

Тема 4

Визначення вартості грошей у часі та її використання у фінансових розрахунках

1. Методичний інструментарій оцінювання вартості грошей у часі та його застосування у фінансових розрахунках

2. Визначення майбутньої вартості грошей у фінансових розрахунках

3. Визначення теперішньої вартості грошей у фінансових розрахунках

1. Методичний інструментарій оцінювання вартості грошей у часі та його застосування у фінансових розрахунках

Розміщуючи капітал в один з обраних проєктів, фінансовий менеджер планує не тільки з часом повернути вкладені гроші, а й **отримати бажаний економічний ефект.**

Отже, гроші набувають такої об'єктивно існуючої характеристики, як **часова вартість.**

Мета фінансового управління — це можливість із грошей робити додаткові гроші.

Багато підприємств мають кілька варіантів вкладення грошових коштів, їх мета на цей час — **обрати з цих варіантів найприбутковіший.**

Основні причини зміни вартості грошей є:

- інфляційні (або дефляційні) процеси в економіці (ризик зміни купівельної спроможності грошей);
- комерційна надійність (ненадійність) бізнес-партнерів (наявність ризику невиконання зобов'язань);
- надання підприємцями переваги наявним грошам.

Інфляція пов'язана із загальним підвищенням цін у країні.

Коли зростають ціни, зменшується вартість грошової одиниці.

Ураховуючи те, що в майбутньому ціни зростатимуть, вартість грошової одиниці в наступні роки буде нижчою, ніж у попередні.

Отже, купівельна спроможність грошової одиниці сьогодні вища, ніж буде завтра.

Ризик невиконання зобов'язань бізнес-партнерами також зменшує вартість грошей.

Через невпевненість у надійності партнерів ризик із часом зростає.

Більшість підприємців хоче уникнути ризику, тому вище цінує гроші, які є сьогодні, аніж ті, що мають бути в майбутньому.

Суб'єкти підприємницької діяльності, які погоджуються віддати наявні гроші сьогодні в обмін на їх більшу кількість у майбутньому, очікують вищої компенсації у вигляді певної винагороди за цей ризик.

Усі суб'єкти господарювання віддають *перевагу наявним грошам* перед очікуваними у майбутньому, тобто «цінують» високу ліквідність.

Якщо підприємець інвестує ці кошти, сподіваючись на доходи у майбутньому, тобто міняє «живі» гроші на ризикованіші доходи у майбутньому, то цей обмін можливий за умови, що майбутні доходи мають бути достатньо високими.

Це необхідно, щоб виправдати ризик, на який погоджується інвестор, оскільки він сподівається на високу винагороду як компенсацію за втрату ліквідності.

Отже:

1. *Сьогодні гроші дорожчі, ніж завтра.*
2. *Гроші втрачають свою вартість через інфляцію, ризик, схильність до ліквідності.*

Відповідно, часова вартість грошей як результат впливу зазначених чинників може розглядатися з позицій:

- *теперішньої вартості майбутніх грошових потоків;*
- *майбутньої вартості грошей, які є у розпорядженні на поточний момент часу.*

Процент є методологічною основою визначення вартості грошей у часі.

Рівень процента складається в результаті розв'язання конфлікту інтересів двох економічних агентів — власника капіталу (капіталодавця, інвестора, кредитора) і позичальника.

Отже, гроші мають свою ціну, яка формується на грошовому ринку у вигляді процента.

Для того щоб отримати у тимчасове користування певну величину грошових коштів, *позичальник має компенсувати власнику грошових коштів (кредитору) його відмову від поточного їх споживання.*

Разом із втратою можливості користуватися певною сумою грошей сьогодні капіталодавець постає перед проблемою невизначеності вартості цієї суми грошей у момент їх повернення *позичальником, — майбутньої вартості грошей.*

Кількісним вираженням рівня невизначеності інвестора щодо майбутньої вартості його грошей вважається *ризик*.

Відповідно, процент, який сплачує позичальник за використання грошових коштів, компенсує інвестору відстрочене споживання, а також його сукупний ризик, тобто *процент компенсує капіталодавцю неможливість задоволення своїх потреб у поточний момент*.

З іншого боку, позичальник погоджується на сплату процента у зв'язку із можливістю отримання додаткової економічної вигоди від поточного використання грошових коштів — вкладення капіталу в об'єкти інвестування.

Залежно від порядку застосування процента до грошових потоків, які виникають у результаті фінансових взаємовідносин між позичальником і капіталодавцем, можливе використання:

- **простого процента** (об'єктом нарахування є виключно абсолютна величина боргу);
- **складного (нарощеного) процента** (об'єктом нарахування є абсолютна величина боргу, збільшена на суму нарахованих у попередні періоди процентів).

Оцінка вартості грошей за простими процентами

$$I = PV \cdot n \cdot i,$$

де I — сума процента за обумовлений період часу;
 PV — початкова сума грошових коштів (теперішня вартість);
 n — кількість інтервалів, за якими здійснюється розрахунок відсоткових платежів, у загальному обумовленому періоді;
 i - процентна ставка, виражена десятковим дробом.

Майбутня вартість (FV) вкладених сьогодні грошей з урахуванням нарахованої суми процента

$$FV = PV + I = PV \cdot (1 + n \cdot i)$$

(1 + n · i) – це множник, або коефіцієнт нарощення суми простих процентів; завжди > 1.

Оцінка вартості грошей за складними процентами

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n$$

де FV — майбутня вартість вкладу (грошових коштів) у разі його нарощення за складними процентами;

PV — початкова сума вкладу (грошових коштів);

i — процентна ставка, виражена десятковим дробом;

n — кількість інтервалів, за якими здійснюється кожний процентний платіж, у загальному обумовленому періоді.

Відповідно, сума процента (I) в цьому випадку визначається за формулою

$$I = FV - PV$$

Складний процент може нараховуватися кілька разів у межах одного року.

Отже, чим частіше нараховуються проценти, тим більшою є сума накопичення.

Якщо нарахування процентів відбувається частіше, ніж один раз на рік

$$\text{Кількість періодів} = \frac{\text{Кількість періодів нарахування за один рік}}{\text{Кількість років накопичення}} \cdot \quad (4.5)$$

$$\text{Процентна ставка} = \frac{\text{Річна ставка} \times \frac{\text{Кількість місяців у періоді нарахування}}{12}}{\quad} \cdot \quad (4.6)$$

Отже, якщо m — кількість разів нарахування складного процента протягом року, тоді майбутня вартість FV депозиту PV за ставки процента i після n років становить

$$FV = PV \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{n \cdot m} \cdot \quad (4.7)$$



Рис. 4.2. Класифікація завдань із визначення зміни вартості грошей у часі

2. Визначення майбутньої вартості грошей у фінансових розрахунках

Компаундування — це визначення майбутньої вартості грошей.

Компаундування (нарощення) передбачає отримання адекватної величини вартості наявних грошових ресурсів, зіставної з фінансовими показниками для проведення фінансового планування операцій (діяльності) наступних періодів.

Для аналізу грошових потоків, запланованих до надходження у результаті здійснення інвестиційного проекту (інших фінансових операцій), використовуються такі моделі:

- *просте нарощення* вартості грошових потоків;
- *нарощення ануїтетів* (відстроченої або авансової ренти).

Просте компаундування (нарощення) (simple compounding)
- фінансово-математична модель розрахунку вартості наявних грошових ресурсів, або теперішніх грошових потоків, використання яких протягом чітко визначеного періоду, як очікується, дасть можливість отримати відповідний економічний ефект у майбутньому.

Результатом простого нарощення є майбутня вартість (future value, або FV) теперішнього грошового потоку, або грошових коштів, які перебувають у розпорядженні на поточний момент часу.

Отже, просте компаундування — це визначення майбутньої вартості грошей, вкладених одноразово на певний термін під певний процент.

Оцінка майбутньої вартості грошових потоків із використанням простого процента

$$FV = PV \times (1 + n \times i),$$

де FV — майбутня вартість грошових коштів;

PV — абсолютна величина наявних грошових коштів (теперішнього грошового потоку);

n — кількість інтервалів у плановому періоді;

i — процентна ставка (виражена десятковим дробом).

Приклад 1. Підприємець хоче покласти на депозит у банк 100 гр. од. одноразово під 5 % річних на п'ять років за умови **нарахування простих процентів.**

Яку суму грошей матиме підприємець наприкінці першого року і який буде результат через п'ять років?

Розв'язок

Наприкінці **1-го року** підприємець матиме

$$100 \text{ гр. од.} + 100 \text{ гр. од.} \cdot 5 \% = 105 \text{ гр. од.}$$

Нарахування процентів протягом **2-го року** відбувається на ті самі 100 гр. од., і оскільки база для нарахування процентів лишається незмінною (100 гр. од.), сума процентів за рік також не змінюється (5 гр. од.).

Сума процентів за **п'ять років** у нашому випадку становитиме

$$5,0 \text{ гр. од.} \cdot 5 = 25,0 \text{ гр. од.}$$

При цьому майбутня вартість 100 гр. од., укладених одноразово під 5 % річних на 5 років за умови нарахування простих процентів, становитиме

$$FV = 100 \text{ гр. од.} \cdot (1 + 5 \cdot 0,05) = 125 \text{ гр. од.}$$

Таблиця 1. Розрахунок майбутньої вартості поточного вкладу за умови нарахування простих відсотків, гр. од.

Рік	Сума вкладу на початок року	Сума приросту вкладу (гр. 1 × 5 %)	Сума вкладу на кінець року
Гр. 1	Гр. 2	Гр. 3	Гр. 4
1	100,0	5,0	105,0
2	100,0	5,0	110,0
3	100,0	5,0	115,0
4	100,0	5,0	120,0
5	100,0	5,0	125,0
Усього	×	25,00	×

**Майбутня вартість наявних грошових коштів у разі
використання складного процента**

$$*FV = PV \times (1 + i)*$$

Приклад 2. Підприємець хоче покласти на депозит у банк 100 гр. од. одноразово під 5 % річних на п'ять років за умови нарахування складних процентів.

Яку суму грошей матиме підприємець наприкінці першого року і який буде результат через п'ять років?

Розв'язок

Нарахування процента за **1-й рік**

$$100 \text{ гр. од.} + 100 \text{ гр. од.} \times 5 \% = 105 \text{ гр. од.}$$

База для нарахування процентів у наступних роках збільшуватиметься на суму вже нарахованих процентів.

Нарахування процентів за **2-й рік** відбуватиметься вже не на 100 гр. од., а на суму вкладу з процентами, нарахованими за попередній період (тобто на 105 гр. од.),
нарахування процентів за **3-й рік** відбуватиметься на суму початкового вкладу з урахуванням процентів, нарахованих за два попередні роки, і так до кінця запланованого до інвестування періоду.

Таблиця 2. Розрахунок майбутньої вартості поточного вкладу за умови нарахування складних процентів, гр. од.

<i>Рік</i>	<i>Сума вкладу на початок року</i>	<i>Сума приросту вкладу (гр. 1 × 5 %)</i>	<i>Сума вкладу на кінець року (гр. 2 + гр. 3)</i>
Гр. 1	Гр. 2	Гр. 3	Гр. 4
1	100,0	5,0	105,0
2	105,0	5,25	110,25
3	110,25	5,51	115,76
4	115,76	5,79	121,55
5	121,55	6,08	127,63
Усього	×	27,63	×

Ануїтет (annuity) (рента) — це серія рівновеликих платежів (внесків) протягом визначеної кількості періодів.

За **звичайного ануїтету** платежі здійснюються наприкінці кожного періоду (*постнумерандо*).

За **авансового ануїтету** платежі здійснюються на початку кожного періоду (*пренумерандо*).

Ануїтет може бути *вихідним грошовим потоком* підприємця (здійснення періодичних рівновеликих внесків на рахунок банківської установи) або *вхідним грошовим потоком* (надходження орендної плати, яка найчастіше встановлюється однаковою фіксованою сумою).

**Порядок оцінки майбутньої вартості грошового потоку
звичайного (відстроченого, постнумерандо) ануїтету
(ренти).**

Приклад 3. Вклади в однаковій сумі 100 гр. од. здійснюються на депозитний рахунок наприкінці кожного року під 5 % річних протягом п'яти років.

Скільки грошей буде на рахунку наприкінці п'ятого року?

Таблиця 3. Розрахунок майбутньої вартості звичайного анuitету, гр. од.

<i>Рік</i>	<i>Сума вкладу на початок року</i>	<i>Сума приросту вкладу (гр. 2 × 5 %)</i>	<i>Сума вкладу на кінець року (гр. 2 + гр. 3 + 100 гр. од.)</i>
Гр. 1	Гр. 2	Гр. 3	Гр. 4
1	0	0	100,0
2	100,0	5,00	205,0
3	205,0	10,25	315,25
4	315,25	15,76	431,01
5	431,01	21,55	552,56
Усього	×	52,56	×

Умови ануїтету передбачають рівність і рівномірність окремих грошових потоків (PMT), тому **майбутня вартість ануїтету** розраховується за формулою:

$$FVA_n = PMT \cdot (FVIFA_{i,n}).$$

$$FVIFA_{i,n} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

де FVA_n — майбутня вартість ануїтету;

PMT — абсолютна величина періодичних рівновеликих виплат (ануїтетів);

n — кількість інтервалів у плановому періоді;

i — процентна ставка (виражена десятковим дробом).

Порядок оцінки майбутньої вартості грошового потоку авансового ануїтету (ренти)

Приклад 4. Вклади в однаковій сумі 100 гр. од. здійснюються на депозитний рахунок на початку кожного року під 5 % річних протягом 5 років.

Скільки грошей буде на рахунку наприкінці п'ятого року?

Таблиця 4. Розрахунок майбутньої вартості авансового анuitету, гр. од.

<i>Рік</i>	<i>Сума вкладу на початок року</i>	<i>Сума приросту вкладу (гр. 2 × 5 %)</i>	<i>Сума вкладу на кінець року (гр. 2 + гр. 3)</i>
Гр. 1	Гр. 2	Гр. 3	Гр. 4
1	100	5,00	105,0
2	205,0	10,25	215,25
3	315,25	15,76	331,01
4	431,01	21,55	452,56
5	552,56	27,63	580,19
Усього	x	80,19	x

Для авансового ануїтету характерним є рух грошових коштів уже починаючи з першого інтервалу планового періоду.

Це обумовлює різницю між відстроченим та авансовим ануїтетом на один інтервал

Для розрахунку **майбутньої вартості авансового ануїтету** застосовується формула

$$FVA_{n(\text{аванс.})} = PMT \cdot \frac{(1+i)^n}{i} \cdot (1+i) = PMT \cdot \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right].$$

Розрахунок майбутньої вартості авансового ануїтету в наведеному прикладі 4 :

$$FVA_{n(\text{аванс.})} = 552,56 \cdot (1 + 0,05) = 552,56 \cdot 1,05 = 580,19 \text{ гр. од.}$$

3. Визначення теперішньої вартості грошей у фінансових розрахунках

Дисконтування — визначення поточної (теперішньої) вартості грошей.

Дисконтування спрямоване на отримання адекватної величини вартості майбутніх грошових потоків, зіставної з фінансовими показниками для проведення аналізу в поточному періоді.

Теперішня вартість майбутніх грошових потоків визначається шляхом **приведення** — дисконтування на величину процента, який міг би бути заробленим у випадку, коли б грошові кошти були доступні для їх використання на момент оцінювання

Залежно від потреб аналізу грошових потоків і зміни їх вартості у часі можуть використовуватися такі **моделі дисконтування**:

- *просте дисконтування*;
- *дисконтування ануїтетів* (відстроченої або авансової ренти).

Просте дисконтування (simple discounting) — це фінансово-математична модель розрахунку приведеної вартості майбутнього грошового потоку, отримання якого, як очікується, відбудеться одноразово через чітко визначений період.

Результатом простого дисконтування є *приведена теперішня вартість* (present value, або *PV*) окремого майбутнього грошового потоку.

Процеси компаундування і дисконтування тісно взаємозв'язані.

Визначення поточної вартості (дисконтування) — **пряма протилежність компаундуванню.**

Оскільки оцінка майбутньої вартості грошових потоків із використанням простого процента відповідає формулі

$$FV = PV \cdot (1 + n \cdot i),$$

тоді *дисконтування майбутніх грошових потоків із використанням простого процента* відповідає такій формулі:

$$PV = \frac{FV}{(1 + n \cdot i)},$$

де PV — приведена теперішня вартість майбутнього грошового потоку;

FV — абсолютна величина майбутнього грошового потоку;

n — кількість інтервалів у плановому періоді;

i — ставка дисконтування (виражена десятковим дробом).

Оскільки майбутня вартість наявних грошових коштів у разі використання складного процента визначається за формулою

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n,$$

то *приведена теперішня вартість майбутніх грошових потоків у разі використання складного процента* визначається за такою формулою:

$$PV = \frac{FV}{(1 + i)^n} = FV \cdot \left(\frac{1}{1 + i} \right)^n.$$

Приклад 5. Яку суму грошей повинен покласти підприємець у банк на депозитний рахунок у поточний момент часу, якщо за процентної ставки 5 % за умови нарахування складного процента через п'ять років він планує отримати 127,63 гр. од.?

Розв'язок

$$PV = 127,0 \cdot \frac{1}{(1 + 0,05)^5} = 127,0 \cdot 0,7835 = 100 \text{ гр. од.}$$

Приклад 6. Яку суму підприємець має покласти на депозит сьогодні під 10 % річних, щоб протягом п'яти років щорічно знімати з рахунка по 300 гр. од.?

Розв'язок

$$PVA_n = PMT \cdot PVIFA_{10\%,5} = 300 \text{ гр. од.} \cdot 3,7908 = 1137 \text{ гр. од.}$$

Для авансового ануїтету характерним є рух грошових коштів уже на початку першого інтервалу планового періоду. Це обумовлює відмінність між *відстроченим* та *авансовим* ануїтетом на один інтервал.

Оцінка приведеної вартості авансового ануїтету:

$$PVA_{n(\text{аванс.})} = PMT \cdot (PVIFA_{i,n}) \cdot (1 + i).$$

За авансового ануїтету кожний період дисконтується однією виплатою.

Оскільки виплати виконуються швидше, така рента має більшу вартість, ніж звичайна.

Приклад 7. Щорічні відрахування становлять 300 гр. од. протягом п'яти років. Ставка дисконту становить 10 %. Визначити теперішню вартість ренти за умови виникнення ануїтетів на початку кожного року.

Розв'язок

$$PVA_{n(\text{аванс.})} = 300 \text{ гр. од.} \cdot 3,7908 \cdot 1,1 = 1\,251,0 \text{ гр. од.}$$