

Лабораторна робота 3

Складні лінійні електричні кола

1. Мета роботи

Освоєння і порівняння методів розрахунку складних електричних кіл при гармонійному впливі: методів контурних струмів, вузлових потенціалів (напруг) і методу накладення. Експериментальна перевірка методів.

2. Основні теоретичні положення

Метод контурних струмів. Метод контурних струмів базується на важливій топологічній особливості електричних кіл: струми всіх віток кола можуть бути виражені через струми головних віток.

Для визначення струмів головних віток (контурних струмів) складають систему із контурних рівнянь.

На практиці контурні рівняння формують не вдаючись до написання основної системи рівнянь електричної рівноваги за законами Кірхгофа, тому застосування цього методу дозволяє спростити і складання та рішення рівнянь електричної рівноваги кола.

У матричній формі систему контурних рівнянь записують в наступному вигляді:

$$[Z_k] \cdot [i_k] = [\dot{E}_k], \quad (3.1)$$

де $[Z_k]$ – матриця опорів контурів, $[i_k]$ – матриця контурних струмів, $[\dot{E}_k]$ – матриця контурних ЕРС.

$$[Z_k] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix}, [i_k] = \begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{22} \\ \dots \\ i_{nn} \end{bmatrix}, [\dot{E}_k] = \begin{bmatrix} \dot{E}_{11} \\ \dot{E}_{22} \\ \dots \\ \dot{E}_{nn} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

$n = (p - q + 1)$ – число незалежних контурів, де p – число віток, q – число вузлів кола.

Правила складання контурних рівнянь

1. Формування $[Z_k]$. Елементи матриці формують наступним чином:

Z_{ii} – власний опір i -го контуру, це сума опорів всіх віток, що входять в цей контур.

Z_{ij} – взаємний або загальний опір i -го і j -го контурів, дорівнює сумі опорів віток, загальних для i -го і j -го контурів. Взаємний опір береться зі знаком «плюс», якщо контурні струми протікають через загальні вітки в однаковому напрямку; та зі знаком «мінус», якщо контурні струми в загальних вітках мають протилежні напрями. Якщо контури, що розглядаються не мають загальних віток, то їх взаємний опір дорівнює нулю.

Для лінійних кіл, складених тільки з опорів, ємностей, індуктивностей і незалежних джерел напруги, матриця контурних опорів квадратна і симетрична щодо головної діагоналі.

2. Формування $[I_k]$. Це матриця-стовпець невідомих контурних струмів.

3. Формування $[\dot{E}_k]$. \dot{E}_{ii} – контурна ЕРС i -го контуру, це алгебраїчна сума ЕРС всіх джерел напруги, що входять в даний контур. Якщо напрям ЕРС будь-якого джерела, що входить в i -й контур, збігається з напрямом контурного струму цього контуру, то відповідна ЕРС береться зі знаком «плюс», в іншому випадку – зі знаком «мінус».

Вирішуючи систему контурних рівнянь будь-яким з методів, можна знайти все невідомі контурні струми кола.

Наприклад, вираз для контурного струму k -го контуру при використанні формули Крамера:

$$I_{kk} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta_{ik}}{\Delta} \dot{E}_{ii}, \quad (3.3)$$

де Δ – визначник системи рівнянь; Δ_{ik} – алгебраїчне доповнення елемента Z_{ik} цього визначника. На практиці зазвичай використовують більш ефективні методи обчислень, такі, наприклад, як метод виключення Гауса.

Якщо електричне коло містить незалежні джерела струму, то їх слід замінити незалежними джерелами напруги за допомогою еквівалентних перетворень

або вибрати дерево кола таким чином, щоб вітки із джерелами струму увійшли до складу головних віток. кількість невідомих контурних струмів скорочується при цьому на число незалежних джерел струму. Матриця контурних опорів в цьому випадку буде не квадратною: число стовпців дорівнюватиме числу незалежних контурів, а число рядків - числу невідомих контурних струмів.

Метод вузлових потенціалів (напруг). Метод формування рівнянь електричної рівноваги кола, в якому в якості незалежних змінних використовують напруги вузлів відносно базисного, називають методом вузлових потенціалів (напруг). Напруги всіх віток електричного кола можуть бути виражені через вузлові напруги. При цьому напруга базисного вузла приймається рівним нулю.

На практиці вузлові рівняння формують не вдаючись до написання основної системи рівнянь електричної рівноваги, тому застосування цього методу дозволяє спростити і складання та рішення рівнянь.

У матричній формі система вузлових рівнянь записують в наступному вигляді:

$$[Y_y] \cdot [\dot{U}_y] = [j_y], \quad (3.4)$$

де Y_y – матриця провідностей вузлів, \dot{U}_y - матриця вузлових напруг, j_y – матриця вузлових струмів.

$$[Y_y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1m} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \dots & Y_{mm} \end{bmatrix}, [\dot{U}_y] = \begin{bmatrix} \dot{U}_{11} \\ \dot{U}_{22} \\ \dots \\ \dot{U}_{mm} \end{bmatrix}, [j_y] = \begin{bmatrix} j_{11} \\ j_{22} \\ \dots \\ j_{mm} \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

$m = (q - 1)$ – число незалежних вузлів, де q – загальне число вузлів кола.

Правила складання вузлових рівнянь

1. Формування $[Y_y]$. Елементи матриці формують наступним чином:

Y_{ii} – власна провідність i -го вузла – це сума провідностей всіх віток, підключених до даного вузла.

Y_{ij} – взаємна провідність i -го і j -го вузлів – це сума провідностей всіх віток, включених безпосередньо між i -м і j -м вузлами, які взяті із протилежним знаком. Якщо в колі відсутні вітки, включені безпосередньо між i -м і j -м вузлами, то $Y_{ij} = 0$.

Для лінійного електричного кола, що складається тільки із опорів, ємностей, індуктивностей і незалежних джерел струму, матриця вузлових провідностей квадратна і симетрична відносно головної діагоналі.

2. Формування $[\dot{U}_y]$. Це матриця-стовпець невідомих вузлових напруг.

3. Формування $[j_y]$. J_{ii} – вузловий струм i -го вузла, це алгебраїчна сума струмів всіх джерел струму, підключених до даного вузла. Якщо струм будь-якого джерела струму спрямований до вузла, то він береться із знаком «плюс», якщо струм направлений від вузла, то він береться із знаком «мінус».

Вирішуючи систему вузлових рівнянь будь-яким із методів, можна знайти всі невідомі вузлові напруги кола.

Наприклад, вираз для напруги k -го вузла при використанні формули Крамера:

$$\dot{U}_{kk} = \sum_{i=1}^m \frac{\Delta_{ik}}{\Delta} J_{ii}, \quad (3.6)$$

де Δ – визначник системи рівнянь; Δ_{ik} – алгебраїчне доповнення елемента Y_{ik} цього визначника.

Якщо коло містить незалежні джерела напруги, то їх слід замінити незалежними джерелами струму за допомогою еквівалентних перетворень. Або скласти систему рівнянь із врахуванням того, що не всі вузлові напруги будуть незалежні: вузлові напруги двох вузлів, між якими включене ідеальне джерело напруги, будуть відрізнятися тільки на величину ЕРС цього джерела. Якщо в якості базисного вибрати вузол, до якого підключено ідеальне джерело напруги, то кількість невідомих вузлових напруг скорочується при цьому на число джерел напруг. Матриця провідностей вузлів в цьому випадку буде не квадратною: число стовпців буде

дорівнювати числу незалежних вузлів, а число рядків – числу невідомих вузлових напруг.

Метод накладення

Метод накладення дозволяє розраховувати реакцію кола на складний вплив. Реакція лінійного кола на довільний зовнішній вплив, що представляє собою лінійну комбінацію більш простих дій, дорівнює лінійної комбінації реакцій, викликаних кожним із простих впливів окремо.

Таким чином, струм або напруга будь-якої вітки лінійного електричного кола, що містить поряд з пасивними елементами залежні і незалежні джерела струму та напруг, дорівнюють сумі часткових струмів або напруг, викликаних дією кожного незалежного джерела окремо.

3. Розрахункова частина

3.1. Визначити комплексні діючі значення струмів в вітках і напруг на елементах кола методами:

- а) контурних струмів;
- б) вузлових напруг;
- в) накладення (в вітці CR).

Принципова схема кола зображена на рис. 3.1, еквівалентна схема заміщення – на рис. 3.2. Параметри елементів для кожного лабораторного стенду наведені в таблиці, що знаходиться в лабораторії. Початкову фазу ЕРС джерел \dot{E}_1 і \dot{E}_2 прийняти рівною 0.

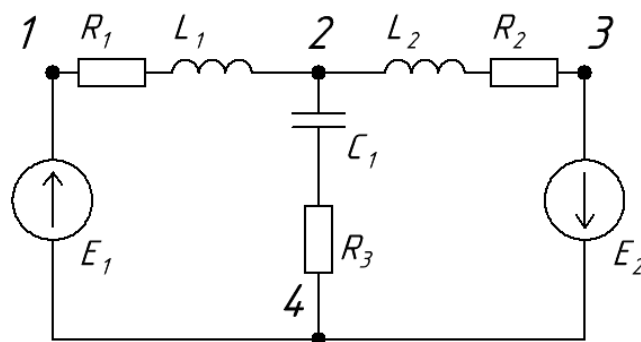


Рис.3.1 – Принципова схема кола

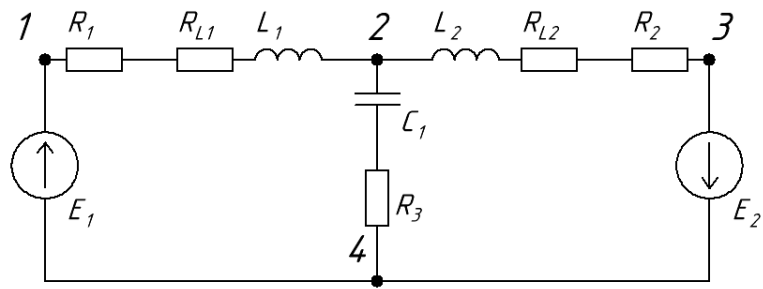


Рис.3.2 – Еквівалентна схема заміщення кола

3.2. Перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей.

3.3. За результатами розрахунків побудувати векторні діаграми струмів і напруг на елементах.

3.4. Ознайомитися із змістом експерименту та продумати порядок його виконання.

4. Експериментальна частина

4.1. Виміряти за допомогою універсального вольтметра величини опорів $R_1, R_2, R_3, R_{L1}, R_{L2}$, порівняти їх із табличними даними.

4.2. Скласти електричне коло (рис.3.1).

4.3. Після перевірки схеми викладачем, встановити параметри вихідної напруги генератора – гармонійний сигнал, частоту і діюче значення – відповідно до даних домашнього завдання. Виміряти вольтметром діючі значення ЕРС E_1, E_2 , переконатися, що вони відповідають заданим значенням, при необхідності провести корегування, змінюючи вихідну напруга генератора.

4.4. Виміряти вольтметром діючі значення напруг на всіх елементах кола.

4.5. Розрахувати діючі значення струмів всіх віток

$$I = \frac{U_R}{R} . \quad (3.7)$$

4.6. Визначити зсув фаз між струмами в вітках і ЕРС джерел. Наявне в лабораторії обладнання дозволяє визначити різницю фаз між двома

напругами. При визначенні зсувів фаз скористатися тим, що струми в вітках синфазні із напругами на резисторах R_1, R_2, R_3 .

4.6.1. Для вимірювання зсуву фаз між U_{R_1} і E_1 , вузол 1 з'єднати із загальним виводом кабелю осцилографа (рис. 3.3). При цьому фактично вимірюється зсув фаз між U_{R_1} і $(-E_1)$. Фазовий зсув розрахувати за результатами вимірювань часового зсуву між сигналами (див. лабораторну роботу № 2, п. 4.6).

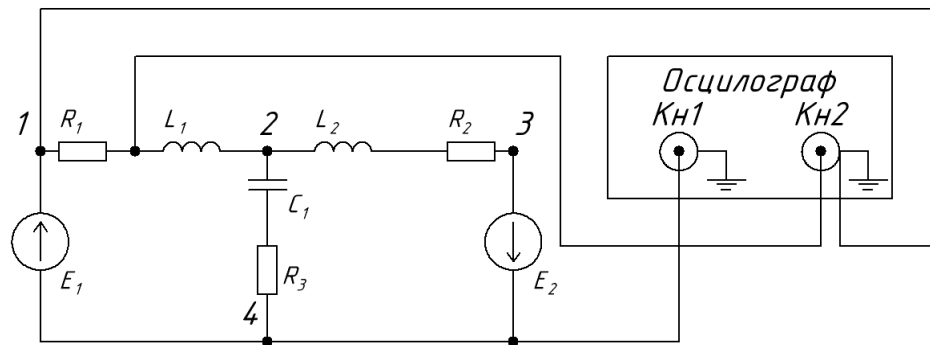


Рис.3.3 – Схема вимірювання фазового зсуву між U_{R_1} і $(-E_1)$.

4.6.2. Для вимірювання зсуву фаз між U_{R_3} і E_1 , потрібно з'єднати вузол 4 із загальним виводом кабелю осцилографа (рис. 3.4).

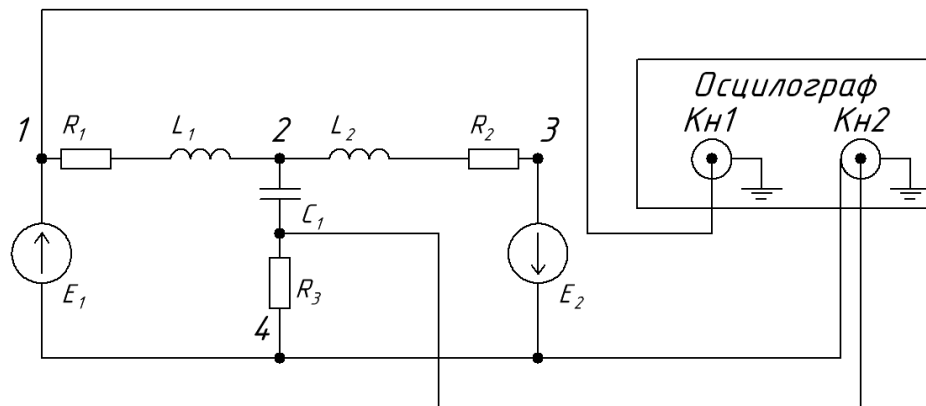


Рис.3.4 – Схема вимірювання фазового зсуву між U_{R_3} і E_1 .

4.6.3. Для вимірювання зсуву фаз між U_{R_2} і $(-E_2)$, необхідно загальний вивід осцилографа з'єднати із вузлом 3 (рис. 3.5).

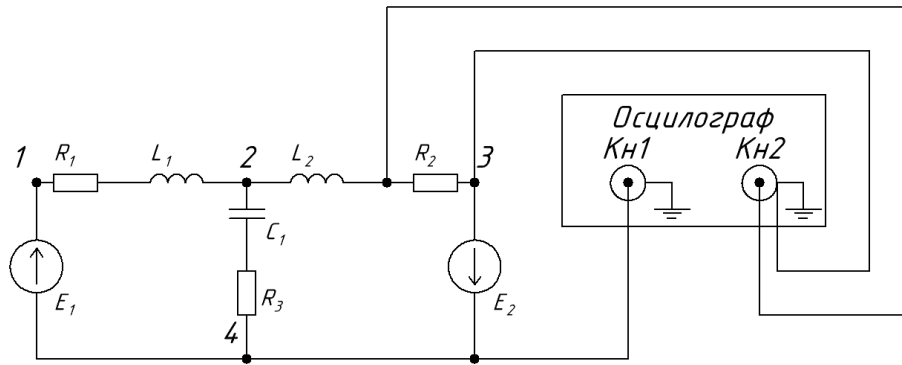


Рис.3.5 – Схема вимірювання фазового зсуву між U_{R_2} і $(-E_2)$.

4.7. Перевірити виконання теореми накладення для вітки $C_1 R_3$.

4.7.1. Замінити джерело E_1 перемичкою. встановити дійсне значення ЕРС E_2 рівним заданому в таблиці початкових даних (виміряти вольтметром). Виміряти вольтметром діюче значення напруги на опорі R_3 – $U_{R_3}^*$ та зсув фаз між $U_{R_3}^*$ і E_2 (схема підключення осцилографа наведена на рис. 3.6).

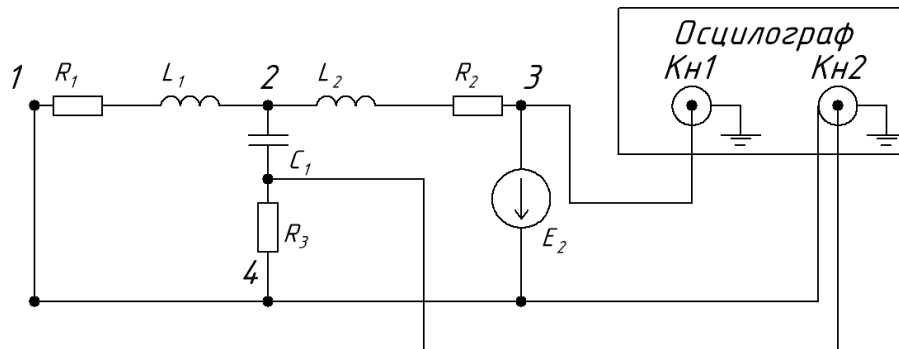


Рис.3.6 – Схема вимірювання фазового зсуву між $U_{R_3}^*$ і E_2
при перевірці теореми накладення

4.7.2. Підключити E_1 (попередньо відключивши перемичку). Замінити джерело E_2 перемичкою. Повторити вимірювання аналогічно п. 4.7.1, виміряти $U_{R_3}^{**}$ і різницю фаз між $U_{R_3}^{**}$ та E_1 (схема підключення осцилографа аналогічна рис. 3.4).

4.7.3. Використовуючи принцип накладення, визначити U_{R_3} .

5. Обробка результатів

5.1. За результатами п. 3.1 і пп. 4.4 – 4.6 скласти таблицю порівняння розрахованих і вимірних напруг і струмів (таб. 3.1).

5.2. Побудувати векторну діаграму в одних координатах із діаграмою домашнього завдання.

5.3. За результатами п. 4.7 і розрахунками методом накладення скласти таблицю порівняння значень (таб. 3.2).

Таблиця 3.1 – Порівняння розрахованих і вимірних напруг і струмів

Величина	Розрахунок		Експеримент
	Контурних струмів	Вузлових потенціалів	
$U_{R1}, В$			
$U_{L1}, В$			
$U_{R2}, В$			
$U_{L2}, В$			
$U_{R3}, В$			
$U_{C1}, В$			
$I_1, МА$			
$I_2, МА$			
$I_3, МА$			
$\Delta\varphi_{I1E1}, \text{град}$			
$\Delta\varphi_{I2E2}, \text{град}$			
$\Delta\varphi_{I3E1}, \text{град}$			

Таблиця 3.2 – Порівняння значень методом накладення

	$U_{R3}^*, В$ (E_1 , відкл)	$U_{R3}^{**}, В$ (E_2 , відкл)	$\Delta\varphi_{U_{R3}^* E_2},$ град	$\Delta\varphi_{U_{R3}^{**} E_1}, В$ град	U_{R3}
Розрахунок					
Експеримент					

6. Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- мету роботи;
- розрахункову частину (вихідні дані, еквівалентну схему кола, розрахункові формули з поясненнями, результати розрахунків);
- схему лабораторної установки;

- таблиці порівняння експериментальних і розрахункових результатів;
- векторні діаграми струмів і напруг, побудовані за результатами розрахунків та експерименту;
- висновки.

7. Контрольні питання

1. Поясніть методику розрахунку електричних кіл методом контурних струмів.
2. Поясніть методику розрахунку електричних кіл методом вузлових потенціалів (напруг).
3. Які існують обмеження при використанні метода контурних струмів? Методу вузлових напруг?
4. У чому суть еквівалентних перетворень електричного кола (наведіть приклади)? Для чого вони застосовуються?
5. Що таке повна і часткова еквівалентність?
6. У чому полягає еквівалентність джерел електричної енергії – джерела струму і джерела напруги?
7. Сформулюйте і поясніть принцип накладення (суперпозиції).
8. Сформулюйте і поясніть теорему про еквівалентне джерело.
9. Поясніть методики визначення фазових зсувів в даній роботі.
10. Запропонуйте інші, що не використалися в даній роботі методи розрахунку електричного кола, зображеного на рис. 3.1.
11. Чи можливо застосувати вивчені вами методи розрахунку до нелінійних електричних кіл?

8. Приклад розрахункової частини

Визначити комплексні діючі значення струмів в вітках на схемі (рис. 3.7) методами: контурних струмів, вузлових напруг і накладення (для вітки C_1).
 Якщо: $e_1(t) = 20\sqrt{2}\sin(\omega t + 30^\circ)$ В; $e_2(t) = 80\sqrt{2}\sin(\omega t)$ В; $R_1 = 26$ Ом;
 $R_2 = 50$ Ом; $L_1 = 0.08$ Гн; $C_1 = 318$ мкФ; $C_2 = 636$ мкФ; $f = 50$ Гц.

Перевірити правильність розрахунку, склавши баланс потужностей.

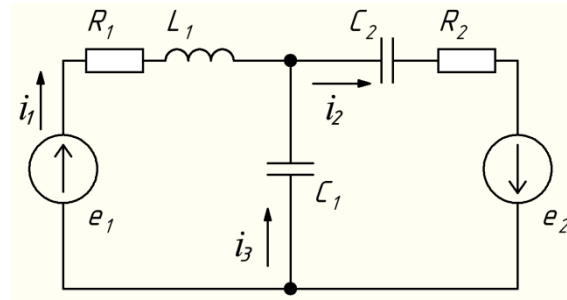


Рис. 3.7 – Електричне коло прикладу

Розв'язок методом контурних струмів

1. Складаємо еквівалентну комплексну схему заміщення (рис. 3.8):

Комплексне діюче значення напруги $e_1(t)$:

$$\dot{E}_1 = E e^{j\varphi_u} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_u} = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = 20 e^{j30^\circ} = 17,32 + j10 \text{ В.} \quad (3.8)$$

Комплексне діюче значення напруги $e_2(t)$:

$$\dot{E}_2 = E e^{j\varphi_u} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_u} = \frac{80\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = 80 + j0 \text{ В.} \quad (3.9)$$

Розраховуємо реактивні опора елементів схеми L_1, C_1, C_2 .

Кутова частота

$$\omega = 2\pi f = 314,16 \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \quad (3.10)$$

Реактивні опора індуктивності X_{L1} і ємностей X_{C1}, X_{C2} :

$$X_{L1} = \omega L_1 = 314,15 \cdot 0,08 = 25,13 \text{ Ом.} \quad (3.11)$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{10^6}{314,15 \cdot 318} = 10 \text{ Ом.} \quad (3.12)$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{10^6}{314,15 \cdot 636} = 5 \text{ Ом.} \quad (3.13)$$

Розраховуємо комплексний опір вітки із джерелом $e_1(t)$:

$$Z_1 = R_1 + jX_{L1} = 26 + j25,13 \text{ Ом.} \quad (3.14)$$

Розраховуємо комплексний опір вітки із джерелом $e_2(t)$:

$$Z_2 = R_2 - jX_{C2} = 50 - j5 \text{ Ом.} \quad (3.15)$$

Розраховуємо комплексний опір вітки із конденсатором C_1 :

$$Z_3 = 0 - jX_{C1} = 0 - j10 \text{ Ом.} \quad (3.16)$$

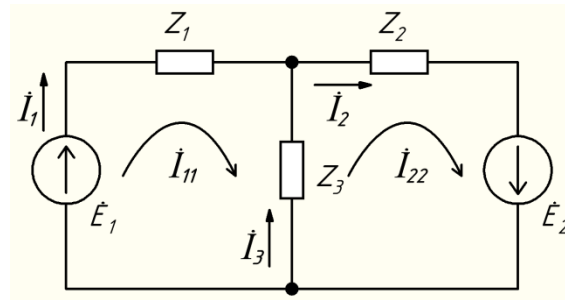


Рис. 3.8 – Еквівалентна комплексна схема заміщення

2. Розв'язок шукаємо методом контурних струмів. Оскільки електричне коло містить два незалежних контури, то систему контурних рівнянь в матричній формі запишемо у вигляді:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{11} \\ \dot{E}_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Визначимо коефіцієнти отриманої системи рівнянь:

А) Знаходимо значення власного опору 1-го контуру:

$$Z_{11} = Z_1 + Z_3 = 26 + j25,13 - j10 = 26 + j15,12 \text{ Ом.} \quad (3.18)$$

Б) Знаходимо значення власного опору 2-го контуру:

$$Z_{22} = Z_2 + Z_3 = 50 - j5 - j10 = 50 - j15 \text{ Ом.} \quad (3.19)$$

В) Знаходимо значення взаємного (загального) опору контурів 1 і 2:

$$Z_{12} = Z_{21} = -Z_3 = j10 \text{ Ом.} \quad (3.20)$$

Опора Z_{12} і Z_{21} входять в рівняння зі знаком «мінус», тому що контурні струми \dot{I}_{11} і \dot{I}_{22} в опорах направлені в різні сторони.

Г) Знаходимо значення контурної ЕРС 1-го контуру:

$$\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 = 20 e^{j30^\circ} = 17,32 + j10 \text{ В.} \quad (3.21)$$

Д) Знаходимо значення контурної ЕРС 2-го контуру:

$$\dot{E}_{22} = \dot{E}_2 = 80 = 80 + j0 \text{ В.} \quad (3.22)$$

3. Значення контурних струмів шукаємо за формулою Крамера.

Знаходимо визначник системи рівнянь – Δ :

$$\Delta = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 + j15,12 & j10 \\ j10 & 50 - j15 \end{bmatrix} = 1626,84 + j366,15. \quad (3.23)$$

Знаходимо визначник Δ_1 :

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} \dot{E}_{11} & Z_{12} \\ \dot{E}_{22} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17,32 + j10 & j10 \\ 80 & 50 - j15 \end{bmatrix} = 1016 - j559,8 \quad (3.24)$$

Знаходимо визначник Δ_2 :

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} Z_{11} & E_{11} \\ Z_{21} & E_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 + j15,12 & 17,32 + j10 \\ j10 & 80 \end{bmatrix} = 2180 + j1036,64 \quad (3.25)$$

Знаходимо контурний струм \dot{I}_{11} 1-го контуру:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1016 - j559,8}{1626,84 + j366,15} = 0,52 - j0,46 \text{ А.} \quad (3.26)$$

Знаходимо контурний струм \dot{I}_{22} 2-го контуру:

$$\dot{I}_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2180 + j1036,64}{1626,84 + j366,15} = 1,41 + j0,32 \text{ А.} \quad (3.27)$$

4. Визначаємо струми у вітках через контурні струми:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{11} = 0,52 - j0,46 = 0,69e^{-j41,5^\circ}, \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_{22} = 1,41 + j0,32 = 1,45e^{j12,79^\circ}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

Для знаходження струму в вітці 3:

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{22} - \dot{I}_{11} = 0,89 + j0,78 = 1,18e^{j41,23^\circ}, \quad (3.29)$$

5. Записуємо оригінали струмів:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= I_m \sin(\omega t - 41,5^\circ) = 0,69\sqrt{2} \sin(\omega t - 41,5^\circ) \text{ А,} \\ i_2(t) &= 1,45\sqrt{2} \sin(\omega t + 12,79^\circ) \text{ А,} \\ i_3(t) &= 1,18\sqrt{2} \sin(\omega t + 41,23^\circ) \text{ А.} \end{aligned} \quad (3.30)$$

6. Перевіримо баланс потужностей. Для цього визначаємо комплексні потужності джерел і споживачів.

Комплексна потужність джерела $e_1(t)$:

$$\dot{S}_{дж1} = \dot{E}_1 \dot{I}_1^* = (17,32 + j10,1)(0,52 + j0,46) = 4,4 + j13,2 \text{ ВА.} \quad (3.31)$$

Комплексна потужність джерела $e_2(t)$:

$$\dot{S}_{дж2} = \dot{E}_2 \dot{I}_2^* = (80 + j0)(1,41 + j0,32) = 112,95 - j25,55 \text{ ВА.} \quad (3.32)$$

Загальна комплексна потужність джерел:

$$\dot{S}_{дж} = \dot{S}_{дж1} + \dot{S}_{дж2} = 117,36 - j12,36 \text{ ВА.} \quad (3.33)$$

Комплексна потужність споживачів 1-й вітки:

$$\dot{S}_{1cn} = I_1^2 Z_1 = (0,69)^2 (26 + j25,13) = 12,58 + j12,16 \text{ ВА.} \quad (3.34)$$

Комплексна потужність споживачів 2-й вітки:

$$\dot{S}_{2cn} = I_2^2 Z_2 = (1,45)^2 (50 - j5) = 104,77 - j10,48 \text{ ВА.} \quad (3.35)$$

Комплексна потужність споживачів 3-й вітки:

$$\dot{S}_{3cn} = I_3^2 Z_3 = (1,18)^2 (0 - j10) = 0 - j14,05 \text{ ВА.} \quad (3.36)$$

Загальна комплексна потужність споживачів:

$$\dot{S}_{cn} = \dot{S}_{1cn} + \dot{S}_{2cn} + \dot{S}_{3cn} = 117,36 + j12,38 \text{ ВА.} \quad (3.37)$$

Як бачимо, баланс потужностей виконується.

Розв'язок методом вузлових напруг

Задачу розв'яжемо методом двох вузлів.

1. Складаємо еквівалентну схему заміщення (рис. 3.9), прийmemo $\varphi_2 = 0$ (заземлено).

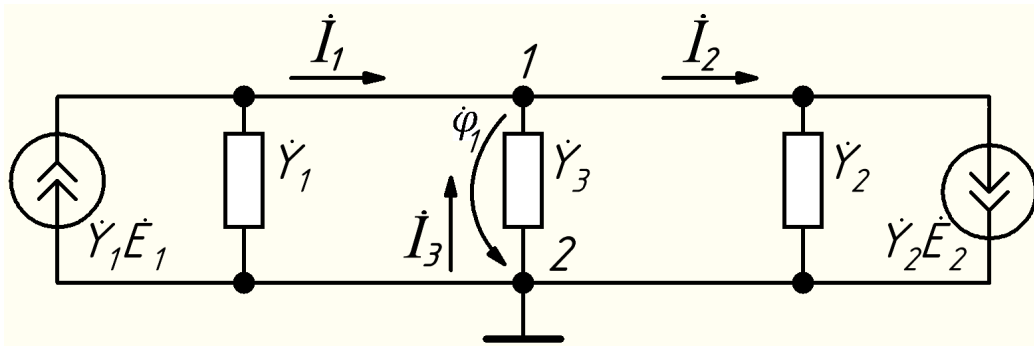


Рис. 3.9 – Еквівалентна схема заміщення

Обираємо і вказуємо на схемі умовно додаткові напрямки струмів віток \dot{I}_1 , \dot{I}_2 і \dot{I}_3 (причому рекомендується у вітках з ЕРС та джерелами струму струми направляти за ЕРС або по напрямку джерела струму, а у пасивних вітках – довільно).

Визначаємо комплекси повних провідностей віток:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_1 &= \frac{1}{\dot{Z}_1} = \frac{1}{26 + j25,13} = 0,02 - j0,02 \text{ См} \\ \dot{Y}_2 &= \frac{1}{\dot{Z}_2} = \frac{1}{50 - j5} = 0,02 + j0,002 \text{ См} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\dot{Y}_3 = \frac{1}{\dot{Z}_3} = \frac{1}{-j10,01} = j0,1 \text{ См}$$

Знаходимо комплекс потенціалу першого вузла за формулою двох вузлів:

$$\dot{\phi}_1 = \frac{\sum \dot{E}Y}{\sum Y} = \frac{\dot{E}_1 \dot{Y}_1 - \dot{E}_2 \dot{Y}_2}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_3} = \frac{-1,05 - j0,3}{0,04 + j0,08} = -7,82 + j9 \text{ В.} \quad (3.39)$$

Добуток $\dot{E}_2 \dot{Y}_2$ береться з знаком «мінус», оскільки ЕРС \dot{E}_2 направлена від вузла, потенціал якого визначається.

Визначаємо комплексні значення струмів віток за узагальненим законом Кірхгофа:

$$\dot{I}_1 = (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1 + \dot{E}_1) \dot{Y}_1 = (\dot{E}_1 - \dot{\phi}_1) \dot{Y}_1 = 0,52 - j0,46 \text{ А,} \quad (3.40)$$

$$\dot{I}_2 = (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2 + \dot{E}_2) \dot{Y}_2 = (\dot{\phi}_1 + \dot{E}_2) \dot{Y}_2 = 1,41 + j0,32 \text{ А,} \quad (3.41)$$

$$\dot{I}_3 = (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \dot{Y}_3 = -\dot{\phi}_1 \dot{Y}_3 = 0,89 + j0,78 \text{ А.} \quad (3.42)$$

Отже, отримані такі ж результати, як і методом контурних струмів.

Розв'язок методом накладення (для вітки C_1)

Задану схему замінюємо на дві розрахункові, часткові струми позначимо подвоєними індексами (на першому місці – номер вітки, на другому – номер діючого джерела ЕРС).

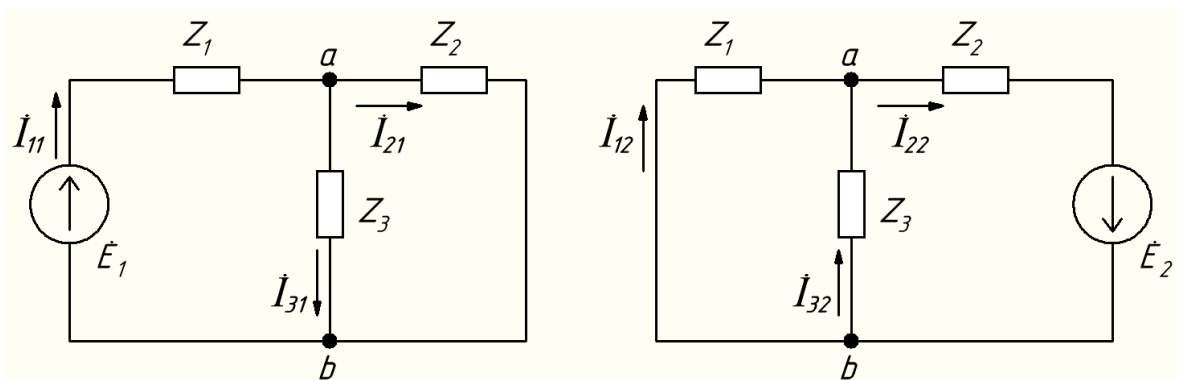


Рис. 3.10 – Розрахункові схеми

Для першої схеми знаходимо струм \dot{I}_{11} :

$$Z'_{ex} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = 27,84 + j15,67 \text{ Ом}, \quad (3.43)$$

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{E}_1}{Z'_{ex}} = 0,62 + j0,0067 \text{ А}. \quad (3.44)$$

Знаходимо напругу падіння \dot{U}'_{ab} на вітці «ab»:

$$\dot{U}'_{ab} = \dot{E}_1 - Z_1 \dot{I}_{11} = 1,21 - j6 \text{ В}. \quad (3.45)$$

Визначаємо струм \dot{I}_{31} в вітці «ab»:

$$\dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}'_{ab}}{Z_3} = 0,59 + j0,12 \quad (3.46)$$

Для другої схеми знаходимо струм \dot{I}_{22} :

$$Z''_{ex} = Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} = 52,88 - j16,7 \text{ Ом}, \quad (3.47)$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{\dot{E}_2}{Z''_{ex}} = 1,37 + j0,43 \text{ А}. \quad (3.48)$$

Знаходимо напругу падіння \dot{U}''_{ab} на вітці «ab»:

$$\dot{U}''_{ab} = \dot{E}_2 - Z_2 \dot{I}_{22} = 1,21 - j5,9 \text{ В}. \quad (3.49)$$

Визначаємо струм \dot{I}_{32} в вітці «ab»:

$$\dot{I}_{32} = \frac{\dot{U}''_{ab}}{Z_3} = 1,48 + j0,9 \text{ А}. \quad (3.50)$$

Повний струм вітки «ab», визначаємо за частковими струмами:

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{32} = -(0,89 + j0,78) \text{ В}. \quad (3.51)$$

Знак «мінус» вказує, що струм в вітці «ab» протікає у протилежну сторону.