

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 1

ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою
Державного університету
«Житомирська політехніка»

протокол від ____ 20__ р.
№ ____

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до виконання

лабораторної роботи №6

«ЗАДАЧІ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ»

з дисциплін

«ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ» та

«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ АНАЛІЗУ ЕКОНОМІКИ»

для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «бакалавр»
спеціальностей 051 «Економіка», 071 «Облік і оподаткування»
та 292 «Міжнародні економічні відносини»
факультет бізнесу та сфери обслуговування
кафедра цифрової економіки та міжнародних економічних відносин

Рекомендовано на засіданні
кафедри цифрової економіки та
міжнародних економічних
відносин

____ 2021 р.,
протокол № ____

Розробник: к.е.н., доцент кафедри цифрової економіки та міжнародних
економічних відносин, ОВАНДЕР Наталія

Житомир
2021.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 2

1. ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №6

1) Опрацювати лекцію ТЕМА 6. Нелінійні оптимізаційні моделі та методи їх розв'язання

2) Обрати умову згідно файлу «Порядок визначення варіанту лабораторної роботи №6».

3) Знайти оптимальний розв'язок **двох** задач (Завдання 1 та Завдання 2) нелінійного програмування за допомогою надбудови *Microsoft Excel Поиск решения* (надіслати *Excel-файли* з розв'язанням):

Завдання 1 – задача квадратичного програмування (стовпчик 2 таблиці 1);

Завдання 2 – задача дробово-лінійного програмування (стовпчик 3 таблиці 1).

Форму представлення задачі на робочому аркуші *Microsoft Excel* студент обирає самостійно.

ЗАУВАЖЕННЯ – якщо в задачі були зазначені два напрямки оптимізації - *max* та *min* через дріб, то необхідно розв'язати задачі за обома напрямками, тобто фактично побудувати дві моделі.

Таблиця 1

Умови задач нелінійного програмування

№ варіанту	Завдання 1 – розв'язати задачу квадратичного програмування	Завдання 2 – розв'язати задачу дробово- лінійного програмування
1	2	3
1	$F = x_2 - x_1^2 + 6x_1 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1 + 2x_2 \leq 15 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{x_1 + 3x_2}{2 + x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/3

1	2	3
2	$F = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 7 \\ 10x_1 - x_2 \leq 8 \\ -18x_1 + 4x_2 \leq 12 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{2x_1 - x_2 - 3}{x_1 + 2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 - 3x_2 \leq 1 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
3	$F = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 18 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{x_1 - 2x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 7 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 5 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 17 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
4	$F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 25 \\ x_1 x_2 \geq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{x_1 + x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
5	$F = x_1 x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{2x_1 - 3x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
6	$F = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$F = \frac{2x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 4

1	2	3
7	$F = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 34 \leq 0 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$	$F = \frac{3x_1 - x_2}{2x_1 + x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$
8	$F = 4x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 16 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	$F = \frac{5x_1 - 3x_2}{x_1 + 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ -x_1 + 6x_2 \leq 18 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$
9	$F = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -2x_1 + \frac{1}{2}x_2 \leq 4 \\ x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	$F = \frac{-5x_1 + 4x_2}{-2x_1 - 3x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$
10	$F = 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \leq 4 \\ x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	$F = \frac{3x_1 - 2x_2}{x_1 + 2x_2} \rightarrow \frac{\max}{\min}$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/5

2. ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗКУ ТИПОВОГО ЗАВДАННЯ

Особливості розв'язування задач нелінійного програмування за допомогою інструменту «ПОИСК РЕШЕНИЯ»

На відміну від задач лінійного програмування, універсального методу розв'язування задач нелінійного програмування не існує. У науковій літературі можна знайти принаймні 10-15 методів нелінійної оптимізації, кожен з яких, як правило, ефективно «працює» тільки для деякого класу моделей нелінійного програмування і є неефективним для інших.

Всі нелінійні оптимізаційні моделі можна поділити на два класи:

- моделі, які піддаються реалізації за допомогою інструменту «Поиск решения»;
- моделі, які можна спробувати реалізувати (розв'язати) за допомогою інструменту «Поиск решения».

Моделі першого класу зустрічаються у таких задачах нелінійного програмування, як: задачі опуклого програмування; задачі квадратичного програмування.

Моделі другого класу, які ще прийнято називати суттєво нелінійними притаманні задачам нелінійного програмування загального виду, для яких властивості увігнутості або опуклості математичної моделі відсутні.

Як і для задач лінійного програмування розв'язання задачі нелінійного програмування за допомогою інструменту «Поиск решения» можна розбити на два етапи:

- 1 етап – побудова табличної моделі задачі;
- 2 етап – застосування безпосередньо інструменту «Поиск решения» і пошук оптимального розв'язку;
- 3 етап – аналіз результатів.

Структура табличної моделі при цьому містить усі стандартні елементи, а саме:

- а) блок клітинок з вихідними даними задачі (значення правих частин обмежень);
- б) блок клітинок, відведений для шуканих змінних задачі;
- в) клітинка з формулою для обчислення значення цільової функції (так звана цільова клітинка);
- г) блок клітинок з формулами для обчислення лівих частин обмежень задачі.

Для задач опуклого і квадратичного програмування можна залишати порожніми клітинки, відведені під змінні моделі, тобто у цьому випадку стартовою точкою вважається точка з нульовими координатами. Навіть якщо вона і не належить до області допустимих розв'язків, «Поиск решения» виправить цю ситуацію і почне розв'язання задачі із стартової точки, що належить області допустимих розв'язків. Таким чином для цього класу задач не

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 6

існує проблеми з вибором початкової точки і якою б вона не була, інструмент «Поиск решения» знайде оптимальний розв'язок, якщо він існує.

Для суттєво нелінійних задач початкова точка має дуже велике значення і вибір у якості стартової точки «нульової» точки є досить невдалим вибором. Крім цього, оскільки для такого класу моделей «Поиск решения» визначає тільки точку локального екстремуму, для знаходження оптимального розв'язку потрібно декілька початкових точок, тобто процедуру «Поиск решения» потрібно запустити декілька разів і кожний раз з нової стартової точки. Тільки така стратегія може допомогти знайти локальний оптимум, можливо достатньо близький до глобального.

3.1. ЗАДАЧА КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Умова

$$Z = 20x_1 - x_1^2 + 18x_2 - x_2^2 \rightarrow \text{extr} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 + x_2 \leq 15, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 60, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Розв'язання

Етап 1. Побудова табличної моделі задачі.

На робочому листі табличного процесора MS EXCEL формуємо табличну модель задачі (рис. 1).

	A	B	C	D	E	F
1						
2		Змінні			Цільова функція	
3		X1	X2		Z=	
4						
5						
6		Ліва частина обмеження	Права частина обмеження			
7	Обмеження 1					
8	Обмеження 2					
9	Обмеження 3					
10						
11						

Рис. 1. Таблична модель задачі перед пошуком оптимального розв'язку

Блок клітинок B4:C4 відводимо під шукані невідомі задачі (змінні) і залишаємо порожніми.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 7

Клітинку E4 відводимо для розрахунку цільової функції Z і записуємо формулу для обчислення значення цільової функції згідно виразу (1) в умові задачі (див. рис. 2):

$$E4=20*B4-(B4)^2+18*C4-(C4)^2$$

В блок клітинок B7:B9 вводимо формули для обчислення лівих частин обмежень згідно виразів (2) в умові задачі (див. рис. 2):

$$B7=B4+3*C4;$$

$$B8=B4+C4;$$

$$B9=5*B4+2*C4.$$

Блок клітинок C7:C9 відводимо для введення вихідних даних задачі щодо правої частини обмежень (беремо з умови задачі праві частини виразів (2)).

Отримаємо табличну модель задачі, яка в формульному вигляді зображена на рис. 2.

	A	B	C	D	E
1					
2		Змінні			Цільова функція
3		X1	X2		Z=
4					=20*B4-(B4)^2+18*C4-(C4)^2
5					
6		Ліва частина обмеження	Права частина обмеження		
7	Обмеження 1	=B4+3*C4	30		
8	Обмеження 2	=B4+C4	15		
9	Обмеження 3	=5*B4+2*C4	60		
10					
11					

Рис. 2. Формульний режим моделі задачі

2 етап. Застосування інструменту «Поиск решения» і пошук оптимального розв'язку

2.1. Запускаємо команду «Поиск решения» і у діалоговому вікні «Параметры поиска решения» вводимо необхідні параметри команди (рис. 3) аналогічно попереднім лабораторним роботам (№1.1 – Задачі лінійного програмування, №2 – Транспортна задача, №3 – Задачі цілочислового лінійного програмування).

УВАГА! Оскільки дана задача є **НЕЛІНІЙНОЮ** у вікні «Выберите метод решения» - на рис. 3 – підкреслено червоним, з випадаючого меню необхідно обрати «Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ».

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 8

Рис. 3. Діалогове вікно команди «Поиск решения»

2.2. Натискаємо командну кнопку «Найти решение». Після завершення пошуку оптимального розв’язку задачі у діалоговому вікні «Результаты поиска решения» (рис. 4) вибираємо звіти «Результаты», «Устойчивость» та «Пределы», які буде використано на етапі післяоптимізаційного аналізу. Розв’язок задачі наведено на рис. 5, а звіти – на рис. 6, 7 та 8.

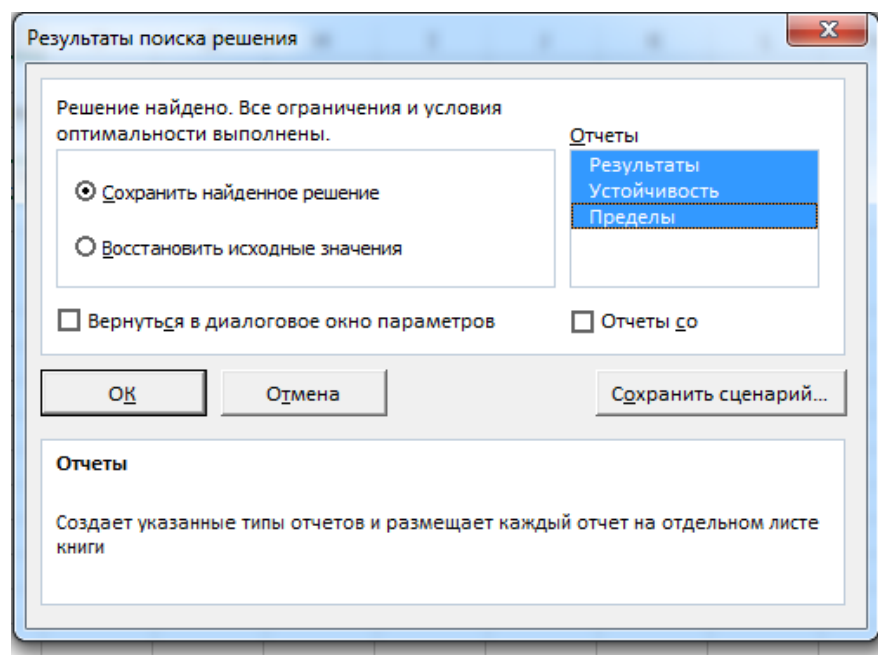


Рис. 4

	A	B	C	D	E	F
1						
2		Змінні			Цільова функція	
3		X1	X2		Z=	
4		8	7		173	
5						
6		Ліва частина обмеження	Права частина обмеження			
7	Обмеження 1	29	30			
8	Обмеження 2	15	15			
9	Обмеження 3	54	60			
10						
11						

Рис. 5. Таблична модель задачі після пошуку оптимального розв'язку

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 10

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J																								
1	Microsoft Excel 15.0 Отчет о результатах																																	
2	Лист: [ЛР 5 Нелінійне програм.xlsx]Квадат програм																																	
3	Отчет создан: 18.05.2020 22:50:12																																	
4	Результат: Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.																																	
5	Модуль поиска решения																																	
6	Модуль: Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ																																	
7	Время решения: 0,016 секунд.																																	
8	Число итераций: 3 Число подзадач: 0																																	
9	Параметры поиска решения																																	
10	Максимальное время Без пределов, Число итераций Без пределов, Precision 0,000001																																	
11	Сходимость 0,0001, Размер совокупности 100, Случайное начальное значение 0, Центральные производные																																	
12	Максимальное число подзадач Без пределов, Максимальное число целочисленных решений Без пределов, Целочисленное отклонение 1%,																																	
13																																		
14	Ячейка целевой функции (Максимум)																																	
15	<table><tr><th>Ячейка</th><th>Имя</th><th>Исходное значение</th><th>Окончательное значение</th></tr><tr><td>SE\$4</td><td>Z=</td><td>0</td><td>173</td></tr></table>										Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение	SE\$4	Z=	0	173																
Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение																															
SE\$4	Z=	0	173																															
16																																		
17																																		
18																																		
19	Ячейки переменных																																	
20	<table><tr><th>Ячейка</th><th>Имя</th><th>Исходное значение</th><th>Окончательное значение</th><th>Целочисленное</th></tr><tr><td>SB\$4</td><td>X1</td><td>0</td><td>8</td><td>Продолжить</td></tr><tr><td>SC\$4</td><td>X2</td><td>0</td><td>7</td><td>Продолжить</td></tr></table>										Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение	Целочисленное	SB\$4	X1	0	8	Продолжить	SC\$4	X2	0	7	Продолжить									
Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение	Целочисленное																														
SB\$4	X1	0	8	Продолжить																														
SC\$4	X2	0	7	Продолжить																														
21																																		
22																																		
23																																		
24																																		
25	Ограничения																																	
26	<table><tr><th>Ячейка</th><th>Имя</th><th>Значение ячейки</th><th>Формула</th><th>Состояние</th><th>Допуск</th></tr><tr><td>SB\$7</td><td>Обмеження 1 Ліва частина обмеження</td><td>29</td><td>SB\$7<=SC\$7</td><td>Без привязки</td><td>1</td></tr><tr><td>SB\$8</td><td>Обмеження 2 Ліва частина обмеження</td><td>15</td><td>SB\$8<=SC\$8</td><td>Привязка</td><td>0</td></tr><tr><td>SB\$9</td><td>Обмеження 3 Ліва частина обмеження</td><td>54</td><td>SB\$9<=SC\$9</td><td>Без привязки</td><td>6</td></tr></table>										Ячейка	Имя	Значение ячейки	Формула	Состояние	Допуск	SB\$7	Обмеження 1 Ліва частина обмеження	29	SB\$7<=SC\$7	Без привязки	1	SB\$8	Обмеження 2 Ліва частина обмеження	15	SB\$8<=SC\$8	Привязка	0	SB\$9	Обмеження 3 Ліва частина обмеження	54	SB\$9<=SC\$9	Без привязки	6
Ячейка	Имя	Значение ячейки	Формула	Состояние	Допуск																													
SB\$7	Обмеження 1 Ліва частина обмеження	29	SB\$7<=SC\$7	Без привязки	1																													
SB\$8	Обмеження 2 Ліва частина обмеження	15	SB\$8<=SC\$8	Привязка	0																													
SB\$9	Обмеження 3 Ліва частина обмеження	54	SB\$9<=SC\$9	Без привязки	6																													
27																																		
28																																		
29																																		
30																																		

Рис. 6. Звіт про результати

	A	B	C	D	E	F
1	Microsoft Excel 15.0 Отчет об устойчивости					
2	Лист: [ЛР 5 Нелінійне програм.xlsx]Квадат програм					
3	Отчет создан: 18.05.2020 22:50:12					
4						
5						
6	Ячейки переменных					
7			Окончательное		Приведенн.	
8	Ячейка		Имя		Значение Градиент	
9	\$B\$4 X1				8 0	
10	\$C\$4 X2				7 0	
11						
12	Ограничения					
13			Окончательное		Лагранжа	
14	Ячейка		Имя		Значение Множитель	
15	\$B\$7 Обмеження 1 Ліва частина обмеження				29 0	
16	\$B\$8 Обмеження 2 Ліва частина обмеження				15 4	
17	\$B\$9 Обмеження 3 Ліва частина обмеження				54 0	
18						

Рис. 7. Звіт про стійкість

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 11

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Microsoft Excel 15.0 Отчет о пределах									
2	Лист: [ЛР 5 Нелінійне програм.xlsx]Квадат програм									
3	Отчет создан: 18.05.2020 22:50:12									
4										
5										
6		Целевая функция								
7		Ячейка	Имя	Значение						
8		\$E\$4	Z=	173						
9										
10										
11		Переменная			Нижний Целевая функция		Верхний Целевая функция			
12		Ячейка	Имя	Значение	Предел	Результат	Предел	Результат		
13		\$B\$4	X1	8	0	77	8	173		
14		\$C\$4	X2	7	0	96	7	173		
15										

Рис. 8. Звіт про межі

3 етап. Аналіз результатів.

З рис. 5. та всіх звітів (рис. 6, 7 та 8) видно, що оптимальний план $X_1=8$, $X_2=7$. За такого оптимального плану цільова функція дорівнюватиме $Z=173$.

Визначимо дефіцитність кожного виробничого ресурсу та його вплив на прибуток. Так само, як і для лінійних моделей, на дефіцитність вказує в блоці «Ограничение» стовпчик «Состояние». Статус «Привязка» вказує на дефіцитність ресурсу. Отже, Обмеження 2 вказує на дефіцитність другого ресурсу.

Таким чином в процесі виробництва другий ресурс використовується повністю і він є дефіцитним, а перший і третій - неповністю, тобто вони є надлишковими і недефіцитними. Фактичне значення використаних ресурсів дорівнює 29, 15 і 54 одиниці відповідно (стовпець **Значение ячейки**), при цьому надлишок першого ресурсу становить 1 одиницю, а третього - 6 одиниць (стовпець **Допуск**). Отже, при подальшому розширенні виробництва підприємству слід у першу чергу забезпечити збільшення запасів другого ресурсу, як лімітуючого. При збереженні обсягів виробництва підприємство може зменшити запаси першого та третього ресурсів з метою зменшення витрат виробництва.

Тепер проаналізуємо результати, наведені у звіті **Устойчивость**. Оскільки множник Лагранжа для другого (дефіцитного) ресурсу дорівнює 4, то збільшення запасів цього ресурсу на одиницю при незмінних запасах інших, тобто фактично введення до процесу виробництва додаткової одиниці другого ресурсу, збільшить прибуток підприємства на 4 грошових одиниці. Збільшення ж запасів недефіцитних першого або третього ресурсів при збереженні на вихідному рівні інших (і в першу чергу другого ресурсу) не призведе до зростання прибутку, оскільки згідно технології в процесі виробництва їх фактичне використання є

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 12

меншим за існуючі запаси у плановому періоді. Більш детально дивись нижче пояснення.

ПОЯСНЕННЯ. Множники Лагранжа мають цікаву і важливу економічну інтерпретацію. Ці множники в моделях нелінійного програмування інтерпретуються практично як тіньові ціни в моделях лінійного програмування. Іншими словами, в точці оптимуму значення i -го множника Лагранжа є миттєвою швидкістю зміни оптимального значення цільової функції при зростанні значення правої частини i -го обмеження задачі за незмінності усіх інших даних задачі. Використовуючи економічну термінологію, можна сказати, що i -й множник Лагранжа відображує граничну вартість i -го ресурсу і вимірюється у тих одиницях, які визначаються як відношення одиниці вимірювання цільової функції до одиниці вимірювання правої частини i -го обмеження.

Як і тіньові ціни (двоїсті оцінки) у моделях лінійного програмування, додатне значення множника Лагранжа показує, що збільшення правої частини деякого обмеження-нерівності призведе до зростання оптимального значення цільової функції, а від'ємне значення множника Лагранжа показує, що збільшення правої частини деякого обмеження-нерівності - призведе до зменшення оптимального значення цільової функції. Але на відміну від задач лінійного програмування в задачах нелінійного програмування нічого не можна сказати щодо діапазону зростання або зменшення правої частини деякого обмеження, для якого дане значення множника Лагранжа є незмінним. Звичайною, як правило, є ситуація, коли множник Лагранжа сам змінюється разом із зміною правої частини. Але це не заважає використовувати його для оцінювання впливу зміни правої частини деякого обмеження на значення цільової функції.

Значення нормованого градієнта (стовпець «Приведенн. Градиент») у звіті «Устойчивость» для моделей нелінійного програмування інтерпретується аналогічно значенню нормованої вартості для задач лінійного програмування.

УВАГА! Для розв'язання цієї ж задачі, але на мінімум, необхідно повернутися до п.п. 2.1. У вікні «Параметры поиска решения» обрати інший напрям оптимізації переключачи **До: «Минимум»**. Решту дій повторити, включаючи отримання трьох типів звітів **Результаты, Устойчивость, Пределы**.

Житомирська політехніка	МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА» Система управління якістю відповідає ДСТУ ISO 9001:2015	Ф-19.08- 05.01/051.00.2/Б/ПП 2- 2020
	Екземпляр № 1	Арк 20/ 13

3.2. ЗАДАЧА ДРОБОВО-ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Розв'язання задачі відрізняється від попередньої задачі квадратичного програмування тільки початковим значенням змінних. Оскільки згідно правил математики ділення на нуль заборонено, початкове значення треба брати не $(0, 0)$, а наприклад $(1, 1)$, або будь яке інше, але таким чином, щоб значення знаменники не дорівнювало 0.