

## 5 КОСОЗУБІ ЦИЛІНДРИЧНІ ПЕРЕДАЧІ

### 5.1 Загальні відомості про передачу

Косозубі зубчасті передачі, як і прямозубі, призначені для передачі обертаючого моменту між паралельними валами (рис. 5.1). У косозубих коліс осі зубців розташовуються не по утворюючої дільниці циліндра, а по гвинтовій лінії, що становить із утворюючою кут  $\beta$ . Кут нахилу зубців  $\beta$  приймають у діапазоні  $8^\circ \dots 24^\circ$ . У косозубих передачах зубці розміщують під деяким кутом до твірної дільниці циліндра. Нарізування косих зубців виконують тим самим інструментом, що і прямих, тому профіль косого зубця в нормальному перерізі співпадає з профілем прямого зубця.



Рисунок 5.1 – Схема косозубої циліндричної передачі

Косозубі колеса використовують для відповідальних передач у разі середніх і високих колових швидостей. При цьому, зазвичай, шестірні виконують з лівим напрямом зубця, колеса – з правим.

Особливості косозубої передачі представлені у табл. 5.1.

Таблиця 5.1 – Переваги й недоліки

Переваги	Недоліки
1 Якщо кут нахилу зубців $\beta \geq 8^\circ$ у зачепленні одночасно перебуває не менше двох пар зубців, що підвищує навантажувальну здатність косозубої передачі	1 Виникає осьова сила у зачепленні, яка додатково навантажує вали і опори. Тому кут $\beta$ , як правило обмежу-

2 Зубці входять у зачеплення не всією довжиною одразу, а поступово, тому знижуються шум і динамічні навантаження, підвишується плавність роботи	ють значеннями до $24^0$ .
3 З із збільшенням кута $\beta$ підвищується несуча здатність, плавність і безшумність роботи передачі	
4 Знижуються вимоги до точності виготовлення передачі	

## 5.2 Основні геометричні параметри передачі

Для нарізання косозубих коліс використовується той самий інструмент, що і для прямих. Нахил зубця отримують за рахунок повороту інструменту на кут  $\beta$ . Тому профіль зубця у нормальному перетині  $n-n$  збігається з профілем прямого зубця (рис. 5.2). Модуль у цьому перетині  $m_n = m$  – стандартний.

Але розміри косозубого колеса визначаються не у нормальному  $n-n$ , а у торцевому перетині  $S-S$  (див. рис. 5.2), де параметри залежать від кута  $\beta$ .

1 Розрізняють нормальні і торцеві параметри циліндричних косозубих коліс:

- $p_n$  – крок по зубцям у нормальному перетині;
- $p_s$  – крок по зубцям у торцевому перетині,

які зв'язані між собою залежністю:

$$p_s = \frac{p_n}{\cos \beta} = \frac{\pi \cdot m_n}{\cos \beta} = \frac{\pi \cdot m}{\cos \beta}. \quad (5.1)$$

2 Діаметри дільниць кіл у торцевому перетині:

$$d_s = \frac{d_n}{\cos \beta} = \frac{m_n \cdot z}{\cos \beta} = \frac{m \cdot z}{\cos \beta}, \quad (5.2)$$

$$d_{s1} = \frac{m \cdot z_1}{\cos \beta}, \quad (5.3)$$

$$d_{s2} = \frac{m \cdot z_2}{\cos \beta}.$$

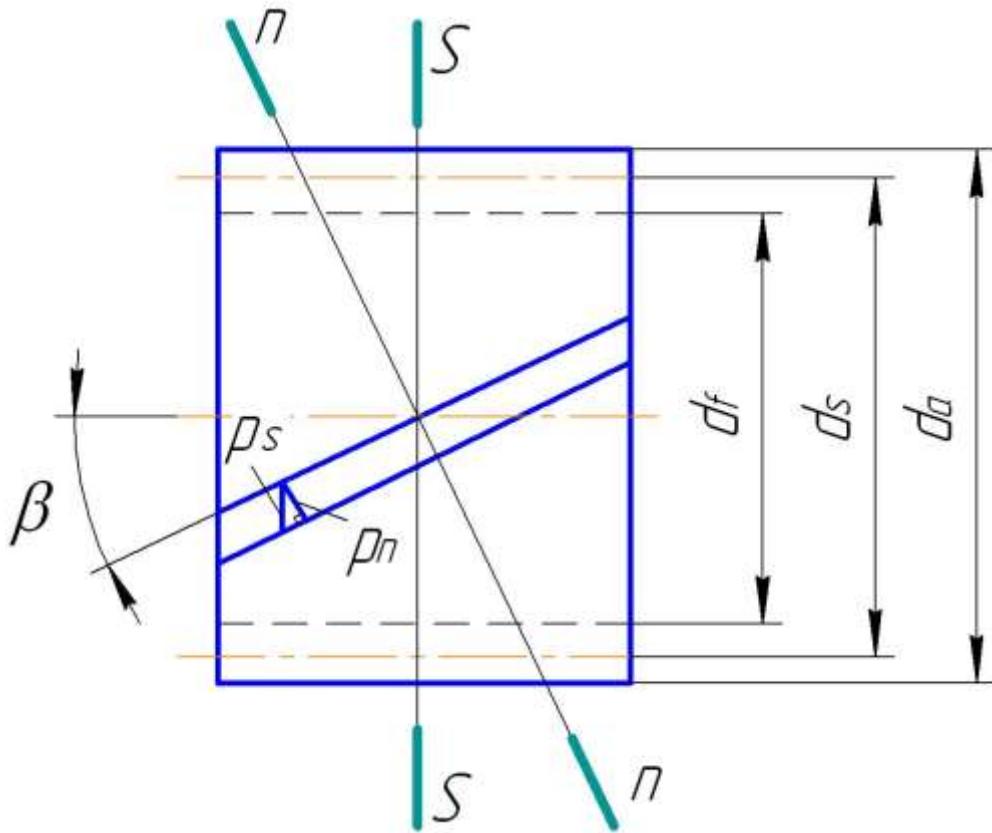


Рисунок 5.2 – Геометричні параметри передачі

3 Діаметри виступів зубців:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2 \cdot h_a = d_1 + 2 \cdot m = m(z_1 + 2); \\ d_{a2} &= d_2 + 2 \cdot h_a = d_2 + 2 \cdot m = m(z_2 + 2). \end{aligned} \quad (5.4)$$

4 Діаметри впадин зубців:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= d_1 - 2 \cdot h_f = d_1 - 2 \cdot 1,25m = m(z_1 - 2,5); \\ d_{f2} &= d_2 - 2 \cdot h_f = d_2 - 2 \cdot 1,25m = m(z_2 - 2,5). \end{aligned} \quad (5.5)$$

5 Міжосьова відстань передачі

$$a = \frac{d_{s1}}{2} + \frac{d_{s2}}{2} = \frac{m}{2 \cdot \cos \beta} (z_1 + z_2) = \frac{d_{s1}}{2} (u + 1) = \frac{d_{s2}}{2 \cdot u} (u + 1). \quad (5.6)$$

При призначенні міжосьової відстані, величина її вибирається стандартною. Нормальний модуль призначається стандартним, а сума зубців коліс пари – тільки ціле число. Тому попередньо назначену величину кута нахилу зубців  $\beta$  доводиться корегувати:

$$\beta = \arccos\left(\frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot a}\right). \quad (5.7)$$

Геометричні параметри коліс у торцевому перетині розраховують з точністю до четвертого знаку після коми.

### 5.3 Сили у зачепленні косозубих передач

1 Колова сила  $F_t$  (рис. 5.3)

$$F_{t1} = F_{t2} = F_t = \frac{2000 \cdot T}{d_s} = \frac{1000 \cdot P}{V} = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot P}{\pi \cdot d_s \cdot n}. \quad (5.8)$$

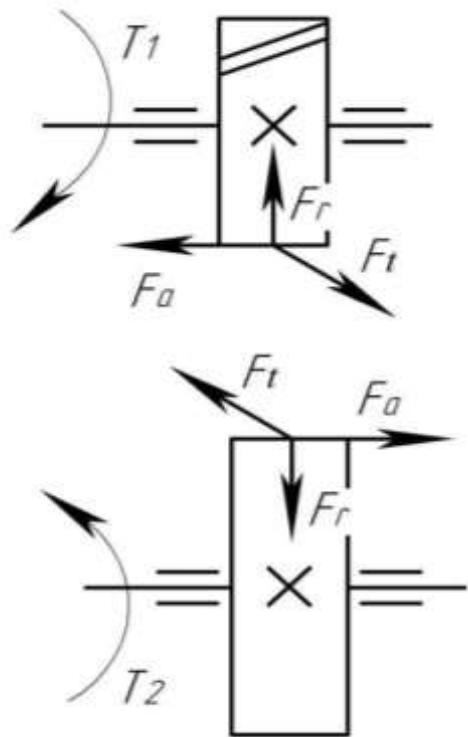


Рисунок 5.3 – Сили у зачепленні косозубих циліндричних коліс

2 Радіальна сила  $F_r$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_r = \frac{F_t}{\cos \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.9)$$

3 Осьова сила  $F_a$

$$F_{a1} = F_{a2} = F_a = F_t \cdot \operatorname{tg}\beta. \quad (5.10)$$

4 Сила нормального тиску зубця на зубець

$$F_{n1} = F_{n2} = F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}. \quad (5.11)$$

#### 5.4 Особливості роботи пари косозубих циліндричних коліс. Коефіцієнт осьового перекриття

У відмінності від прямих, косі зубці входять у зачеплення не відразу по всій довжині, а поступово, що забезпечує передачі роботу з малим шумом. З'являється додаткове осьове перекриття зубців, що забезпечує підвищення плавності роботи передачі. У зачепленні знаходяться одночасно кілька пар зубців і при переміщенні поля зачеплення по поверхні циліндра, якщо достатня величина кута нахилу зубця ( $\beta \geq 8^0$ ), зона однопарного зачеплення відсутня. Зубці косозубого колеса по профілю навантажуються більш рівномірно, ніж зубців прямозубого. Косозубі передачі у порівнянні з прямозубими менш чутливі до похибок виготовлення та мають меншу внутрішню динаміку.

Плавність роботи обумовлена величиною торцевого і осьового перекриття.

Для зубчастих передач без модифікації зубців із некоригованими зубцями коефіцієнт торцевого перекриття можна визначити за такою наближеною залежністю:

$$\varepsilon_\alpha = 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_1} \right) \cos \beta \geq 1. \quad (5.12)$$

Коефіцієнт осьового перекриття  $\varepsilon_\beta$  виражається відношенням ширини зубчастого вінця колеса  $b_2$  до осьового кроку зубців  $p_x = \frac{p_n}{\sin \beta}$ :

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2}{p_x} = \frac{b_2 \cdot \sin \beta}{p_n} = \frac{b_2 \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m} \geq 1,1. \quad (5.13)$$

Це досягається вибором ширини вінця  $b_2$  при заданих  $\beta$  та  $m$ .

З похилим розташуванням контактної лінії пов'язана доцільність виготовлення косозубої шестірні з матеріалу, значно більш міцного (високо-твердого) ніж колеса. Застосування твердої шестірні дозволяє додатково

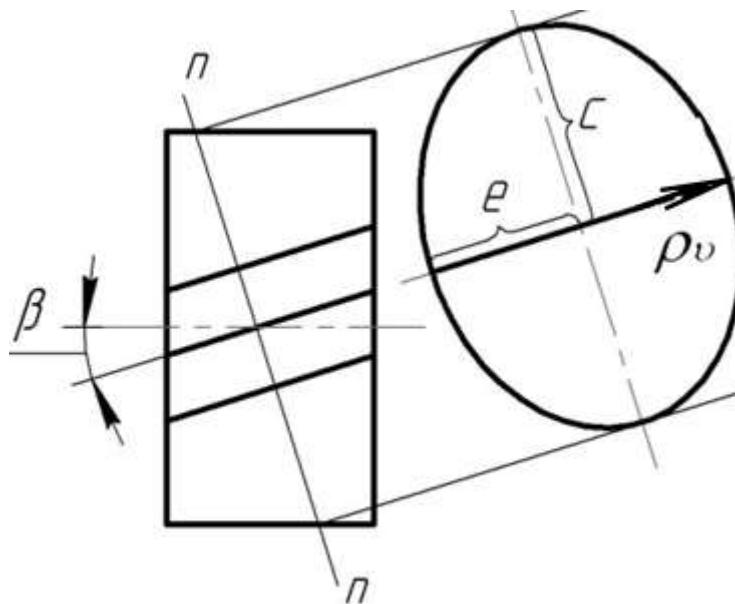
підвищити навантажувальну здатність косозубих передач на 25...30%. Приклад вибору таких матеріалів наведено у табл. 5.2.

*Таблиця 5.2 – Рекомендації до вибору матеріалів для шестерні й колеса*

Варіанти	Шестерня			Колесо		
	Марка сталі	Термо-обробка	Твердість	Марка сталі	Термо-обробка	Твердість
1	40Х, 40ХН, 35ХМ	Поліпшення й загартування СВЧ	45...53 HRC	40Х, 40ХН, 35ХМ	Поліпшення	269...302 HB
2	20Х, 20ХНМ	Поліпшення, цементація, загартування	57...63 HRC	40Х, 40ХН, 35ХМ	Поліпшення й загартування СВЧ	45...53 HRC

## 5.5 Розрахунки циліндричних прямозубих коліс на міцність

Форму зубця визначає його нормальній переріз, тому для розрахунків косозубих коліс зручно користуватись розмірами еквівалентного прямозубого колеса, радіус якого дорівнює найбільшому радіусу кривини  $\rho_v$  в полюсі зачеплення еліпса, одержаного за нормального перерізу дільнього циліндричного косозубого колеса (рис. 5.4).



*Рисунок 5.4 – Схема еквівалентного колеса*

Довжина півосей еліпса дорівнює:  $e = \frac{d_s}{2}$ ;  $c = \frac{d_s}{2 \cdot \cos \beta}$ .

Тоді максимальний радіус кривини еліпса:

$$\rho_v = \frac{c^2}{e} = \frac{d_s^2 \cdot 2}{4 \cdot \cos^2 \beta \cdot d_s} = \frac{d_s}{2 \cdot \cos^2 \beta}. \quad (5.14)$$

Радіус еквівалентного прямозубого колеса беруть рівним максимальному радіусу кривини еліпса  $\rho_v$ , тобто діаметр  $d_E$  еквівалентного прямозубого колеса визначають за формулою

$$d_E = 2 \cdot \rho_v = \frac{d_s}{\cos^2 \beta}. \quad (5.15)$$

Ширина вінця еквівалентного прямозубого колеса дорівнює  $b_E = b/\cos \beta$ , а його модуль  $m_E$  дорівнює нормальному модулю  $m$  косозубого колеса.

Число зубців еквівалентного прямозубого колеса знаходять на основі співвідношення:

$$d_E = m \cdot z_E = \frac{m_s \cdot z}{\cos^2 \beta} = \frac{m \cdot z}{\cos^3 \beta}. \quad (5.16)$$

Звідки дістаємо

$$z_E = \frac{z}{\cos^3 \beta}. \quad (5.17)$$

Заміна косозубих зубчастих коліс еквівалентними прямозубими використовується у розрахунках на міцність зубців зубчастих передач.

### 5.5.1 Рівняння втомної контактної міцності

На підставі рівняння (3.16):

$$\sigma_H = z_M \cdot z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_n \cdot K_H (r_{E2} \pm r_{E1})}{2b_E \cdot r_{E1} \cdot r_{E2}}} \leq [\sigma]_H,$$

де  $F_n = F_t / (\cos \alpha \cdot \cos \beta)$ ;

$b_E = b / \cos \beta$ ;

$$r_{E1} = \frac{d_{E1}}{2} \sin \alpha = \frac{d_{s1}}{2 \cdot \cos^2 \beta} \sin \alpha;$$

$$r_{E2} = \frac{d_{E2}}{2} \sin \alpha = \frac{d_{s2}}{2 \cdot \cos^2 \beta} \sin \alpha.$$

Після підстановки

$$\begin{aligned} \frac{r_{E2} \pm r_{E1}}{r_{E1} \cdot r_{E2}} &= \frac{\frac{d_{s2}}{2 \cdot \cos^2 \beta} \sin \alpha \pm \frac{d_{s1}}{2 \cdot \cos^2 \beta} \sin \alpha}{\frac{d_{s2}}{2 \cdot \cos^2 \beta} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{d_{s1}}{2 \cdot \cos^2 \beta} \cdot \sin \alpha} = \\ &= \frac{(d_{s2} \pm d_{s1}) \cdot 2 \cdot \cos^2 \beta}{d_{s1} \cdot d_{s2} \cdot \sin \alpha} = \frac{(u \pm 1) \cdot 2 \cdot \cos^2 \beta}{d_{s1} \cdot u \cdot \sin \alpha} \end{aligned} \quad (5.18)$$

і скорочення маємо:

$$\begin{aligned} \sigma_H &= z_M \cdot z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t \cdot K_H \cdot (u \pm 1) \cdot 2 \cdot \cos^3 \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot 2 \cdot b \cdot d_{s1} \cdot u \cdot \sin \alpha}} = \\ &= z_M \cdot z_\varepsilon \cdot z_H \sqrt{\frac{F_t \cdot K_H \cdot (u \pm 1)}{b \cdot d_{s1} \cdot u}} = \\ &= z_M \cdot z_\varepsilon \cdot z_H \cdot \frac{1}{d_{s1}} \sqrt{\frac{2000 \cdot T_1 \cdot K_H \cdot (u \pm 1)}{b \cdot u}} = \\ &= z_M \cdot z_\varepsilon \cdot z_H \cdot \frac{1}{d_{s1}} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,55 \cdot 10^6 \cdot P_1 \cdot K_H \cdot (u \pm 1)}{n_1 \cdot b \cdot u}} \leq [\sigma]_H, \end{aligned} \quad (5.19)$$

де  $z_M = 275 \text{ MPa}^{1/2}$  – коефіцієнт матеріалу «сталь – сталь»;  
 $z_\varepsilon$  – коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній ( $z_\varepsilon \approx 0,8$ );

$z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos^2 \beta}{\sin 2\alpha}}$  – коефіцієнт профілю зубця.

### 5.5.2 Рівняння міжсосьової відстані передачі

Величина міжсосьової відстані – стандартний розмір, який визначає габаритні розміри передачі. Знаходиться з умови контактної втомної міцності:

$$\sigma_H = z_M \cdot z_\varepsilon \cdot z_H \cdot \frac{1}{d_{s1}} \sqrt{\frac{2000 \cdot T_1 \cdot K_H \cdot (u \pm 1)}{b \cdot u}} \leq [\sigma]_H.$$

З урахуванням того, що:

$$d_{s1} = \frac{2 \cdot a}{u \pm 1}; b = \psi_{ba} \cdot a,$$

після підстановки вирішуємо рівняння відносно міжосьової відстані:

$$\begin{aligned} \sigma_H &= z_M^2 \cdot z_\varepsilon^2 \cdot z_H^2 \cdot \left( \frac{u \pm 1}{2 \cdot a} \right)^2 \frac{2000 \cdot T_1 \cdot K_H \cdot (u \pm 1)}{\psi_{ba} \cdot a \cdot u} \leq [\sigma]_H^2, \\ a &\geq K_a \cdot (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_H}{\psi_{ba} \cdot u \cdot [\sigma]_H^2}} = K_{ap} \cdot (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{P_1 \cdot K_H}{n_1 \cdot \psi_{ba} \cdot u \cdot [\sigma]_H^2}}, \end{aligned} \quad (5.20)$$

де  $K_a = \sqrt[3]{500 \cdot z_M^2 \cdot z_\varepsilon^2 \cdot z_H^2}$  – середній сумарний коефіцієнт при розрахунках міжосьової відстані з використанням моменту;

$K_{ap} = K_a \cdot \sqrt[3]{9550}$  – середній сумарний коефіцієнт при розрахунках міжосьової відстані з використанням потужності.

### 5.5.3 Рівняння втомної згинної міцності

На підставі рівняння (3.24):

$$\sigma_F = Y_{F_E} \frac{F_n \cdot K_F}{b_E \cdot m} \cdot \cos \alpha \leq [\sigma]_F,$$

де  $F_n = F_t / (\cos \alpha \cdot \cos \beta)$ ;

$$b_E = b / \cos \beta.$$

Після підстановки і скорочення маємо рівняння втомної згинної міцності:

$$\sigma_F = Y_{F_E} \frac{F_t \cdot K_F}{b \cdot m} = Y_{F_E} \frac{2000 \cdot T \cdot K_F}{d_s \cdot b \cdot m} = Y_{F_E} \frac{2 \cdot 9,55 \cdot 10^6 \cdot P \cdot K_F}{n \cdot d_s \cdot b \cdot m} \leq [\sigma]_F, \quad (5.21)$$

де  $Y_{F_E}$  – коефіцієнт форми зубця, який вибирається із рекомендації у залежності від кількості зубців еквівалентного колеса  $z_E = z / \cos^3 \beta$ .

Розрахунки статичної контактної і згинної міцності при максимальних навантаженнях наведені у формулах (3.25, 3.27).

### **Посилання на рекомендовану літературу**

Назва теми для опрацювання	Посилання
1 Передачі косозубими циліндричними колесами. Особливі розмірні характеристики	[1, с. 119–157; 2, с. 229–254; 3, с. 289–295]
2 Сили в зачепленні косозубих циліндричних коліс	[1, с. 119–157; 2, с. 229–254; 3, с. 295–302]
3 Особливості роботи пари косозубих циліндричних коліс	[1, с. 119–157; 2, с. 229–254]
4 Розрахунки передач косозубими циліндричними колесами на міцність	[1, с. 151–157; 2, с. 264–285; 3, с. 295–309]

### **Контрольні питання**

1 Запишіть формули для розрахунків основних розмірів циліндричних косозубих коліс. Укажіть ці розміри на відповідних схемах.

2 Чому в зачепленні змінюється довжина лінії контакту зубців? Запишіть формулу для визначення довжини лінії контакту зубців.

3 Сили в зачепленні косозубої циліндричної передачі.

4 Особливості розрахунків косозубих передач. Чим пояснюється підвищення навантажувальної здатності цих передач у порівнянні із прямозубими?

5 Причини плавності й безшумності роботи.

6 Приведення косозубого колеса до еквівалентного прямозубого.

7 Запишіть формулу для визначення контактних напружень у косозубому зачепленні. Проаналізуйте вплив основних параметрів на величину контактних напружень.

8 Особливості розрахунків косозубих передач по напруженнях згину.