежать від елементів, що містить коло.

Трансформатор – це пристрій для передачі енергії із однієї частини електричного кола в інше, засноване на використанні явища взаємоіндукції. Трансформатор складається з декількох зв'язаних індуктивних котушок (обмоток). Обмотку, що підключена до джерела енергії, називають первинною, інші обмотки називають вторинними. Часто обмотки розміщені на загальному феромагнітному осерді для зменшення потоків розсіювання і підвищення індуктивності котушок. Трансформатор із феромагнітним осердям являє собою пристрій з нелінійними характеристиками, так як властивості магнітних матеріалів істотно залежать від напруженості пронизуючих їх магнітних полів і, отже, від струмів, що створюють ці поля. Процеси в такому трансформаторі описуються за допомогою нелінійних диференціальних рівнянь.

У трансформаторі без феромагнітного осердя електричні процеси можуть бути описані лінійними диференціальними рівняннями, тому такий трансформатор називають лінійним.

У ряді випадків, коли нелінійність магнітних матеріалів не робить

істотного впливу на характеристики трансформатора із феромагнітним осердям, його наближено розглядають як лінійний.

Лінійний трансформатор, що містить дві обмотки, можна розглядати як дві зв'язані котушки з лінійної індуктивністю (рис. 4.1). Опора  $R_{L1}$  і  $R_{L2}$  враховують втрати енергії в обмотках трансформатора.

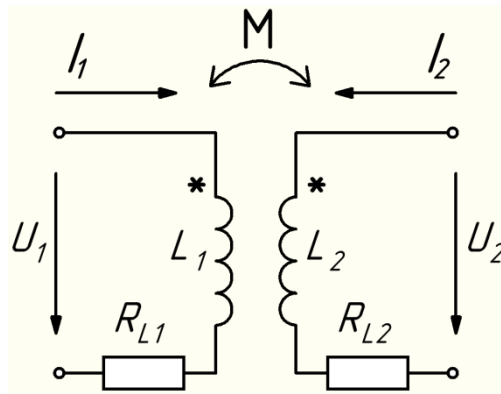


Рис. 4.1 – Еквівалентна схема лінійного трансформатора

При гармонійному зовнішньому впливі рівняння, що описують трансформатор, мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (R_{L1} + j\omega L_1)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 \\ -\dot{U}_2 &= (R_{L2} + j\omega L_2)\dot{I}_2 - j\omega M\dot{I}_1 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ці рівняння рівносильні наступним:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (R_{L1} + j\omega(L_1 - M) + j\omega M)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 \\ -\dot{U}_2 &= (R_{L2} + j\omega(L_2 - M) + j\omega M)\dot{I}_2 - j\omega M\dot{I}_1 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Дані рівняння є контурними рівняннями для схеми на рис. 4.2

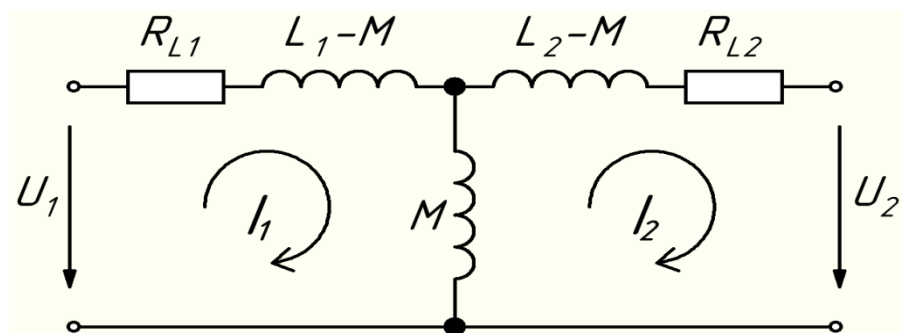


Рис.4.2. – Схема заміщення лінійного трансформатора, що не містить зв'язаних індуктивностей (наведена схема заміщення)

При однаковому числі витків первинної і вторинної обмоток різниці  $L_1 - M$  та  $L_2 - M$  мають фізичний зміст індуктивностей розсіювання.

Якщо трансформатор працює в режимі холостого ходу, навантаження до вторинної обмотки не підключено, то в первинній обмотці буде протікати струм, що називають струмом намагнічування:

$$i_{1XX} = \frac{\dot{U}_1}{R_{L1} + j\omega L_1} \quad (4.6)$$

Досконалим трансформатором називають ідеалізований чотириполюсний елемент, який представляє собою дві зв'язані індуктивності із коефіцієнтом зв'язку  $k$  рівним одиниці:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (4.7)$$

У досконалому трансформаторі  $R_{L1} = R_{L2} = 0$ ,  $M = \sqrt{L_1 L_2}$ , а рівняння, що зв'язують струми і напруги обмоток, мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \dot{U}_2, \\ i_1 &= \left( \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} + \frac{Z_H}{j\omega L_1} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \right) \cdot i_2, \end{aligned} \quad (4.8)$$

де  $Z_H$  – комплексний опір навантаження.

Коефіцієнт трансформації  $n$  визначається числом витків  $N_1$ ,  $N_2$  або індуктивності  $L_1$ ,  $L_2$  обмоток:

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}. \quad (4.9)$$

Досконалий трансформатор, струм намагнічування якого дорівнює нулю, що можливо при прагненні індуктивностей обмоток до нескінченності, називають ідеальним трансформатором. Компонентні рівняння ідеального трансформатора мають вигляд:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_2}{n}, \dot{I}_1 = n\dot{I}_2. \quad (4.10)$$

З компонентних рівнянь видно, що при будь-якому значенні опору навантаження відношення напруги вторинної обмотки до напруги первинної обмотки ідеального трансформатора дорівнює відношенню струмів первинної і вторинної обмоток і дорівнює коефіцієнту трансформації:

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = n. \quad (4.11)$$

У зв'язку з тим, що коефіцієнт трансформації  $n$  є дійсним числом, напруга і струм первинної обмотки мають такі ж початкові фази, як відповідно напруга і струм вторинної обмотки, і відрізняються від них тільки по амплітуді.

Миттєва і комплексна потужності, споживані первинною обмоткою, рівні миттєвої і комплексної потужностей, що віддається ідеальним трансформатором в навантаження:

$$\dot{U}_1 \dot{I}_1^* = \dot{U}_2 \dot{I}_2^*, \quad (4.12)$$

тобто ККД ідеального трансформатора дорівнює одиниці.

Якщо до вторинної обмотки ідеального трансформатора підключено опір навантаження  $Z_H$ , то його вхідний опір з боку первинної обмотки дорівнює:

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2}{n^2 \dot{I}_2} = \frac{Z_H}{n^2}. \quad (4.13)$$

Таким чином, вхідний опір ідеального трансформатора відрізняється від опору навантаження по модулю в  $n^2$  разів. Ця властивість трансформатора широко використовується в радіоелектронних пристроях для узгодження опору джерела енергії з навантаженням.

На відміну від ідеального, в реальному трансформаторі відбуваються втрати енергії, він характеризується в ряді випадків значними паразитними ємностями, індуктивність його обмоток має кінцеве значення, а потоки розсіювання не рівні нулю. Як правило, при розробці конструкції

трансформатора приймається ряд заходів, спрямованих на наближення його властивостей до властивостей ідеального трансформатора.

### 3. Розрахункова частина

3.1. Вивести розрахункові формули для обробки експериментальних даних, які будуть отримані при виконанні пунктів 4.1 та 4.2 (формули для розрахунку індуктивності котушок  $L_1$ ,  $L_2$  і взаємної індуктивності  $M$ ). Еквівалентна схема трансформатора показана на рис.4.3.  $L_1$ , і  $L_2$  – індуктивності обмоток трансформатора,  $M$  – взаємна індуктивність між первинною і вторинною обмотками,  $R_1$  і  $R_2$  – вимірювальні опори, які призначені для визначення струмів, що протікають по обмотках,  $R_{L1}$  і  $R_{L2}$  – опори втрат обмоток трансформатора.

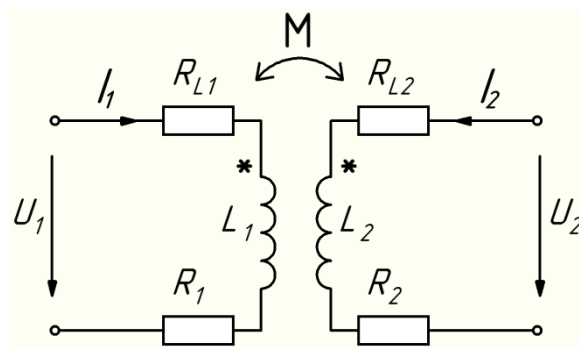


Рис.4.3. – Еквівалентна схема лабораторного трансформатора

3.2. Розрахувати комплексні діючі значення струмів і напруг на елементах схеми заміщення трансформатора (рис. 4.2), опори  $R_1$  та  $R_2$  вважаєте елементами трансформатора:

а) в режимі «холостого ходу» (при розімкнутій вторинній обмотці трансформатора);

б) в режимі «навантаження» (в якості навантаження використовується опір  $R_3$ ).

Побудувати векторні діаграми струмів і напруг для зазначених режимів роботи.

3.3. За наведеною схемою заміщення (рис. 4.2) розрахувати і побудувати амплітудно-частотну характеристику трансформатора (залежність модуля

коефіцієнта передачі трансформатора по напрузі від частоти –  $K_U(\omega) = U_2/U_1$ ) в режимі навантаження трансформатора на опір  $R_3$ . Визначити смугу пропускання трансформатора із умови зменшення коефіцієнта передачі в межах в  $\sqrt{2}$  разів у порівнянні з максимальним значенням в області середніх частот. Дані для розрахунку знаходяться в таблиці в лабораторії.

#### 4. Експериментальна частина

Як джерело напруги використати генератор, параметри його вихідної напруги задані в таблиці даних в лабораторії, форма сигналу – гармонійна.

4.1. Визначити індуктивності котушок  $L_1, L_2$ .

4.1.1. Виміряти за допомогою універсального вольтметра опір  $R_1$  і активний опір  $R_{L1}$  індуктивної котушки  $L_1$ .

4.1.2. Підключити вихід генератора до входу трансформатора (до елементів  $R_1, L_1$ ). Вихід трансформатора залишити розімкненим. Виміряти вольтметром діючі значення напруг  $U_{R1}, U_{L1}$  на елементах  $R_1, L_1$ . По напрузі падіння на резисторі  $R_1$  розрахувати діюче значення струму, що протікає в колі.

4.1.3. Використовуючи результати вимірювань і формули, виведені в п. 3.1 при підготовці до роботи, розрахувати індуктивність  $L_1$ .

4.1.4. Повторити пункти 4.1.1 – 4.1.3 для вимірювання параметрів котушки  $L_2$  і опору  $R_2$ . Для визначення індуктивності  $L_2$  підключити генератор до елементів  $R_2, L_2$ , виміряти напруги  $U_{R2}, U_{L2}$  і далі розрахувати  $L_2$  аналогічно п. 4.1.3.

4.2. Визначити взаємну індуктивність  $M$  котушок  $L_1$  і  $L_2$ .

4.2.1. Увімкнути котушки  $L_1$  і  $L_2$  зустрічно (рис. 4.4).

4.2.2. Підключити вихід генератора до послідовно з'єднаних елементів  $L_1$  і  $L_2$  та  $R_1$  і  $R_2$  (рис. 4.4), виміряти вольтметром напруги на котушках  $U_{12}$  (між затискачами  $1'2'$ ) і на резисторі  $R_1 - U_{R1}$ . По напрузі падіння на резисторі  $R_1$  визначте струм, що протікає в колі.

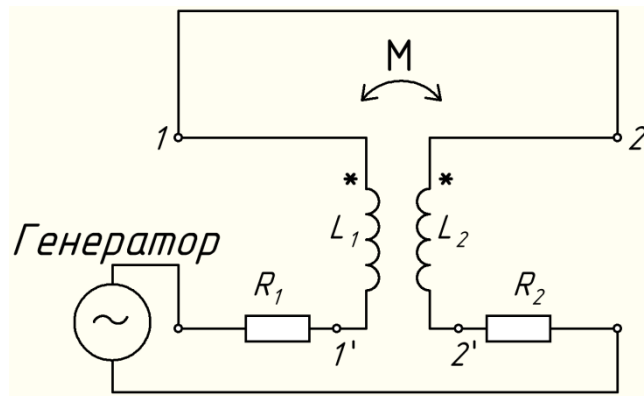


Рис.4.4 – Схема зустрічного включення котушок

4.2.3. Використовуючи результати вимірювань і формули, виведені в п. 3.1 при підготовці до роботи, розрахувати взаємну індуктивність  $M$  між котушками  $L_1$  і  $L_2$ .

4.2.4. Повторити вимірювання взаємної індуктивності при узгодженому включенні котушок. Для цього повторити пункти 4.2.1 – 4.2.3. Схема узгодженого включення зображена рис. 4.5. Напругу на послідовно з'єднаних котушках  $U_{12}$  вимірювати між точками  $1$  та  $2$ .

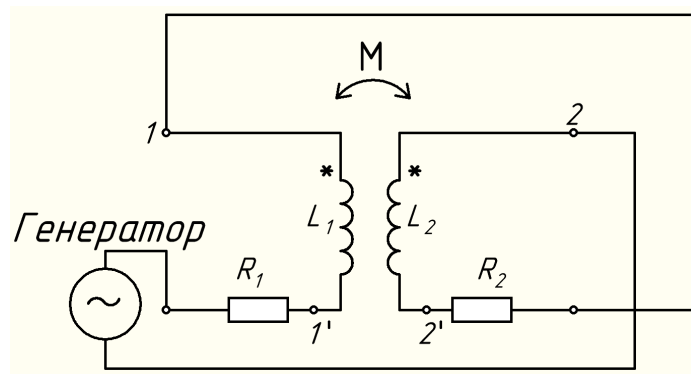


Рис.4.5 – Схема узгодженого включення котушок

4.3. Дослідити трансформатор в режимі холостого ходу.

4.3.1. Підключити вихід генератора до входу трансформатора (до кола  $R_1$ ,  $L_1$ , рис.4.1). Виходи трансформатора, елементи  $L_2$  та  $R_2$  (а також  $L_3$ ) залишити розімкнутими. Встановити напругу на вході трансформатора  $U_1$  рівним заданому (виміряти вольтметром, опора  $R_1$  і  $R_2$  вважати елементами трансформатора). Виміряти напругу на виході трансформатора  $U_2$  (Рис. 4.1).



По напрузі падіння на опорі  $R_1$  розрахувати струм первинної обмотки трансформатора  $I_{1XX}$ . За отриманими даними розрахувати коефіцієнт трансформації  $n = U_2/U_1$ .

4.3.2. Повторити пункт 4.3.1 для зворотного включення трансформатора використовуючи в якості первинної обмотки котушку  $L_2$  (із резистором  $R_2$ ), а в якості вторинної –  $L_1$ .

4.4. Дослідити трансформатор в режимі навантаження. В якості навантаження використати опір  $R_3$ , який підключити до виходу трансформатора – до кола  $L_2, R_2$ .

4.4.1. Підключити вихід генератора до входу трансформатора (до кола  $R_1, L_1$ ). До виходу трансформатора (до кола  $L_2, R_2$ ) підключити опір  $R_3$ . Встановити напругу на вході трансформатора  $U_1$  рівним заданому (рис.4.1, напругу виміряти вольтметром). Виміряти вольтметром напругу на виході трансформатора  $U_2$  (на опорі навантаження  $R_3$ ). По падінням напруг на опорах  $R_1$  і  $R_2$  розрахувати струми первинної  $I_1$  і вторинної  $I_2$  обмоток. Розрахувати коефіцієнт трансформації  $n = U_2/U_1$ .

4.4.2. Зняти залежність величини вихідної напруги  $U_2$  від частоти вхідної напруги (амплітудно-частотну характеристику трансформатора) в режимі навантаження. Вимірювання провести в діапазоні від 50 Гц до 200 кГц, змінюючи частоту від вимірювання до вимірювання на октаву (в два рази), при цьому контролювати і підтримувати на заданому рівні вхідну напругу  $U_1$ .

4.5. Дослідити трансформатор при з'єднанні вторинних обмоток  $L_2$  і  $L_3$ .

4.5.1. Зібрати схему (рис. 4.6,а). Підключити вихід генератора до входу трансформатора (до кола  $R_1, L_1$ ), встановити напругу на вході трансформатора  $U_1$  рівним заданому. Виміряти напруги  $U_2, U_3, U_4$  і струм первинної обмотки по падінню напруги  $U_{R1}$  на резисторі  $R_1$ .

4.5.2. Зібрати схему (рис. 4.6, б). Повторити вимірювання напруг  $U_1, U_2,$

$U_3$ ,  $U_4$  і струму первинної обмотки аналогічно п. 4.5.1.

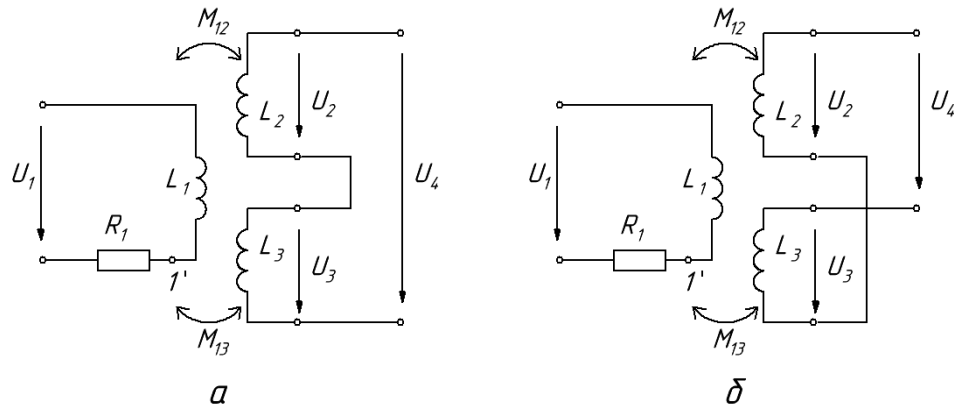


Рис.4.6 – Узгоджене (а) і зустрічне (б) з'єднання вторинних обмоток трансформатора

## 5. Обробка результатів

За результатами проведених вимірювань розрахувати параметри наведеної схеми заміщення (рис.4.2), визначити діючі значення струмів і напруг на елементах.

Скласти таблиці порівняння результатів, отриманих в ході підготовки розрахунковим шляхом і виміряних при виконанні роботи.

За результатами п. 4.4.2 розрахувати і побудувати амплітудно-частотну характеристику трансформатора (залежність коефіцієнта передачі по напрузі  $K_U(\omega) = U_2/U_1$  від частоти).

Побудувати векторні діаграми струмів і напруг трансформатора (для наведеної схеми заміщення) в режимах холостого ходу і навантаження. Для порівняння обрати однакові масштаби при побудові векторних діаграм за розрахунковими даними і за результатами експерименту.

У висновках пояснити отримані в усіх пунктах завдання експериментальні результати.

## 6. Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- мету роботи;
- виводи розрахункових формул із схемами вимірювання індуктивності котушок і взаємної індуктивності;
- наведену схему заміщення трансформатора;
- розрахункову частину (вихідні дані, розрахункові формули із поясненнями, результати розрахунків);
- схему лабораторного блоку;
- результати вимірювань;
- таблицю порівняння результатів, отриманих розрахунковим і експериментальним шляхом;
- векторні діаграми струмів і напруг в режимах холостого ходу і навантаження, побудовані за розрахунковими і експериментальними даними;
- амплітудно-частотні характеристики, отримані розрахунковим і експериментальним шляхом;
- висновки.

## **7. Контрольні питання**

1. Що таке зв'язані котушки, зв'язані індуктивності?
2. У чому полягає явище взаємоіндукції?
3. Що таке потоки самоіндукції, взаємоіндукції і розсіювання?
4. Що означає узгоджене і зустрічне включення зв'язаних котушок, як визначити характер включення по однойменних затискачів?
5. Що таке опір зв'язку, коефіцієнт зв'язку?
6. Чому дорівнює індуктивність двох послідовно з'єднаних індуктивно-зв'язаних котушок?
7. Чому дорівнює індуктивність двох паралельно з'єднаних індуктивно-зв'язаних котушок?
8. Як за допомогою генератора гармонійних коливань і вольтметра визначити індуктивність котушки? Взаємну індуктивність котушок?
9. Що таке лінійний трансформатор? Який трансформатор є лінійним?

10. Які існують схеми заміщення трансформатора? Яка мета і сенс використання схем заміщення трансформатора?

11. Як змінюються вихідна напруга і струм первинної обмотки трансформатора в режимі навантаження в порівнянні з режимом холостого ходу?

12. Чем визначаються межі частотного діапазону, в якому може працювати трансформатор?

13. Що таке ідеальний трансформатор? Чим визначається коефіцієнт трансформації?

14. Як вибрати параметри ідеального трансформатора для узгодження джерела сигналу з навантаженням?