

ТЕМА 8. Особливості економетричного моделювання

8.1. Економетрія – наука про економіко-статистичне моделювання

8.2. Математичне моделювання як метод наукового пізнання економічних явищ і процесів

8.2. Економетричні моделі в системі економіко-математичного моделювання

8.1. Економетрія – наука про економіко-статистичне моделювання

Усі соціально-економічні явища та процеси навколишнього світу знаходяться у причинній залежності та взаємозв'язку. В процесі прийняття управлінських рішень виникає необхідність кількісної оцінки співвідношень між цими явищами та процесами, які можна виразити системою економічних показників. Кількісні зв'язки між показниками економічних явищ та процесів вивчаються прикладною економічною дисципліною економетрією.

Термін «економетрія» (*oekonometrie*) вперше був використаний польським бухгалтером П. Сіомпою у своїй книзі: «Нариси економетрії і природної теорії бухгалтерії, яка ґрунтується на політичній економії», що була видана в 1910 р. у Львові. Він позначив мету економетрії як математичний опис рядів економічних даних та їх відображення в графічній формі.

Як самостійна наука «економетрія» сформувалась у 30-х рр. XX ст. Термін «економетрія» (або «економетрика») для позначення нового напрямку в економічній науці широко використовував норвезький вчений Р. Фріш, який у 1926 р. дав таке визначення економетрики:

Передумовами виникнення економетрії є розробка кількісних методів в економіці, накопичення статистичної інформації та створення сучасної макро- та мікроекономіки.

У самостійний науковий напрям економетрика виділилася наприкінці 20-30хрр. XX ст. Науковими школами пропонувалися різні назви цієї науки. Й.Шумпетер використовував назву «економетрика», оскільки буквально вона означає «вимір економіки» (рис. 8.1).

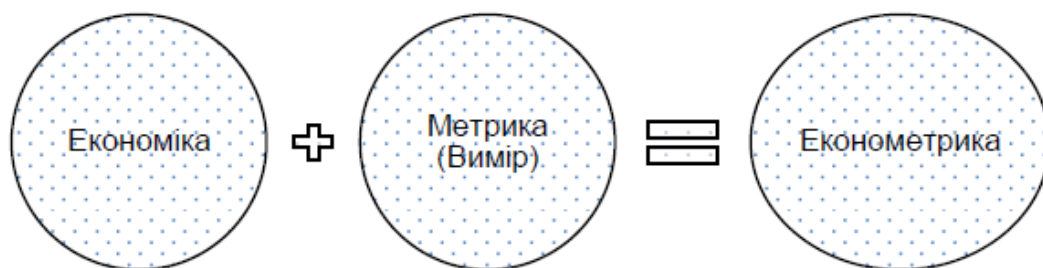


Рис. 8.1. Декомпозиція терміну «економетрика»

А. Л. Вайнштейн пов'язував назву нового наукового напрямку із грецьким словом «метрія», що привело до появи поняття «Економетрія». Таким чином,

історично склалися дві назви цього наукового напрямку, який має міждисциплінарний характер і поєднує економіку, статистику та математику. Однак у світовій практиці більш розповсюджений термін «Економетрика» (*econometrics*). Останній був введений норвезьким економістом, лауреатом Нобелівської премії з економіки Р. Фрішем на засіданні Американської асоціації розвитку науки в США в грудні 1930 р., на якому було створене економетричне суспільство. Таким чином, терміни «економетрика» та «економетрія» є синонімами, отже мають рівне право у застосуванні.

Як зазначають сучасні вчені Я. Р. Магнус, П. К. Катишев, А. А. Пересецький, «одна з відповідей на запитання, що таке економетрика, може звучати так: це наука, пов'язана з емпіричним виведенням економічних законів. Тобто ми використовуємо дані або «спостереження» (просторові, часові, просторово-часові) для того, щоб отримати кількісні залежності для економічних відносин. Економетрика як наука розташована між економікою, статистикою та математикою» (рис. 8.2).

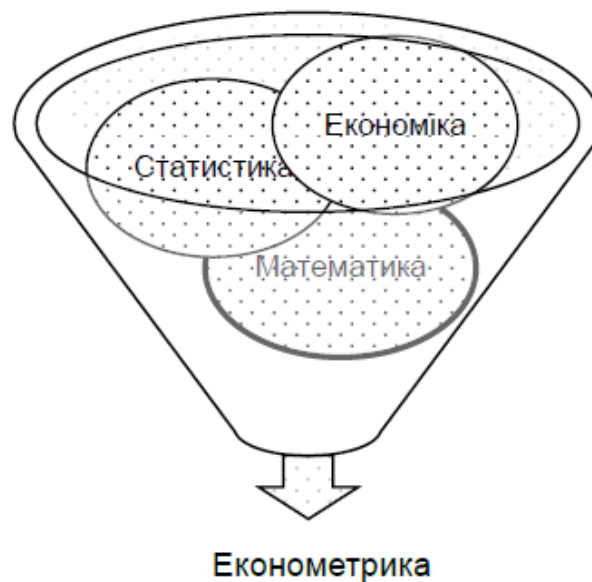


Рис. 8.2. Економетрика як міждисциплінарний напрям

Міждисциплінарний характер економетрики підкреслював і Р. Фріш. У 1933р. у першому номері журналу «Економетрика» він визначає економетрику таким чином: «Економетрика - це в жодному разі не те ж саме, що й економічна статистика. Вона зовсім не ідентична тому, що називається загальною економічною теорією, хоча значна частка цієї теорії має виражено кількісний характер. Також економетрика не повинна сприйматися як синонім застосування математики в економіці. Досвід показує, що і статистика, і економічна теорія, і математика, взяті окремо, є необхідними, але недостатніми для дійсного розуміння кількісних відносин у сучасному економічному просторі. Саме об'єднання всіх трьох частин дає потужний ефект. Саме це об'єднання і складає економетрику».

Починаючи з 20-30-х рр. XX ст. економетрика набула розвитку. Однією з найпопулярніших економетричних моделей є розроблена у 1928 р. Ч. Коббом і П. Дугласом виробнича функція. У 1930-1939 рр. Я. Тінбергеном розпочато макроекономічне моделювання, яке спиралося на теорію Дж. Кейнса та розробку системи національних рахунків у США й інших країн. У 1955 р. Л. Клейном і А.Голдбергером була побудована одна з перших комплексних економетричних моделей.

У 1969 р. Р. Фріш і Я. Тінберген стали першими дослідниками, які отримали Нобелівську премію з економіки за створення та застосування динамічних моделей до аналізу економічних процесів. У 1980 р. другу економетричну Нобелівську премію з економіки отримав Л. Клейн за створення економічних моделей і їх застосування до аналізу коливань економіки й економічної політики. Розробка методів оцінювання параметрів системи одночасових рівнянь Т.Хаавельмо, Т. Купмансом, Т. Андерсоном, Л. Клейном та іншими науковцями ознаменувала остаточне створення спеціальних економетричних методів.

Водночас активно розвивалася не тільки макро-, але і мікро-економетрика. Засновниками цього напрямку є Д. Хекман і Д. Макфадден, які розробили теорію та методи, які широко використовуються в статистичному аналізі поведінки індивідуумів і домогосподарств. Так, Дж. Хекман вирішив проблему зсуву вибірки через селективність даних. Основний внесок Д. Макфаддена полягає у розвитку методів для аналізу дискретного вибору. У 1974 р. він розробив логіт-аналіз, який був визнаний фундаментальним досягненням економічної науки; економетричні методи для оцінювання виробничих технологій і дослідження факторів, що формують попит фірм на капітал і робочу силу.

Вирішальною подією для розвитку економетрики стала поява комп'ютерів. Завдяки їм потужний розвиток отримав статистичний аналіз часових рядів. Дж. Бокс і Г. Дженкінс створили ARIMA-модель у 1970 р., а К. Сімс та інші VAR-моделі на початку 1980-х рр.

Розвиток фінансових ринків і похідних фондових інструментів призвів до виникнення спеціальних методів аналізу часових рядів. У 1970-х рр. були створені моделі лінійної фільтрації. Наступним кроком стала розробка методів, спрямованих на виявлення «шоків», тестування рядів на стаціонарність, дослідження коінтегрованості часових рядів, розроблення моделей із мінливою в часі волатильністю тощо. У цій області слід відмітити заслуги Р. Інгла та К.Гренджера, які стали лауреатами Нобелівської премії в 2003 р.

Значний внесок у становлення економетрики доклали такі видатні вчені, як К. Жугляр, Дж. Китчин, М. Кондратьєв, С. Кузнець, які досліджували циклічність розвитку. С. Кузнець є нашим співвітчизником. З 1918 р. до 1921 р. він навчався в Харківському комерційному інституті (сьогодні – Харківський національний економічний університет імені Семена Кузнеця). У 1926 р. вчений отримує докторський ступінь у Колумбійському університеті за дослідження «Циклічні

коливання: розробка й гуртова торгівля у США: 1919 – 1925 рр.». Пізніше С.Кузнець займався дослідженням проблем, пов'язаних з національним доходом, економічними циклами й економічним зростанням. У 1971 р. стає лауреатом Нобелівської премії з економіки за «емпірично обґрунтоване тлумачення економічного зростання, яке привело до нового, глибшого розуміння економічної та соціальної структури та процесу розвитку в цілому». Значну роль у розвитку економетричних методів відіграв Є. Слуцький, випускник Імператорського університету ім. Св. Володимира (сьогодні – Київський національний університет імені Тараса Шевченка). На основі теорії зв'язаних рядів Є. Слуцький побудував методику прогнозу випадкових процесів. Цю роботу вважають однією з перших, присвячених прогнозуванню випадкових процесів.

Із сучасних позицій економетрику можна розглядати як науку про моделювання економічних явищ, що дозволяє пояснювати та прогнозувати їх розвиток, виявляти та вимірювати визначальні чинники.

На основі економічної теорії розробляються концепції розвитку досліджуваних процесів; за допомогою статистики ці процеси виражаються в статистичних показниках; математико-статистичні методи дозволяють будувати моделі досліджуваних процесів, оцінювати їх параметри, ступінь відповідності реальним даним і, нарешті, прогнозувати розвиток досліджуваного явища.

Економетрика – один із напрямів економіко-математичних методів аналізу, який полягає в статистичному вимірюванні (оцінюванні) параметрів математичних виразів, що характеризують деяку економічну концепцію про взаємозв'язок і розвиток об'єкта, явища, що необхідно для отримання конкретних економічних висновків на основі економетричних моделей. Теоретична економетрика розглядає статистичні властивості оцінок, тоді як прикладна економетрика займається застосуванням економетричних методів для оцінювання економічних теорій.

Термін «економетрія» в перекладі з давньогрецької означає вимірювання в економіці. Класичне визначення науки економетрія таке: **економетрія** – це наука, що вивчає кількісні закономірності та взаємозв'язки економічних явищ та процесів за допомогою математико-статистичних методів та моделей.

Засновниками економетрики вважаються Р. Фріш, Я. Тинберген, Е. Штумпеттер. У своїх роботах вони пробували узгодити економічну теорію з математикою і статистикою.

На перших порах вчені старались слідувати триєдиній формулі Р. Фріша, дуже високо цінуючи ідею поєднання в економічному дослідженні теоретичного аналізу, використання емпіричних даних і застосування методів математики.

Слід підкреслити, що економетрія ніколи не представляла собою єдиної течії з точки зору теоретичних поглядів її прихильників. В теоретичному відношенні економетрика еkleктична.

Початкове поняття економетрики було загальноприйнятим тільки в період її створення. Надалі швидко розвиватися тенденції розширення економетрики. Цей

процес здійснювався в трьох напрямках: поряд з теоретичними дослідженнями на основі застосування математики і статистики все більшого значення набували прикладні розробки, які не мали безпосереднього відношення до політекономічних проблем; відділялись абстрактно-теоретичні дослідження математичних моделей економіки, які не використовували емпіричних даних; одержали розвиток роботи емпірико-статистичного характеру.

Наслідком цих відцентрових тенденцій стала розпливчастість самого поняття «економетрика».

Під економетрією в широкому змісті розуміється сукупність різного роду економічних досліджень, що проводяться з використанням математичних методів, тобто економетрія являє собою досить широкий методологічний напрямок з великою різноманітністю об'єктів дослідження, що не мають своєї власної економічної теорії.

Економетрія у вузькому розумінні – застосування математико- статистичних методів та моделей в економічних дослідженнях: побудова математико-статистичних моделей економічних явищ, оцінка параметрів у моделях будь-якого типу і т.п.

Економетрія як наука швидко розвивається.

На сьогодні сформувались дві ведучі школи економетрики: американська та голландська. В економетричних методах обох шкіл широко використовуються відносні показники, множини, рівняння і системи рівнянь регресії, які містять часові змінні. Так, Бруклінська економетрична модель американської школи містить 359 рівнянь і 56 тотожностей. Найбільш відома голландська економетрична модель – модель розвитку Голландії – побудована на системі міжгалузевих балансів і містить 53 рівняння.

В останні роки в економетрику проникають формально- математичні методи. Багато досліджень дуже математизовані і по своїй суті абстрактні. В таких дослідженнях під нашаруванням теорем, лем, формул часто на другий план відходить емпіричний матеріал, який власне підлягає дослідженню. Президент американської асоціації економетристів В. Леонтьєв писав, що збільшення кількості математичних формул інколи зменшує цінність економічного дослідження, тому що за формулами ми не завжди помічаємо суті економічної проблеми.

Отже, економетрія є інструментом, який дозволяє перейти від якісного економічного аналізу до кількісного, використовуючи математико-статистичні методи та моделі. Економетрія намагається поєднати можливості математичної школи, статистики та економічної теорії. **Економетрія** – наука, що займається побудовою, аналізом і вдосконаленням математичних моделей і методів на основі реальних емпіричних (статистичних) даних про взаємозв'язок економічних об'єктів і процесів.

Метою економетрики є кількісний аналіз, пояснення і прогнозування взаємозв'язків економічних процесів. Економетрія дозволяє знайти кількісне підтвердження або спростування того або іншого економічного закону або гіпотези.

Об'єктом економетрії є економічні процеси і явища, а предметом – кількісне моделювання.

В рамках дисципліни «Економетрія» вивчаються основи математичного моделювання економічних процесів; однофакторні лінійні та нелінійні економетричні моделі; багатфакторні економетричні моделі; економетричні моделі на основі системи структурних рівнянь; прикладні економетричні моделі.

Економетрія базується на вивченні взаємодії різних економічних процесів і показників та відображення цієї взаємодії у формалізованому вигляді та побудові моделей. Застосування економетрії має важливе значення при вивченні динаміки і тенденцій розвитку економіки, виявленні впливу найважливіших факторів на досліджувані процеси/результати, прийнятті рішень.

8.2. Математичне моделювання як метод наукового пізнання економічних явищ і процесів

Весь навколишній світ, що оточує нас, являє собою деяку систему. Ідеї системності у природі та системної методології виникли ще в античні часи. Носіями цих ідей були античні філософи Платон та Аристотель. Загальна теорія систем як наука сформувалась у 30-40-х рр. 20 ст. Цей науковий напрямок розробив та запровадив австрійський вчений-біолог К. Берталанфі. Згідно його концепції загальна теорія систем є універсальною наукою про системи будь-якого типу.

Поняття системи трактується з філософських та наукових позицій. Слово система походить від старогрецького слова «systema», що означає ціле, складене із частин. Таким чином, **система** – це сукупність взаємно пов'язаних елементів, що становлять ціле або єдність.

Кількість елементів, що входять у склад системи не визначається, бо це може привести до деякого парадоксу. Наприклад, старогрецькі філософи дискутували: скільки каменів можуть утворити купу?

Приклади систем – людина, інші живі організми, підприємство, окремі технічні комплекси. Усе в природі утворює систему.

Елемент системи – це частина системи, яка має певне функціональне призначення. Елементи системи можуть бути складними або простими. Складні в свою чергу складаються з підсистем, простіших взаємопов'язаних елементів. Будь-яка система має організацію та структуру.

Організація системи – це внутрішня впорядкованість та узгодженість взаємодії елементів системи. Приклад: взаємодія окремих виробничих підрозділів підприємства впорядкована та узгоджена між собою в рамках підприємства. Організація системи – це одна з основних властивостей системи.

Структура системи – це сукупність внутрішніх сталих зв'язків між елементами системи. Ця сукупність визначає основні властивості системи. Структура системи може бути ієрархічною. Ієрархічною вважають структуру, в якій мають місце зв'язки між елементами вищого та нижчого рівнів.

Усі системи поділяються на **абстрактні та матеріальні** системи.

Абстрактні системи – це продукт людського мислення. До цих систем відносять гіпотези, знання, теореми тощо.

Матеріальні системи – це сукупність матеріальних об'єктів. До матеріальних відносять соціальні системи, тобто суспільство або інші соціально-економічні системи. Відносини між елементами у соціальних системах є суспільними відносинами між людьми в процесі суспільної діяльності.

В залежності від сталості систем у часі розрізняють **статичні та динамічні системи**. Статичні з плином часу не змінюються. Динамічні з плином часу змінюють свій стан.

Динамічні системи у свою чергу поділяються на **детерміновані та стохастичні (імовірнісні)**. Динамічні системи, у яких стан її елементів у даний момент часу повністю визначає її стан у будь-який попередній або наступний моменти часу називається детермінованою системою. В детермінованій системі складові частини взаємодіють точно за передбаченим алгоритмом. При її дослідженні не виникає жодної невизначеності. Якщо відомий попередній стан і програма (алгоритм) переходу в інший стан, то завжди можна безпомилково передбачити наступний стан. Якщо передбачити стан системи неможливо, то така система відноситься до класу стохастичних систем (економічні, соціальні системи). Стохастичність системи можна розглядати як ознаку її складності, яка може проявлятися як об'єктивна властивість системи (або через складність системи людина не в змозі її вивчити достатньо повно).

За характером взаємодії з навколишнім середовищем системи поділяються на **закриті та відкриті**. Закриті системи ізольовані від зовнішнього середовища. Усі процеси, крім енергетичних, відбуваються лише в середині самої системи. Відкриті системи активно взаємодіють з навколишнім середовищем (підприємство).

За складністю всі системи поділяються на **прості, складні та дуже складні (великі)**.

Системи, які мають зазначені вище властивості називаються **кібернетичними**, тобто керованими. Для вивчення кібернетичних систем розробляють та досліджують відповідні поняття і методи. До них належить загальна теорія систем, яка є універсальним інструментом дослідження; теорія економічних систем для вивчення економічних явищ і процесів, об'єктів економіки.

Економічні системи – це окремий випадок складних динамічних систем. Ці системи мають усі властивості кібернетичних систем, але на відміну від абстрактних кібернетичних, економічні системи завжди конкретні. **Економічна**

система – це деяка сукупність (комплекс) відомостей про економічний об'єкт або процес, необхідних для вирішення певного завдання управління цим об'єктом (процесом). Під економічною системою розуміють сукупність (перелік) взаємозв'язаних змінних (показників), які характеризують стан об'єкта або процесу з точки зору вирішення певної економічної задачі. Економічні системи складаються з підсистем та елементів.

Універсальним методом вивчення та дослідження економічних систем є **побудова їх математичних моделей**.

Термін «модель» (лат. «modulus» – зразок). Поняття моделі дуже розпливчате. **Моделлю** системи, об'єкту чи явища називають штучну систему або об'єкт, що за певних умов може замінити систему-оригінал або об'єкт, шляхом відтворення найбільш характерних параметрів та властивостей об'єкта, які цікавлять дослідника. Заміна системи або реального об'єкта його моделлю дозволяє отримати додаткову інформацію про цей об'єкт та створити зручності досліднику при його дослідженні. В залежності від мети дослідження можуть бути побудовані різні моделі одного і того ж об'єкта. Характерною рисою моделей є їх спрощеність по відношенню до оригіналу. Таким чином, модель – це спрощене умовне відображення оригіналу. Моделлю також є алгоритм поведінки системи.

Усі моделі класифікуються на **матеріальні та ідеальні (абстрактні)**. До матеріальних відносяться моделі взуття, одягу, літака, штучного супутника Землі тощо.

У наукових дослідженнях найбільший інтерес представляють абстрактні моделі. До абстрактних моделей належать **математичні моделі**, які є системою математичних залежностей між величинами, що характеризують модельований об'єкт. Абстрактні моделі – це ідеальні (уявні) моделі, які є продуктом людського розуму, мислення; їх ще називають логіко-математичними. Ці моделі використовують мову математики та логіки і є певною системою математичних співвідношень та логічних виразів (рівнянь, нерівностей, функцій, алгоритмів тощо). Прикладом абстрактної моделі є система знань про навколишній світ. Серед абстрактних моделей найбільший інтерес для дослідників економічних систем викликають економіко-математичні моделі (математичні моделі економічних процесів і явищ). Розрізняють **теоретико-аналітичні та прикладні економіко-математичні** моделі. Перші використовуються для дослідження загальних властивостей і закономірностей економічних явищ і процесів; другі – для розв'язку конкретних задач економічного аналізу, прогнозування, управління економічними процесами та економічними об'єктами.

Економіко-математичні моделі поділяються на **структурні і функціональні**. В структурних моделях переважає відображення внутрішньої структури об'єкта або системи внутрішньої організації і взаємозв'язки елементів. Функціональні моделі відображають залежності між вхідними і вихідними параметрами певних об'єктів чи систем. За допомогою функціональних моделей пізнають сутність

об'єкта через його діяльність, поведінку, функціонування.

Моделі, призначені для пошуку найкращих станів об'єкта щодо обраного критерію, називаються **нормативними (оптимізаційними)**, а моделі, призначені для пояснення факторів, станів, прогнозів, поведінки об'єкта – **дескриптивними (описовими)**.

Залежно від визначеності використовуваної інформації розрізняють **детерміновані та ймовірнісні** моделі. В детермінованих моделях результати на виході однозначно визначаються управляючими впливами. Ймовірнісні моделі ґрунтуються на теорії ймовірності. Невизначеність, властива таким моделям, описується відповідними законами розподілу випадкових величин.

Якщо залежність в моделі належить до одного й того ж моменту або періоду часу, то така модель називається **статичною**. Модель, яка відображає зміни економічних процесів в часі, є **динамічною** моделлю.

За формою математичних залежностей економіко-математичні моделі поділяються на **лінійні та нелінійні**, а за рівнем агрегування об'єктів моделювання – на **макроекономічні** (описують функціонування економіки країни) та **мікроекономічні** (описують функціонування суб'єктів господарювання економіки (підприємства)) моделі.

Процес побудови та дослідження моделі називається **моделюванням**. Моделювання як пізнавальний прийом, як форма відображення дійсності, зародилось ще в античну епоху одночасно з виникненням наукового пізнання.

Необхідність моделювання економічних явищ і процесів та перенесення результатів дослідження моделей на реальний об'єкт замість того, щоб досліджувати цей об'єкт безпосередньо обумовлена тим, що моделі, по-перше, є простішими для дослідника, ніж реальні об'єкти, що досліджуються. По-друге, деякі об'єкти взагалі неможливо досліджувати активно, тобто проводити з ними експеримент, який має виключно пізнавальне значення. Крім того, моделювання має інше, більш важливе для науки значення. Оскільки в моделі розглядаються лише деякі найбільш суттєві в даному дослідженні сторони досліджуваного об'єкту, то моделювання дозволяє виявити суттєві фактори, які формують ті або інші властивості досліджуваних об'єктів.

Сьогодні важко назвати галузь науки, де моделювання б не використовувалось. Економіко-математичне моделювання є науковим методом пізнання економічних явищ та процесів.

Метод (від грецького «methodos» – шлях дослідження) – це спосіб досягнення мети, вирішення конкретного завдання, сукупність прийомів чи операцій практичного або теоретичного пізнання дійсності. *Складові наукового методу одержання результатів такі:*

1) збір і накопичення емпіричних даних (безперечних фактів), що отримують шляхом спостереження та експерименту;

2) формування гіпотез на підставі зібраних даних шляхом пошуку моделей взаємовідносин між даними і наступне індуктивне узагальнення;

3) перевірка гіпотез шляхом виведення передбачень, які з них випливають, і подальше планування та проведення експериментів для перевірки правдивості гіпотез;

4) відкидання гіпотез, які не підтверджені експериментами, побудова теорії на основі підтверджених гіпотез.

Звернемося до деяких логічних понять, покладених в основу наукової аргументації і доказу.

Індукція (лат. «inductio» – наведення, спонукання) – метод пізнання, що ґрунтується на отриманні формально-логічного висновку, який робиться на підставі знання про окремі факти. Індукція – спосіб пізнання, що ґрунтується на отриманні загальних висновків і положень на основі вивчення окремих фактів, явищ і процесів, отримання більш загального знання на основі менш загального, на основі експериментів і спостережень фактів.

В індукції думка йде від знання одиничного чи менш загального до загального або більш загального. Об'єктивною основою індукції є діалектичний зв'язок між одиничним і загальним в явищах природи і суспільства, який дає можливість через знання окремого досягти знання загального.

Як один з логічних методів пізнання – індукція розроблялась Ф.Беконом, пізніше Дж. Міллем. Індукція широко застосовується в усіх процесах наукового пізнання поряд з дедукцією.

Дедукція (лат. «deduction» – виведення) – логічний метод пізнання, який ґрунтується на отриманні окремих конкретних висновків, положень на основі знання загальних положень, закономірностей розвитку цілісної системи. Логічною підставою дедуктивного висновку є аксіома: «Все, що стверджується або заперечується відносно всього класу, стверджується або заперечується відносно окремих елементів цього класу». Теорію дедукції вперше створив Аристотель. Подальший розвиток вона отримала в працях Р. Декарта та інших філософів 17-18 ст.

Етапи економіко-математичного моделювання.

1. *Постановка економічної проблеми та її якісний аналіз.* Головним на цьому етапі є чітке формулювання суті проблеми та допущень; виділення найважливіших характеристик і властивостей об'єкта, який моделюється, основних залежностей між елементами; формування гіпотез, що пояснюють поведінку і розвиток об'єкта.

2. *Побудова математичної моделі.* Це етап формалізації економічної проблеми, тобто її запису у вигляді конкретних математичних залежностей та відношень (функцій, рівнянь, тотожностей, нерівностей тощо). Модель повинна включати тільки основні фактори та умови, які характеризують об'єкт з точки зору мети дослідження.

3. *Математичний аналіз моделі.* На цьому етапі з'ясовують загальні

властивості моделі та методи її рішень.

4. *Підготовка вхідної інформації.* Цей етап є найбільш трудомісткий. В процесі підготовки інформації широко використовують методи теорії ймовірностей, математичної статистики.

5. *Чисельне рішення моделі.* Цей етап включає розробку алгоритмів для чисельного рішення задачі, розробку програм та безпосереднє проведення розрахунків.

6. *Аналіз чисельних результатів та їх застосування.* На цьому заключному етапі вирішують питання правильності та повноти результатів моделювання.

Важливим при економіко-математичному моделюванні є адекватність моделі, тобто відповідність моделі об'єкту або процесу, який моделюється. Без такої перевірки застосування результатів моделювання може не тільки не принести очікуваних позитивних результатів, а й бути шкідливим через хибність результатів.

8.3. Економетричні моделі в системі економіко-математичного моделювання

Класифікація економіко-математичних моделей чітко не встановлена. Умовно всі економіко-математичні моделі класифікують на **економетричні та оптимізаційні**.

В свою чергу економетричні моделі складають групу **детермінованих та стохастичних моделей**. Для розв'язання детермінованих моделей використовують методи лінійної алгебри, математичного аналізу та диференціальні рівняння. Розв'язання стохастичних моделей базується на використанні методів теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії випадкових процесів, теорії масового обслуговування.

Економетричні моделі належать до функціональних моделей, які кількісно описують зв'язок між вхідними показниками економічної системи (X) та результативним показником (Y). В загальному вигляді економетричну модель можна записати таким чином:

$$Y = f(X, u) \quad (8.1)$$

де X – вхідні економічні показники, u – випадкова або стохастична складова.

Показники X найчастіше є детермінованими і наперед заданими змінними, або вхідними показниками для досліджуваної економічної системи.

Випадкові складові u називають також стохастичними складовими, помилками або частіше залишками. Вони є наслідками помилок спостережень, зазнають у собі впливу всіх випадкових факторів, а також факторів, які не входять до моделі.

З огляду на те, що залежні змінні Y (пояснювальні змінні), які є результативними показниками, залежать від випадкової складової u , то вони також є стохастичними (випадковими). Звідси й економетрична модель є стохастичною.

Економетричні моделі кількісно описують кореляційний зв'язок між

економічними величинами. Для побудови економетричної моделі необхідно:

- 1) мати достатню сукупність спостережень вхідних даних;
- 2) забезпечити однорідність сукупності спостережень;
- 3) забезпечити точність вхідних даних.

В залежності від джерела виникнення розрізняють апріорну та апостеріорну інформацію. **Апріорі** (від лат. «a priori» – буквально із попереднього) – знання, що передують досліді і незалежне від нього. Термін «апріорі» впроваджений середньовічними схоластами, які акцентували на тому, що деякі знання передують досліді, експерименту і таким чином є незалежними від них. Згідно Декарту та Лейбніцу, найбільш глибоке знання досягається поза дослідом шляхом безпосереднього пізнання істини та інтелектуальної інтуїції.

Апостеріорі (лат. «a posteriori» – буквально із наступного) – знання, отримані з досліді. Такий спосіб отримання знання розглядався у роботах Платона, Аристотеля, Боеція, Фоми Аквінського, а пізніше – в роботах І. Канта, який вважав, що спеціальні закони науки можуть пізнаватися лише апостеріорно, тоді як загальні принципи пізнання незалежні від всякого досліді, тобто апріорні.

При побудові економетричних моделей використовують як апріорні, так і апостеріорні знання (інформацію). На основі інтуїції, тобто апріорної інформації дослідник робить загальні висновки про можливість та вид кореляційної залежності між економічними показниками, а на основі апостеріорних знань (інформації) – будує економетричну модель.

Важливою передумовою застосування кореляційного аналізу в економічних дослідженнях є дотримання певних вимог до вхідної інформації це:

- 1) достовірність;
- 2) однорідність;
- 3) відповідність її закону нормального розподілу.

1) *Достовірність інформації* зумовлюється джерелом її отримання.

2) *Однорідність вхідної інформації* оцінюється за критеріями середньоквадратичного відхилення та коефіцієнта варіації, які розраховуються по кожному об'єкту інформаційної сукупності.

Середньоквадратичне відхилення σ показує абсолютне відхилення індивідуальних значень від середньоарифметичного і розраховується за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (8.2)$$

де $\bar{x}$ – середнє арифметичне значення об'єкта інформаційної сукупності, n – кількість дослідів.

Коефіцієнт варіації V характеризує відносну міру відхилень окремих значень об'єкта інформаційної сукупності від середньоарифметичної і розраховується за формулою:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% \quad (8.3)$$

Чим більше величина коефіцієнта варіації, тим відносно більший розкид та менша однорідність значень об'єкта інформаційної сукупності. Варіація значень об'єкта інформаційної сукупності (показника) вважається

незначною, якщо коефіцієнт варіації не перевищує 10%;

середньою – якщо складає 10-20%,

значною – якщо вона більше 20% і менше 33%;

якщо варіація перевищує 33% – це свідчить про неоднорідність інформації та необхідність виключення нетипових спостережень.

3) До вхідної інформації пред'являється умова *відповідності її закону нормального розподілу*. Згідно цього закону основна кількість досліджуваних даних по кожному показнику повинна бути згрупована навколо їх середнього значення; дані з дуже малими та дуже великими значеннями повинні зустрічатися якомога рідше. Для кількісної оцінки ступеня відхилення інформації від нормального розподілу використовують відношення показника асиметрії до її похибки та відношення показника ексцесу до його похибки.

Показник асиметрії A розраховують за формулою:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n \cdot \sigma^3} \quad (8.4)$$

Похибку асиметрії m_a визначають наступним чином:

$$m_a = \sqrt{\frac{6}{n}} \quad (8.5)$$

При симетричному розподілі показник асиметрії $A=0$. Якщо $A \neq 0$, то це свідчить про наявність асиметрії у розподілі даних навколо середньої величини $\bar{x}$.

Криві, зображені на рисунку 8.3, дозволяють ілюструвати симетрію і два найбільш поширених види асиметрії розподілу. При симетричному розподілі (а) середня арифметична, мода і медіана рівні між собою. Для асиметричних кривих ці статистичні величини неоднакові. Причому середня арифметична і медіана зміщені від центра вбік довшої вітки кривої. Оскільки середня арифметична $\bar{x}$ «чутлива» до «точного» положення більш віддалених від моди (M_o) точок кривої, а медіана (M_e) «нечутлива», то середня ($\bar{x}$) зрушена більше, ніж медіана (M_e). У цьому випадку медіана знаходиться між модою і середньою арифметичною.

В статистичному аналізі мода і медіана – це узагальнюючі характеристики сукупності, які відрізняються особливим розташуванням у варіаційному ряду розподілу. Їх ще називають структурні (позиційні) середні.

Модою називають значення ознаки, що має найбільшу частоту в статистичному ряду розподілу.

Медіаною називають таке значення ознаки, яке поділяє проранжований ряд розподілу на дві рівні частини, тобто значення, яке перебуває в середині ряду розподілу.

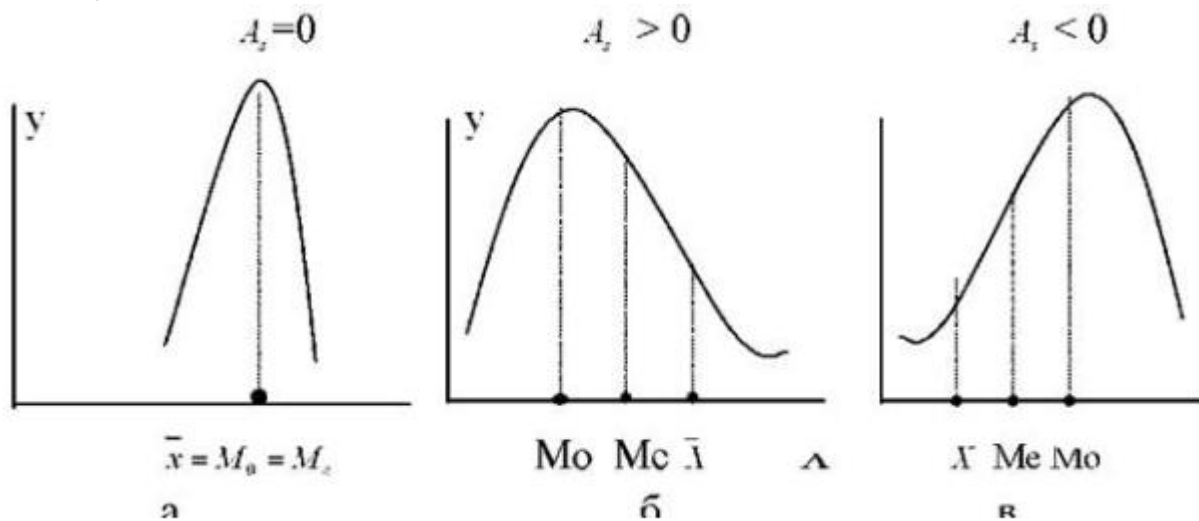


Рис. 8.3. Форми розподілу при різних значеннях асиметрії (A)

З рис. 8.3, видно, що коли $A > 0$, ми маємо правосторонню асиметрію, а коли $A < 0$ – лівосторонню.

Від’ємна асиметрія свідчить, що у масиві даних показника переважають дані з великими значеннями, а дані з малими значеннями зустрічаються рідше. У додатній асиметрії тенденція зворотна, тобто у масиві значень показника дані з малими значеннями зустрічаються частіше, ніж з великими.

Отже, напрямок асиметрії геометрично встановлюється дуже просто. Кількісна форма ступеня асиметрії вимагає знаходження її алгебраїчної міри.

Якщо асиметрія більше 0,5, то незалежно від знаку вона вважається значною; асиметрія менше 0,25 вважається незначною. Крім того, характер асиметрії вказує на напрямок розвитку. При дослідженні варіації ознак, щодо яких є зацікавленість в їх збільшенні (виконання норм, випуск продукції тощо), правобічна асиметрія свідчить про прогресивність розвитку - про те, що воно йде в бік збільшення показника, а лівостороння асиметрія, отже, вказує на регресивний розвиток. При дослідженні варіації ознак, щодо яких є зацікавленість в їх зменшенні (собівартість, трудомісткість, витрата сировини на одиницю продукції тощо), правобічна асиметрія свідчить про недоліки в розвитку досліджуваного процесу, лівостороння - про прогресивність його розвитку, про те, що останнім йде в бік зменшення показника.

Для встановлення міри відхилення від нормального розподілу вираховують показник ексцесу (E). Він характеризує відхилення від нормального розподілу варіант із виступанням або падінням вершини кривої розподілу.

Показник ексцесу E розраховують за формулою:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n \cdot \sigma^4} \quad (8.6)$$

Його похибку m_e відповідно за формулами:

$$m_e = \sqrt{\frac{24}{n}} \text{ або } m_e = 2 \cdot m_a \quad (8.7)$$

При нормальному розподілі показник ексцесу $E=0$. Якщо $E > 0$, то дані густо згруповані навколо середньої і крива розподілу буде гостро вершинною; і навпаки, якщо $E < 0$, то крива розподілу буде плоско вершинною (рис. 8.4).

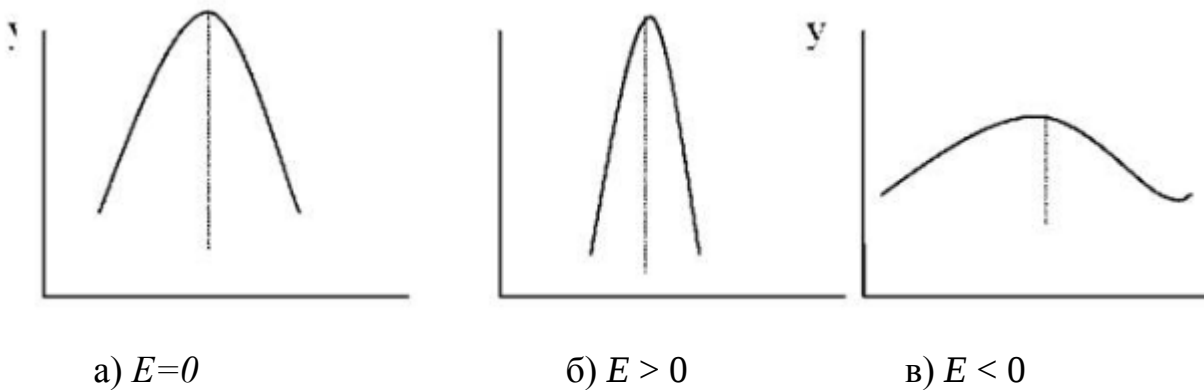


Рис.1.2. Форми розподілу для різних значень ексцесу

Однак, якщо відношення $\frac{A}{m_a}$ та $\frac{E}{m_e}$ менші 3, то асиметрія і ексцес не мають суттєвого значення і досліджувана інформація підпадає під нормальний закон розподілу.

Економетричний аналіз складається з таких етапів:

1. *Формування теорії чи гіпотези та постановка конкретної економічної задачі.*

На основі апріорної або інтуїтивної інформації про об'єкт дослідження висуваємо попередню гіпотезу про можливі причинні зв'язки та її напрямки; формуємо постановку задачі, на основі вивчення літературних джерел, логічних висновків економічної суті приймаємо гіпотезу про форму аналітичної залежності між досліджуваним чинниками.

2. *Побудова та оцінка параметрів економетричної моделі.*

Обґрунтувавши вид аналітичної функції, формуємо масив вхідної інформації та проводимо її попередній аналіз на кількісну і якісну однорідність та відповідність її закону нормального розподілу. При побудові моделі для розрахунку її параметрів використовують типові алгоритми та пакети прикладних програм.

3. *Перевірка та коригування моделі, статистичні висновки.*

Якість економетричної моделі оцінюємо за допомогою коефіцієнта детермінації, t – критерія Стюдента та адекватності моделі за F – критерієм Фішера.

Якщо виявиться, що кореляційний зв'язок помірний, а фактичні значення t – критерії Стьюдента та F – критерії Фішера менші за їх критичні значення, то необхідно повернутись на попередній крок алгоритму.

4. *Застосування моделі для прогнозування, аналізу, вивчення причинних зв'язків.*

Після оцінки якості економетричної моделі та її адаптації проводять застосування економетричної для цілей економічного прогнозування, економічного та фінансового аналізу, вивчення взаємозв'язків між економічними показниками.

Важко вказати такі теоретичні і практичні проблеми ринкової економіки, у вирішенні яких в даний час не застосовувались би економіко-математичні методи. Математичне моделювання стало найбільш затребуваним напрямком в економічній науці Заходу. Не випадково, що з моменту заснування Нобелівських премій по економіці (1969 р.) вони присуджуються, як правило, за економіко-математичні дослідження. Серед Нобелівських лауреатів – найвизначніші економетрики: Р. Фріш, Я. Тинберген, П. Самуельсон, Д. Хікс, К. Ерроу, В. Леонтьєв, Т. Купманс.

Ще на початку XX ст. були зроблені спроби розробки так званих «барометрів розвитку» – різновиди індексу господарського розвитку, які мали «передбачувати» майбутню кон'юнктуру товарного ринку. Найбільшу популярність одержала Гарвардська школа економічних барометрів. На цей «барометр» покладалась надія передбачування поведінки товарного і грошового ринків. Однак «барометр» не зміг спрогнозувати світової кризи, що уразила капіталістичні країни у 1929-1933 рр.. Криза обумовила критичний перегляд методів економетрики. Наслідком такого перегляду було впровадження методів, які враховують випадкові процеси в економіці. Ще в 1928 р. були опубліковані відомі дослідження Х. Кобба і П. Дугласа про виробничу функцію з можливістю заміни факторів. Ця функція є важливим інструментом економетричного аналізу:

$$y = a \times L^{a_L} \times C^{a_C}, \quad (8.8)$$

де L – витрати праці (labor),

C – витрати виробничих фондів або «капіталу» (capital); при цьому $a_L + a_C = 1$.

y – обсяг випуску продукції,

a_L, a_C – коефіцієнти еластичності праці та капіталу.

За межами моделей завжди залишається ряд неврахованих факторів, а тому одержані результати є наближеними; жодна з моделей не може замінити логічні висновки дослідника і описати безліч неформальних умов.

Економетричні моделі являють собою системи регресійних рівнянь і тотожностей, кожне із яких використовується для визначення одного показника, що досліджується. При цьому показники, які виступають в одних рівняннях в якості змінних, в других використовуються в якості аргументу, який впливає на значення решти змінних. В більш вузькому значенні економетричними моделями вважаються системи рівнянь, які враховують імовірний характер економічних процесів. Звідси

впливає, що рівняння економетричної моделі містять також і випадкові змінні, а її параметри встановлюються статистично на основі часових рядів або, наприклад, вибірових даних.

Економетричні моделі в їх класичному вигляді відносяться до безкритеріальних моделей. Вони виступають в якості гнучкого і ефективного інструменту прогнозування економічних тенденцій.

На основі економетричних моделей можна прогнозувати як характеристики еволюційного розвитку, так і параметри стрибків. Основним методом прогнозування еволюційного розвитку є метод прогновної екстраполяції, який базується на використанні принципу (закону) інерції, тобто перенесенні тенденції (тренду) розвитку економічного явища, що мала місце у минулому і теперішньому періодах на майбутній період.

Розрізняють базу екстраполяції та строки прогнозування. База екстраполяції – кількість інтервалів часу (10-15), за які вивчається тенденція, а строки прогнозування – кількість періодів часу, на які розраховують прогноз. В залежності від строків прогнозування прогнози класифікують на короткострокові (на 1-2 періоди), середньострокові (3-5 періодів) та довгострокові (більше 5 періодів). Прогноз, що характеризується одним значенням, називається точковим, трьома значеннями – інтервальним (нижня та верхня границі прогнозу та точкове значення прогнозу). Чим довша база прогнозу та коротші строки прогнозу, тим точніший прогноз.

Економетричні моделі будуються на основі статистичної інформації часових рядів і не вимагають затрат на розрахунок на перспективу різних нормативних показників (наприклад, коефіцієнтів прямих матеріальних витрат) на відміну від моделей структурних (моделі міжгалузевого балансу).

На основі економетричних моделей, побудованих на основі часових рядів, проводиться короткострокове та середньострокове прогнозування розвитку економіки країни.

При вивченні складних соціально-економічних явищ все більшого значення набувають багатомірні статистичні моделі, в основі побудови яких лежить факторний аналіз, багатомірний шкалограмний аналіз, методи розпізнавання образів та інші методи прикладної математики.

Недоліком економетричних моделей є те, що статистичні моделі можуть бути перевіреними лише після реалізації/настання прогнозованих явищ і процесів.