

Практичне заняття № 1. Тема «Комплексні числа»

Завдання для роботи в аудиторії.

Виконати дії, результат записати в алгебраїчній формі.

11.1. $(1-2i)(2+i)^2 + 5i$. 11.4. $\frac{2-i}{1+i}$. 11.8. $\left(\frac{i^5+2}{i^{19}+1}\right)^2$.

Наступні комплексні числа представити у тригонометричній і показниковій формах, зобразити точками на комплексній площині.

11.14. 1. 11.17. $-i$. 11.20. $-1-i$. 11.23. $\sqrt{3}-i$.

Побудувати множини точок комплексної площини, що задовольняють наступним умовам.

11.45. $\operatorname{Re} z \geq 0$. 11.47. $|\operatorname{Im} z| \leq 2$. 11.48. $|z| < 1$. 11.51. $0 < \arg z \leq \frac{\pi}{4}$.

Записати за допомогою нерівностей відкриті множини точок комплексної площини.

11.88. Ліва напівплощина.

Обчислити.

11.100. $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$. 11.101. $(1+i)^8(1-i\sqrt{3})^{-6}$. 11.112. $\sqrt[4]{-1}$. 11.114. $\sqrt{-1+i\sqrt{3}}$.

Домашнє завдання.

Виконати дії, результат записати в алгебраїчній формі.

11.3. $(2i-i^2)^2 + (1-3i)^3$. 11.5. $\frac{1}{1+4i} + \frac{1}{4-i}$. 11.10. $\frac{(1+2i)^2 - (2-i)^3}{(1-i)^3 + (2+i)^2}$.

Наступні комплексні числа представити у тригонометричній і показниковій формах, зобразити точками на комплексній площині.

11.15. -1 . 11.16. i . 11.21. $1-i$. 11.22. $-1-i\sqrt{3}$. 11.24*. $\sin \frac{\pi}{3} + i \cos \frac{\pi}{3}$.

Побудувати множини точок комплексної площини, що задовольняють наступним умовам.

11.46. $0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$. 11.49. $1 < |z+2| \leq 2$. 11.52. $|\pi - \arg z| < \frac{\pi}{4}$.

Записати за допомогою нерівностей відкриті множини точок комплексної площини.

11.88. Ліва півплощина.

Обчислити.

11.99. $(1+i)^{10}$. 11.102. $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$. 11.111. \sqrt{i} . 11.115. $\sqrt[4]{2\sqrt{3}+2i}$.

Відповіді:

11.1. $11+3i$. 11.4. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. 11.5. $\frac{5}{17} - \frac{3}{17}i$. 11.8. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. 11.10. $5+5i$. 11.14. $\cos 0 + i \sin 0$, e^{0i} . 11.15. $\cos \pi + i \sin \pi$, $e^{\pi i}$.
11.16. $\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$, $e^{\frac{\pi i}{2}}$. 11.17. $\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}$, $e^{\frac{3\pi i}{2}}$. 11.20. $\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$, $\sqrt{2} e^{\frac{5\pi i}{4}}$. 11.21. $\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$, $e^{\frac{7\pi i}{4}}$.
11.22. $2 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)$, $2e^{\frac{4\pi i}{3}}$. 11.23. $2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$, $2e^{\frac{11\pi i}{6}}$. 11.24. $\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$, $e^{\frac{\pi i}{6}}$. 11.45. Напівплощина $x \geq 0$.
11.46. Смуга $0 \leq y \leq 1$. 11.47. Смуга $|y| \leq 2$. 11.48. Внутрішня частина круга радіуса 1 з центром у початку координат. 11.49. Кільце між колами $(x+2)^2 + y^2 = 1$ та $(x+2)^2 + y^2 = 4$. 11.51. Сектор, що обмежують промені $l_1 = \{(x; y) | y=0, x \geq 0\}$ та $l_2 = \{(x; y) | y=x, x \geq 0\}$ (промінь l_1 не належить сектору). 11.52. Сектор, що обмежують промені $l_1 = \{(x; y) | y=x, x < 0\}$ та $l_2 = \{(x; y) | y=-x, x \leq 0\}$. 11.87. $\operatorname{Re} z > 0$, $\operatorname{Im} z > 0$. 11.88. $\operatorname{Re} z < 0$. 11.99. $32i$. 11.100. 2. 11.101. $-\frac{1}{4}$. 11.102. $512(1-i\sqrt{3})$.
11.111. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$. 11.112. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$; $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$. 11.114. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i\sqrt{3})$. 11.115. $\sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}k \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{2}k \right) \right)$, $k=0,1,2,3$.