

## Лекція 6

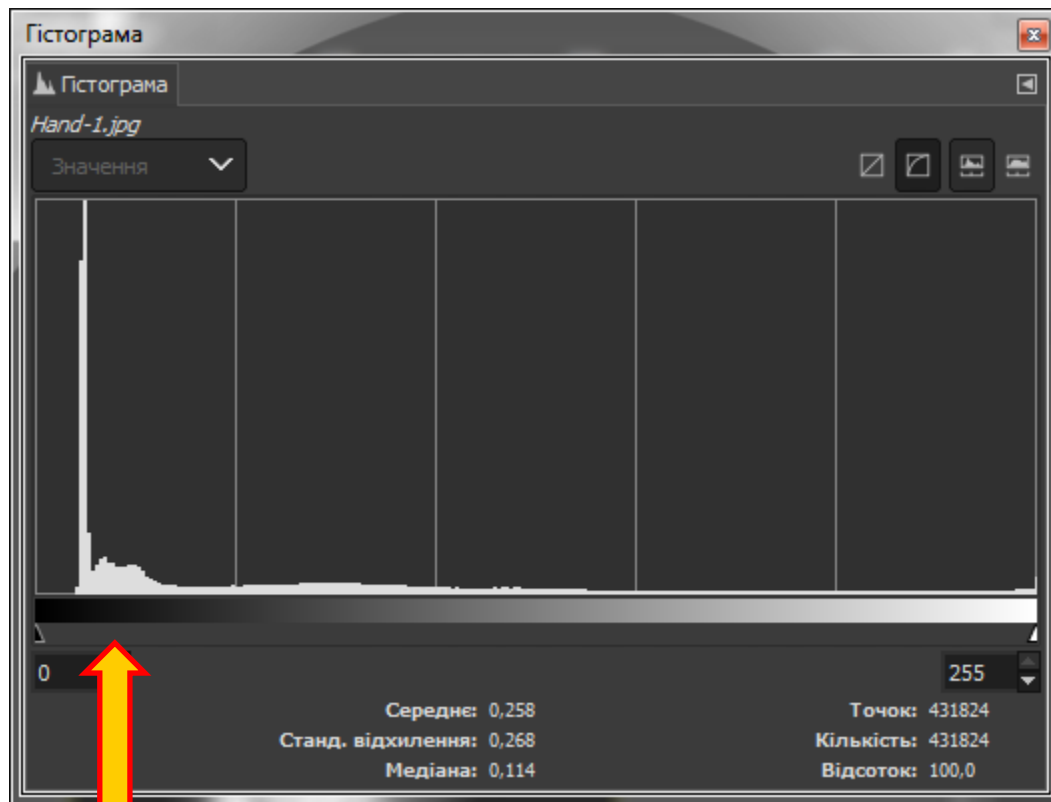
# Гістограми зображень та їх перетворення

Гістограма - це графік статистичного розподілу елементів цифрового зображення з різною яскравістю, в якому по горизонтальній осі представлена яскравість, а по вертикалі - відносна кількість пікселів з конкретним значенням яскравості.

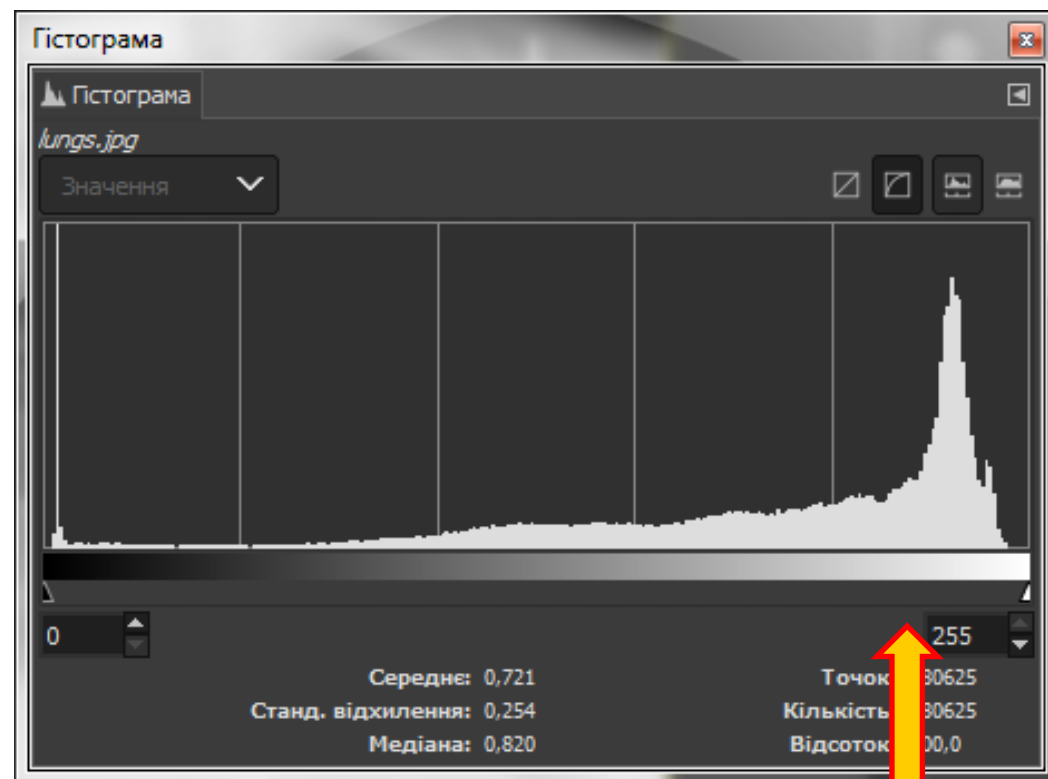
Вивчивши гістограму, можна отримати загальне уявлення про правильність експозиції, контраст і колірне насичення зображення, оцінити необхідну корекцію (зміна експозиції, колірного балансу, освітлення).

Основна область використання - так звані гістограмні та піксельні перетворення, тобто такі перетворення зображення, при яких колір кожного пікселя змінюється незалежно від кольорів його сусідніх пікселів.

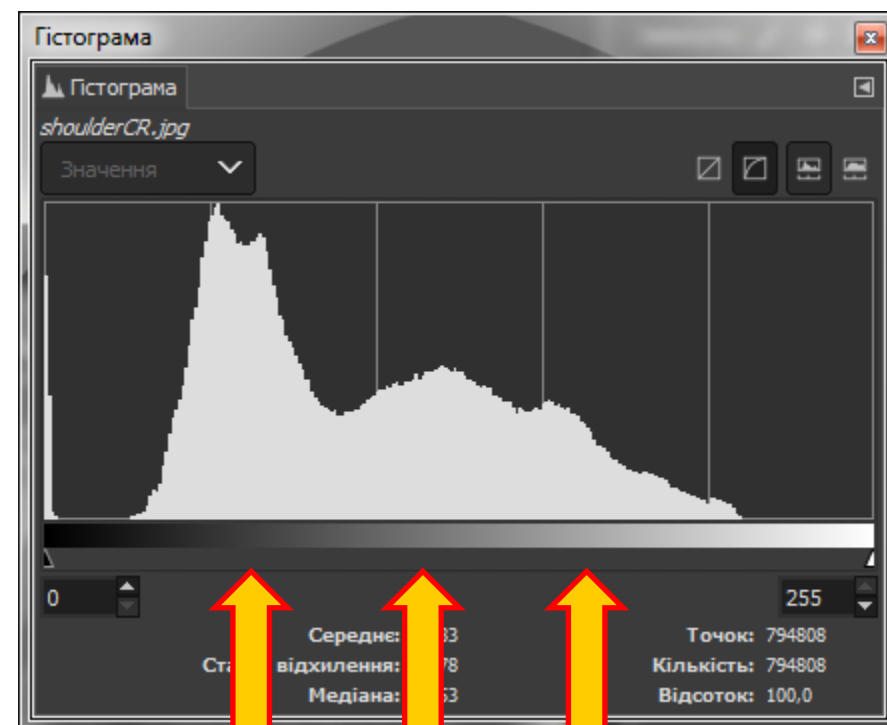
# Гістограма монохромного (або напівтонового) зображення



В цілому зображення темне, тому маємо максимум розподілу в області темних пікселів.

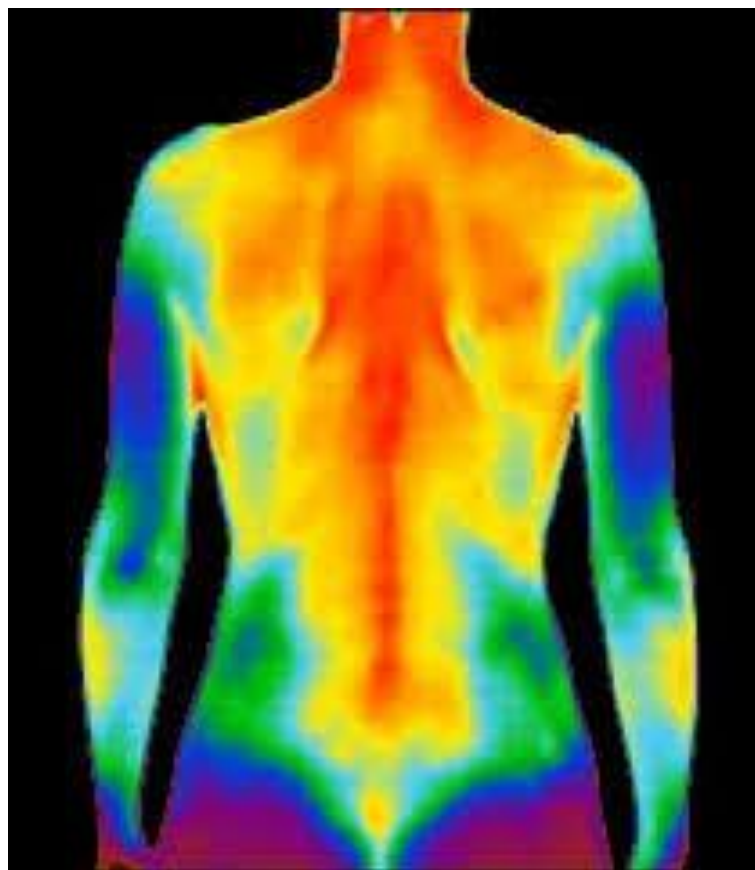


В цілому зображення світле, тому маємо максимум розподілу в області світлих пікселів.

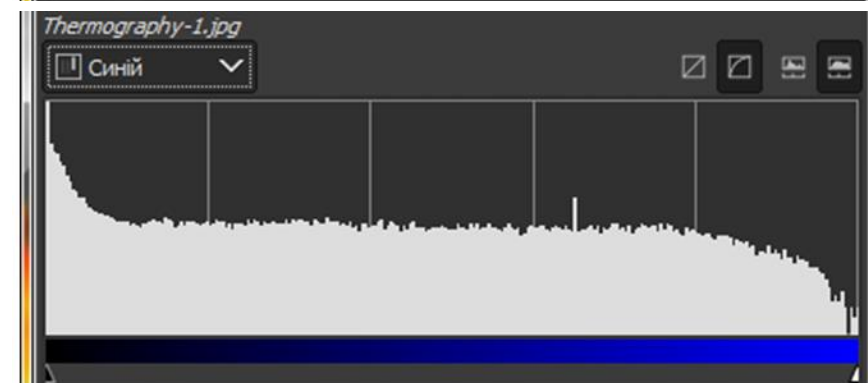
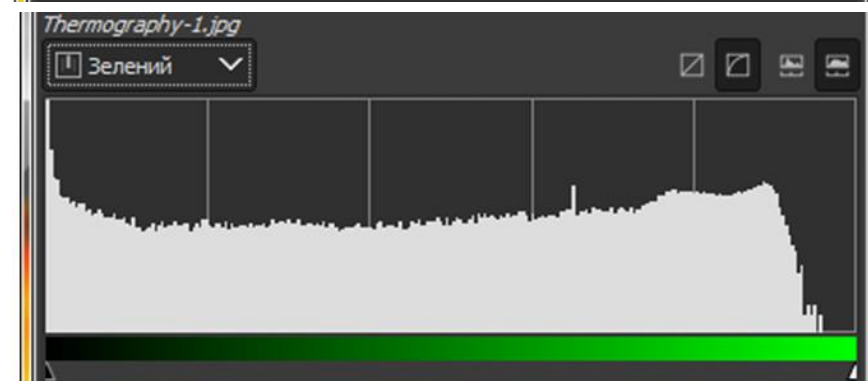
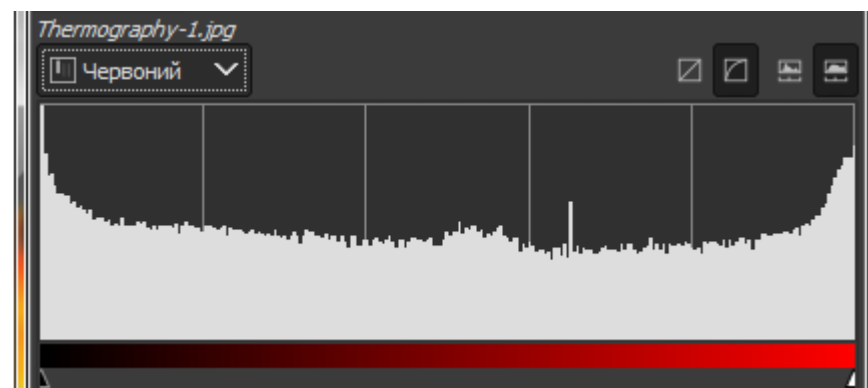


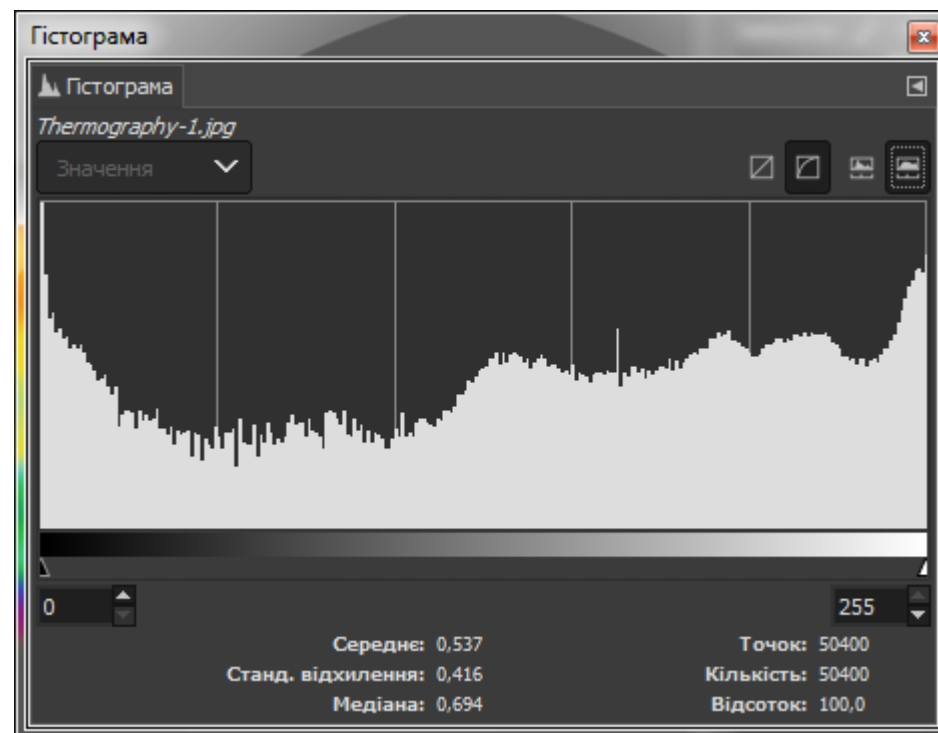
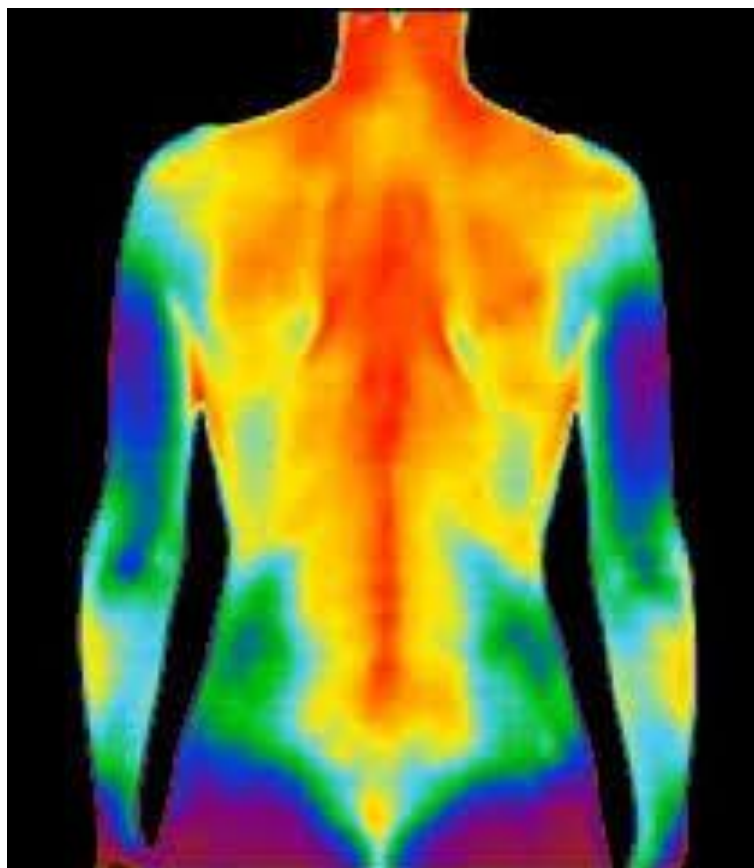
На цьому зображенні є достатньо багато як світлих, так і темних пікселів, тому маємо деякий їх розподіл.

Якщо у двох попередніх випадках був один чіткий максимум, то тут їх кілька (хоча й залишається один домінуючий... мені просто ліньки було шукати зображення з дійсно рівномірною гістограмою...)



У кольорового зображення гістограму можна побудувати по трьом колірним каналам...





...а можна все “усереднити” і побудувати гістограму по яскравості.

Для монохромного зображення  $G$  гістограма задається виразом

$$H_g(i) = \# \{p \mid G = i\}$$

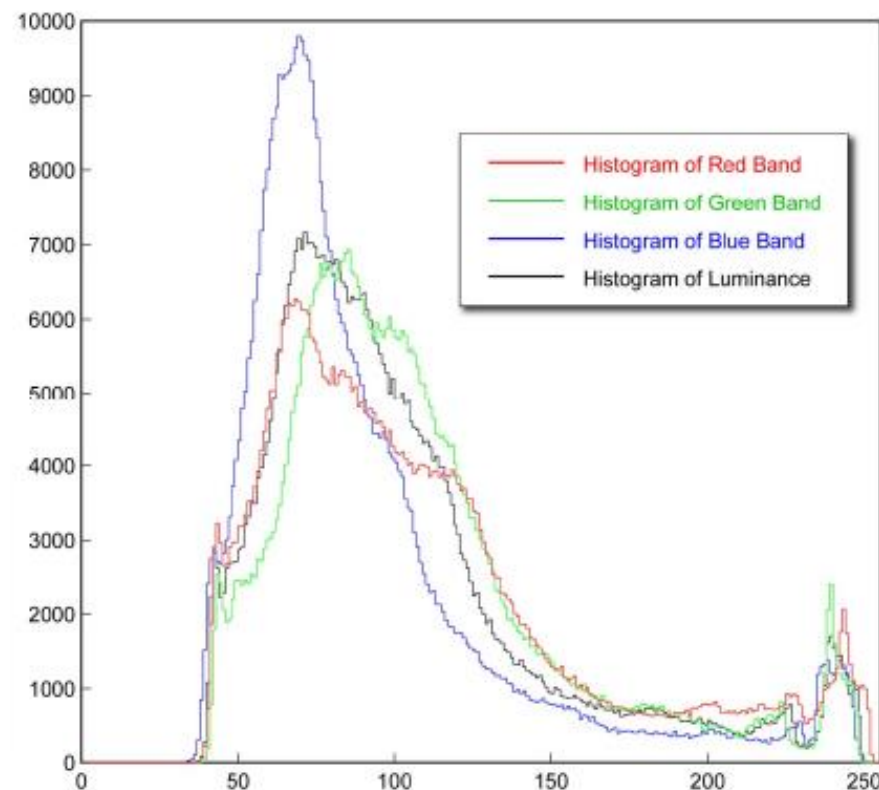
який слід розуміти наступним чином: це кількість пікселів зображення  $G$ , інтенсивності яких точно дорівнюють  $i$ .

Для 8-бітного монохромного зображення маємо 256 відтінків сірого ( $2^8=256$ ), тому  $H$  приймає значення від 0 до 255. Таким чином, гістограма монохромного зображення - це масив з 256 елементів, кожен елемент якого - кількість пікселів з відповідною яскравістю.

Якщо зображення кольорове, то те ж саме можна сказати окремо про три канали - червоний, зелений та синій.



Класичний приклад зображення, у якого характер розподілу гістограм по всім трьом каналам дуже схожий:



Яскравість пікселя - усереднена міра інтенсивності його світіння.

Яскравість можна вирахувати, усереднивши інтенсивності червоної, зеленої та синьої складових кольору:

$$I_{avg}(x, y) = \frac{1}{3} (R(x, y) + G(x, y) + B(x, y))$$

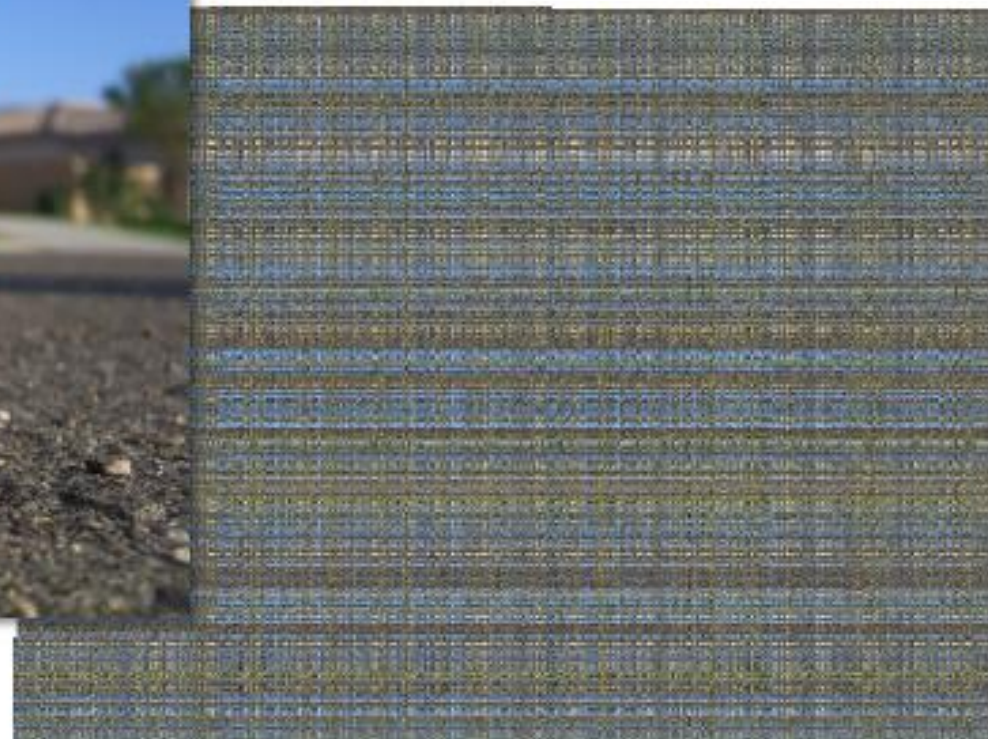
Інший спосіб - представлення яскравості як довжини вектора від точки  $\{0, 0, 0\}$  до точки з відповідним кольором:

$$I_v(x, y) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(R^2(x, y) + G^2(x, y) + B^2(x, y))}$$

Коефіцієнт  $1/\sqrt{3}$  тут потрібен для того, щоб результуюче значення яскравості не могло перевищити 255.

Останній спосіб обчислення яскравості полягає у врахуванні вагових коефіцієнтів, які відображають чутливість людського ока до червоного, зеленого та синього кольорів:

$$I_s(x, y) = 0,299R(x, y) + 0,587G(x, y) + 0,114B(x, y)$$



Важливо пам'ятати, що на основі гістограми не слід робити якийсь ідентифікатор зображення. Як приклад, тут показані два різних зображення з абсолютно однаковими гістограмами.

Раніше ми позначили гістограму зображення як  $H(i)$ .

Це кількість пікселів зображення  $G$ , інтенсивності яких точно дорівнюють  $i$ .

Для 8-бітного монохромного зображення маємо 256 відтінків сірого ( $2^8=256$ ), тому  $H$  приймає значення від 0 до 255. Таким чином, гістограма монохромного зображення - це масив з 256 елементів, кожен елемент якого - кількість пікселів з відповідною яскравістю.

Введемо нову величину:

$$A(j) = \sum_{i=0}^{j, j \leq 255} H_j(i),$$

яку треба розуміти наступним чином: це сума кількостей пікселів, інтенсивності яких менші за  $j$ .

Використовуючи нововведену величину, ми можемо записати наступний вираз:

$$p(i) = \frac{1}{A(255)} H(i),$$

сенс якого полягає в тому, що це ймовірність того, що довільно вибраний із зображення піксель буде мати інтенсивність  $i$ .

Чому це так? Тому що  $A(255)$  - це загальна кількість пікселів у зображенні, а  $H(i)$  - кількість пікселів з інтенсивністю  $i$ . Якщо зображення має ширину  $w$  і висоту  $h$ , то

$$A(255) = w \times h.$$

Розподіл  $p(i)$ ,  $i=0\dots255$  називається **функцією щільності ймовірності** (ф.щ.й., англ. - *probability density function*, pdf (малими літерами!)), а в галузі цифрової обробки зображень за ним закріпилася назва **“нормалізована гістограма”**.

В подальшому величину  $A(255)$  будемо позначати просто  $A$ .



# Функція щільності ймовірності та функція розподілу ймовірності

Нехай  $q = I(x, y)$  - інтенсивність пікселя з координатами  $(x, y)$ .

Тоді закономірно вводиться величина:

$$P_{(x,y)}(q) = \sum_{a=0}^q p(a) = \frac{1}{A} \sum_{a=0}^q H(a) = \frac{\sum_{a=0}^q H(a)}{255}$$

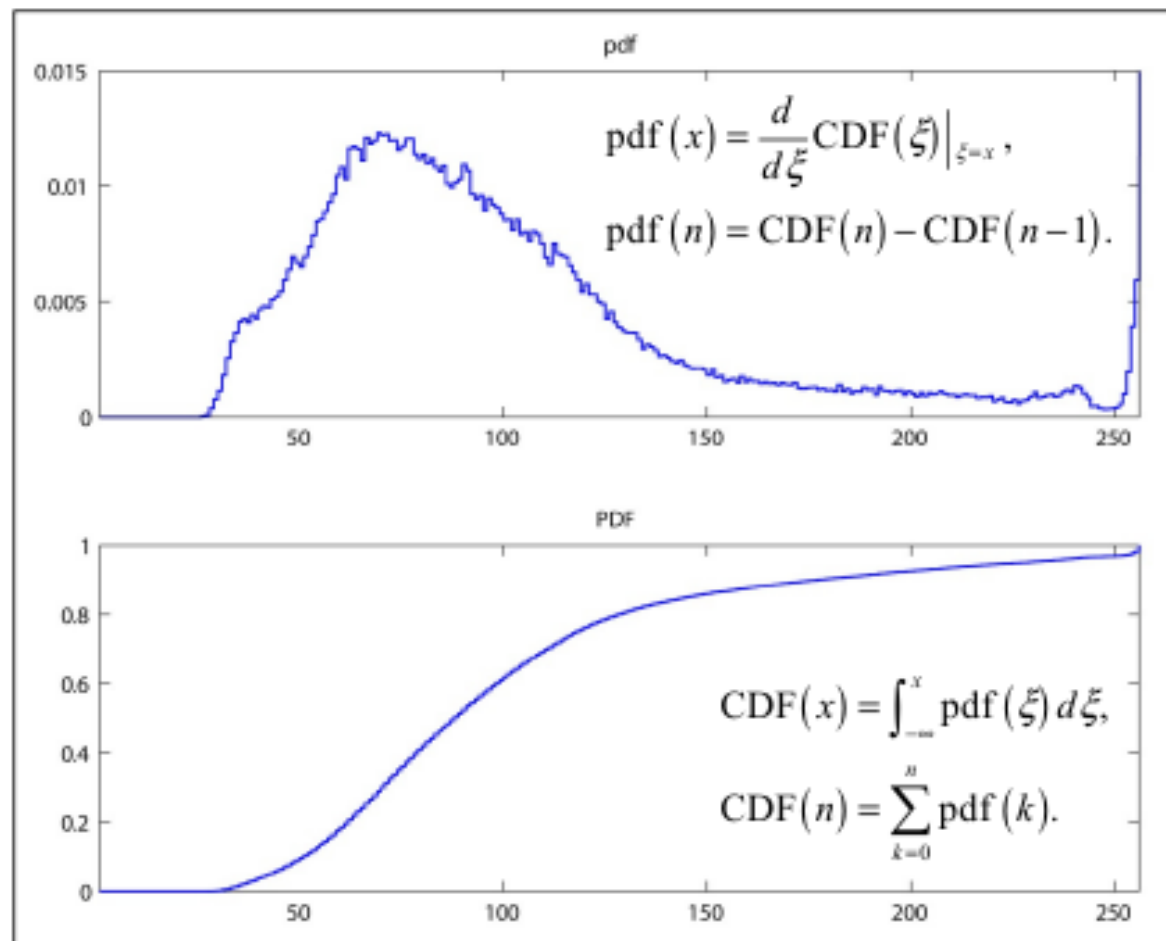
сенс якої полягає в тому, що це ймовірність того, що довільно взятий піксель з координатами  $(x, y)$  має інтенсивність, **не більшу** за  $q$ .

В термінах теорії ймовірностей ця величина називається **кумулятивною функцією розподілу** (к.ф.р., англ. - *cumulative distribution function*, CDF), або **функцією розподілу ймовірностей** (англ. - *probability distribution function* - PDF (великими літерами!)).

# Функція щільності ймовірності та функція розподілу ймовірності



З курсу теорії ймовірності відомо, що  $pdf$  є похідною від  $CDF$ , або навпаки -  $CDF$  є інтегралом від  $pdf$ .



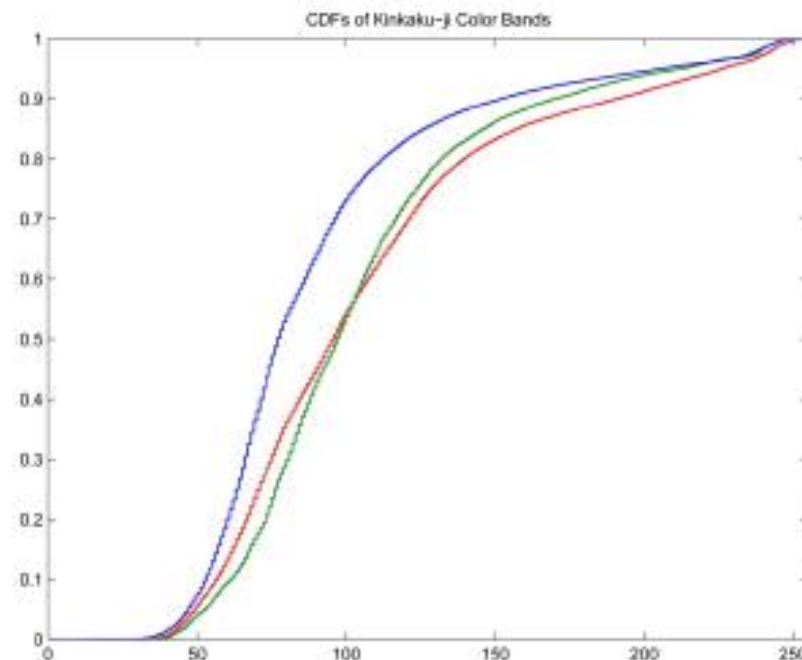
Оскільки серед біомедичних зображень важко знайти таке, у якого були б приблизно однакові розподіли яскравості по каналам, то в якості тестового зображення взята фотографія дзен-буддійського храму Kinkaku-ji (金閣寺, Temple of the Golden Pavilion), також відомого як Rokuon-ji (鹿苑寺, Deer Garden Temple), Кіото, Японія - як така, що задовольняє поставленій вище вимозі.

# Функція щільності ймовірності та функція розподілу ймовірності

Все сказане в принципі справедливо і для окремих каналів кольорових зображень:



Original Color Image



Color CDFs

Зверніть увагу на характер наростання CDF: вони всі спочатку наростають повільно, потім зростають різко, потім знову повільно. Часто таку форму кривої називають S-подібною.



# Операції з гистограмами

## 1. Освітлення зображення, або зсув гистограми ліворуч

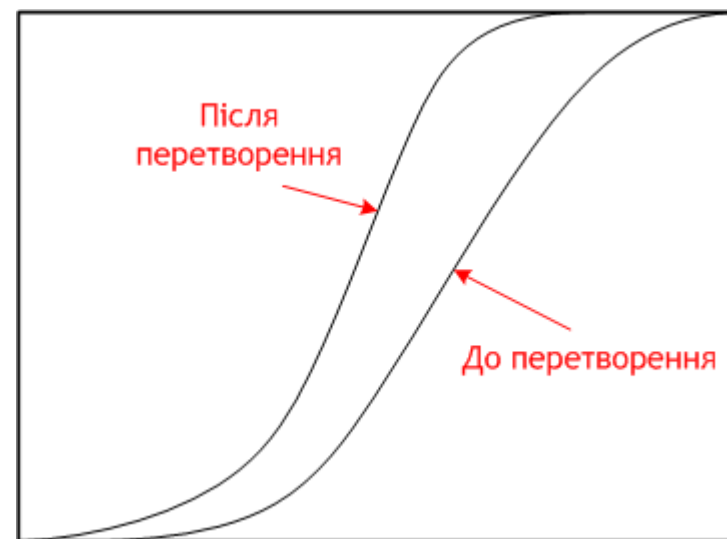


Формула:

$$I_{(x,y)}(r, g, b) = \begin{cases} I_{(x,y)}(r, g, b) + k, & \text{if } (I_{(x,y)}(r, g, b) + k) < 256, \\ 255, & \text{if } (I_{(x,y)}(r, g, b) + k) > 255 \end{cases}$$



Як це відображається на CDF:



# Операції з гістограмами

## 2. Затемнення зображення, або зсув гістограми праворуч



Формула:

$$I_{(x,y)}(r, g, b) = \begin{cases} 0, & \text{if } (I_{(x,y)}(r, g, b) - k) < 0, \\ I_{(x,y)}(r, g, b) - k, & \text{if } (I_{(x,y)}(r, g, b) - k) > 0 \end{cases}$$



Як це відображається на CDF:



# Операції з гистограмами

## 3. Зменшення контрастності

Формула:

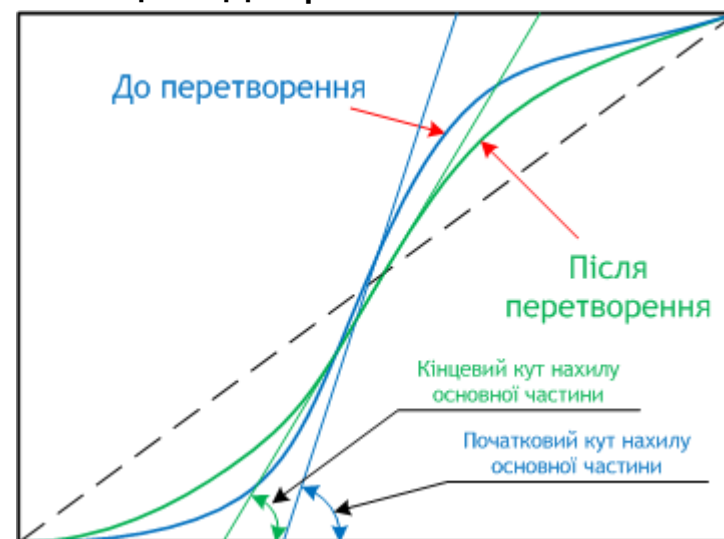
$$I_{(x,y)}(r, g, b) = a \cdot (I_{(x,y)}(r, g, b) - s) + t,$$

where  $0 < a < 1$ ,

$$s \in \{1, 2, 3, \dots, 255\}$$

$$t \in \{1, 2, 3\}$$

Як це відображається на CDF:



$a$  - це різниця між кутовими коефіцієнтами до та після перетворення,  
 $s$  - зменшення яскравості,  $t$  - зміщення центра перегину кривої.

# Операції з гістограмами

## 4. Збільшення контрастності



Формула:

$$I_{(x,y)}(r, g, b) = \begin{cases} 0, & \text{if } (a \cdot (I_{(x,y)}(r, g, b) + s) - t) < 0 \\ a \cdot (I_{(x,y)}(r, g, b) + s) - t, & \\ 255, & \text{if } (a \cdot (I_{(x,y)}(r, g, b) + s) - t) > 255 \end{cases}$$

where  $0 < a < 1$ ,

$$s \in \{1, 2, 3, \dots, 255\}$$

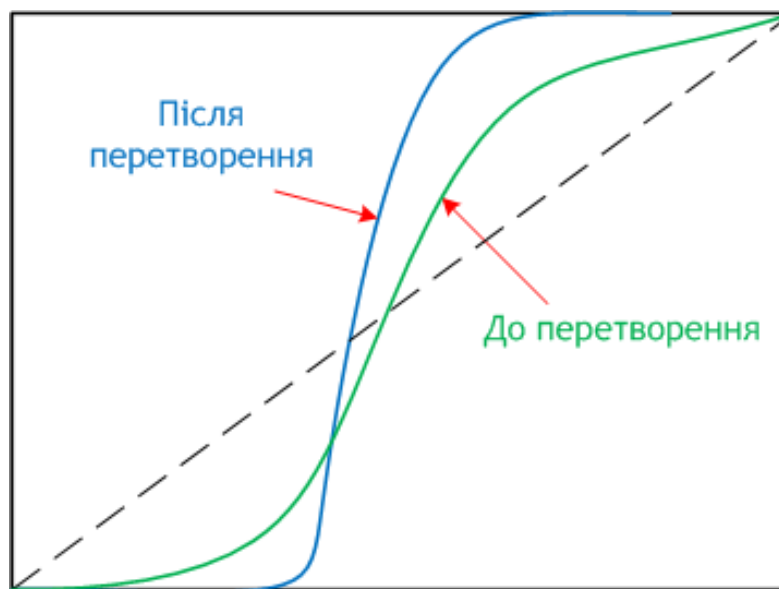
$$t \in \{1, 2, 3\}$$



# Операції з гістограмами

## 4. Збільшення контрастності

Як це відображається на CDF:



У випадку зменшення контрастності кут нахилу основної частини зменшується, у випадку збільшення контрастності - збільшується. Оскільки, як правило,  $s > t$ , то в першому випадку динамічний діапазон зображення зменшується, а в другому - збільшується.

Також зверніть увагу на те, що при зменшенні або збільшенні яскравості **вся** крива зміщується в якомусь одному напрямку - або вниз і праворуч, або вгору і ліворуч. У випадку зміни контрастності **частина** кривої зміщується в одному напрямку, а інша частина - у протилежному...

# Операції з гистограмами

## 5. Зменшення гамми (гамма-корекція)

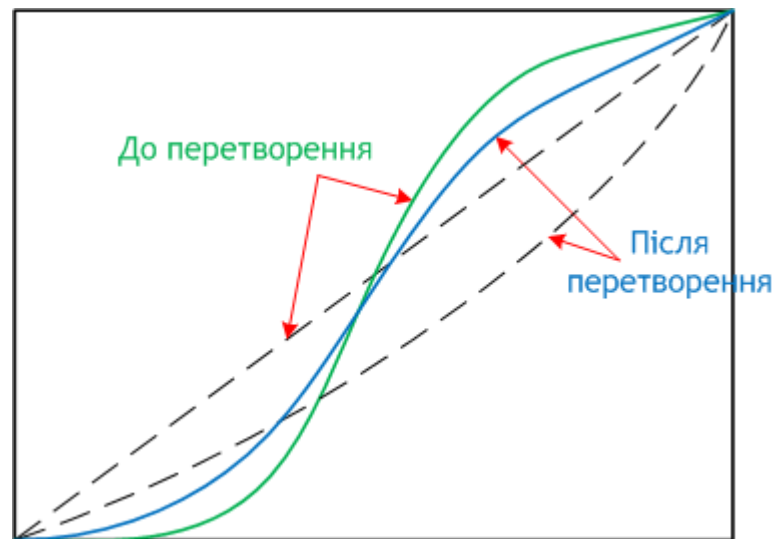


Формула:

$$I_{(x,y)}(r, g, b) = 255 \cdot \left( \frac{I_{(x,y)}(r, g, b)}{255} \right)^{\frac{1}{\gamma}},$$

where  $0 < \gamma < 1$ .

Як це відображається на CDF:



Гамма-корекція полягає у зміні кривизни центральної прямої, відносно якої розміщується CDF. Якщо викривлення вниз - зменшення гамми, якщо вгору - збільшення...

# Операції з гистограмами

## 6. Збільшення гамми

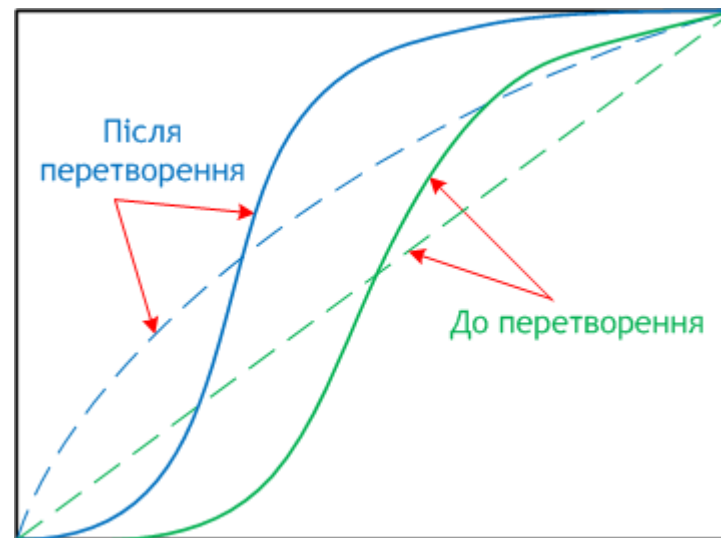


Формула:

$$I_{(x,y)}(r, g, b) = 255 \cdot \left( \frac{I_{(x,y)}(r, g, b)}{255} \right)^{\frac{1}{\gamma}},$$

where  $\gamma > 1$ .

Як це відображається на CDF:



Гамма-корекція - це своєрідна одночасна зміна і яскравості, і контрастності...

Далі буде...

...Фільтрація зображень